

固液二流体モデルを用いた海底砂面の局所洗掘数値解析手法

牛 島 省*・楠 津 家 久**

1. はじめに

発電所の放流水により生じたレイノルズ数の高い 3 次元流れにより、海底砂面が洗掘されるという現象が確認されている(保坂ら, 1998)。このような海底面形状の変形が進行すると、沿岸の諸施設の立地上の安定性が損なわれる可能性があるため、洗掘される範囲や洗掘深さなどを適切に評価することが必要である。

放流水などによる移動床の変形を定量的に評価する際に、水理実験を行う場合には相似性の確保などの制約条件が加わるため、最近では数値解析による評価手法が利用されることが多くなっている。しかし、移動床形状を評価するために提案された既往の数値解析手法では、移動床面より離脱した砂粒子を含んだ流れは単相流として扱われることが一般的であった。このため、本報では固液混相流に対する二流体モデルに基づく乱流モデルを利用する計算手法を検討した。固相フラックスの非一様な空間分布により発生する移動床面の変形は、ALE 法に基づき、境界適合座標系を再生成する方法で扱う。

この数値解析手法を実際に水中放流が行われる発電所前面の沿岸域に適用した。その結果、最大洗掘深が発生する領域を含む鉛直断面内の砂面形状がほぼ適切に予測されることが示された。

2. 数値解析手法の概要

(1) 移動境界の取り扱い

移動床面の変形は、固液混相流の流況に応じて発生すると同時に、固液混相流のフローパターンにも影響を及ぼす。このような相互作用を考慮するため、著者らは、空間中に固定された Euler 的な計算格子点を利用する局所洗掘数値解析手法 (Ushijima ら, 1992) を発展させ、ALE 法 (Hirt ら, 1974) に基づき計算メッシュを再配置させる手法を提案した (Ushijima, 1996)。

境界適合座標系は、Thompson ら (1985) と同様に、物理空間および写像空間中の座標成分 (x_i および ξ_m) から構成されるポアソン方程式を逆変換した次式により生

成される。

$$\left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial \xi_p \partial \xi_q}\right)^* \left(\frac{\partial \xi_p}{\partial x_j}\right)^* \left(\frac{\partial \xi_q}{\partial x_j}\right)^* + \frac{\partial^2 x_i}{\partial \xi_r \partial \xi_s} \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial x_j}\right)^* \left(\frac{\partial \xi_s}{\partial x_j}\right)^* + P_m \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_m}\right)^* = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここでは、特に座標生成時の計算精度を高めるため、上式中の*記号がついた項を、中央差分ではなく 3 次スプライン関数を用いて評価することとしている (Ushijima, 1994)。なお、(1) 式中の P_m は、物理空間中のメッシュ間隔の粗密を制御するためにユーザが設定する関数である。

(2) 固液混相流の支配方程式

本報では、固相の体積濃度 c が十分小さい固液混相流を扱うこととし、固相を連続体として扱う二流体モデルに基づく支配方程式系を利用する。Murray (1965) によって導かれた液相および固相の連続式と運動方程式において、変数を平均成分と変動成分に分離し、平均操作を加えてあるオーダでクローズするモデリングを行うことにより、Elghobashi and Abou-Arab (1983) が行ったように、固液混相流に対する乱流モデルが導かれる。

平均成分に対する連続式として、液相および固相のそれぞれに対して次式が導かれる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\phi U_{fi}) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (C U_{pi} + \overline{c' u'_{pi}}) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

本報中では、変数の平均成分と変動成分をそれぞれ大文字およびプライム付の小文字の変数として表示し、また液相と固相の変数には、それぞれサフィックス f および p を付ける。例えば、上式中で U_{fi} 、 U_{pi} 、 u'_{pi} は順に液相および固相の x_i 方向の平均流速成分、固相の x_i 方向の変動流速成分であり、 C は固相の体積濃度の平均成分、 $\phi = 1 - C$ である。運動方程式に関しても同様に、液相と固相に対して次の各式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{D_f U_{fi}}{Dt} = & \frac{1}{\phi} F_i - \frac{1}{\phi} \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} (\phi \overline{u'_{fi} u'_{fj}}) \\ & + \nu \frac{\partial^2 U_{fi}}{\partial x_j^2} - \frac{18 \nu_f}{d^2} \frac{1}{1-C} [C(U_{fi} - U_{pi}) \\ & + \overline{c' u'_{fi}} - \overline{c' u'_{pi}}] \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

* 正会員 工博 京都大学助教授 環境地球工学専攻
** 正会員 工博 京都大学教授 環境地球工学専攻

$$\begin{aligned} \frac{D_p U_{pi}}{Dt} = & \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right) F_i - \frac{1}{C} \frac{\partial}{\partial x_j} (C \overline{u'_{pi} u'_{pj}}) \\ & + \nu_p \frac{\partial^2 U_{pi}}{\partial x_j^2} + \frac{18\nu_f}{d^2} \frac{\rho_f}{\rho_p} (U_{fi} - U_{pi}) \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 F_i は重力などの外力、 P は液相の平均圧力、 ν_f 、 ν_p はそれぞれ液相・固相の動粘性係数、 ρ_f と ρ_p は液相と固相の密度、 d は固相粒子の代表粒径である。相間の相互作用に関しては、Stokes則に従う粘性抵抗のみを考慮する。液相の運動方程式中のLagrange微分は次式で与えられる。

$$\frac{D_f}{D_t} = \frac{\partial}{\partial t} + (\overline{u_{fi}} - u_{0j}) \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (6)$$

固相に対しては、上式中の下添字 f を p とする。ここで、 u_{0j} は計算格子点の移動速度である。移動床面の変形が発生するとき、ALE法に基づいて計算点を再配置させるため、このとき発生する計算点の移動速度をLagrange微分中に考慮している。

次に、液相の乱れエネルギー k_f に関する方程式を導くために、液相流速の変動成分に関する方程式を求め、これに $\overline{u'_{fi}}$ を乗じて平均化する。この結果に対して、単相流における乱れエネルギー式と同様のモデル化(Rodi, 1980)を行うと次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{D_f k_f}{D_t} = & P_{kf} + \frac{c' \overline{u'_{fi}}}{(1-C)^2} F_i \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_f}{\sigma_{kf}} + \nu_f \right) \frac{\partial k_f}{\partial x_j} \right] \\ & - \varepsilon_f - \frac{18\nu_f}{d^2} \frac{1}{1-C} \left[C(2k_f - \overline{u'_{fi} u'_{pi}}) \right. \\ & \left. + c' \overline{u'_{fi}} (U_{fi} - U_{pi}) \right] \\ & - \frac{18\nu_f}{d^2} \frac{c' \overline{u'_{fi}}}{(1-C)^2} [C(U_{fi} - U_{pi})] \quad (7) \end{aligned}$$

ここで、

$$k_f = \frac{1}{2} \overline{u'_{fi}^2}, \quad \varepsilon_f = \nu_f \overline{\frac{\partial u'_{fi}}{\partial x_j} \frac{\partial u'_{fi}}{\partial x_j}} \quad (8)$$

であり、 P_{kf} 次式で定義される乱れエネルギーの生成項である。

$$P_{kf} = -\overline{u'_{fi} u'_{fj}} \frac{\partial U_{fi}}{\partial x_j} \quad (9)$$

なお、液相の乱れエネルギーの散逸率 ε_f に関する方程式は、Launder (1975)と同様に局所的な等方性を仮定すれば、単相流のそれと同様の方程式として導かれる。

固相の乱れエネルギーに関する方程式も同様に固相流速の変動成分に関する方程式を導き、これに $\overline{u'_{pi}}$ を乗じて平均操作を行うことにより、以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \frac{D_p k_p}{D_t} = & P_{kp} - \overline{u'_{pi} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{u'^2_{pi}}{2}} + \nu_p \frac{\partial^2 k_p}{\partial x_j^2} \\ & - \varepsilon_p + \frac{18\nu_f}{d^2} \frac{\rho_f}{\rho_p} (\overline{u'_{fi} u'_{pi}} - 2k_p) \quad (10) \end{aligned}$$

ここに、 P_{kp} は固相の乱れエネルギーの生成項で、

$$P_{kp} = -\overline{u'_{pi} u'_{pj}} \frac{\partial U_{pi}}{\partial x_j} \quad (11)$$

で与えられ、 ε_p は散逸項で

$$\varepsilon_p = \nu_p \overline{\frac{\partial u'_{pi}}{\partial x_j} \frac{\partial u'_{pi}}{\partial x_j}} \quad (12)$$

で定義される。

(10)式右辺第2項は乱流拡散項として、次のようにモデル化する。

$$-\overline{u'_{pi} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{u'^2_{pi}}{2}} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_{tp}}{\sigma_{kp}} \frac{\partial k_p}{\partial x_j} \right) \quad (13)$$

ここに ν_{tp} は固相の渦動粘性係数に相当し、次式で定義される。

$$\nu_{tp} = C_{\mu p} \frac{k_p^2}{\varepsilon_p} \quad (14)$$

(13)式を使うと、モデル化された k_p の方程式は次式のようにならされる。

$$\begin{aligned} \frac{D_p k_p}{D_t} = & P_{kp} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_{tp}}{\sigma_{kp}} + \nu_p \right) \frac{\partial k_p}{\partial x_j} \right] \\ & - \varepsilon_p + \frac{18\nu_f}{d^2} \frac{\rho_f}{\rho_p} (\overline{u'_{fi} u'_{pi}} - 2k_p) \quad (15) \end{aligned}$$

得られた(15)式から、移流項と拡散項を消去したいいわゆる代数方程式モデルが以下のように求められる。

$$\begin{aligned} k_p = & \frac{1}{2} \overline{u'_{fi} u'_{pi}} \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{18\nu_f}{d^2} \frac{\rho_f}{\rho_p} \right]^{-1} (P_{kp} - \varepsilon_p) \quad (16) \end{aligned}$$

なお、固相の乱れエネルギーの散逸率は、Launder (1975)により提案されたスカラー量に関する散逸率のモデリングを適用し、次式で与えられると考える。

$$\varepsilon_p = C_{\varepsilon p} \frac{\varepsilon_f}{k_f} k_p \quad (17)$$

液相と固相のレイノルズ応力に対しては、次式を用いる。

$$-\overline{u'_{fi} u'_{fj}} = \nu_f \left(\frac{\partial U_{fi}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{fj}}{\partial x_i} \right) \quad [i \neq j] \quad (18)$$

$$-\overline{u'_{pi} u'_{pj}} = \nu_{tp} \left(\frac{\partial U_{pi}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{pj}}{\partial x_i} \right) \quad [i \neq j] \quad (19)$$

上記で ν_f および ν_{tp} は各相の乱流拡散係数で、それぞれ $\nu_f = C_{\mu} (k_f^2 / \varepsilon_f)$ および $\nu_{tp} = C_{\mu} (k_p^2 / \varepsilon_p)$ で与えられるとした。また、 $c' \overline{u'_{fi}}$ および $c' \overline{u'_{pi}}$ に関しては、勾配拡散型のモデリングを行えば、それぞれ次式のように表される。

$$-c' \overline{u'_{fi}} = \frac{\nu_f}{\sigma_{\varepsilon f}} \frac{\partial C}{\partial x_i}, \quad -c' \overline{u'_{pi}} = \frac{\nu_{tp}}{\sigma_{\varepsilon p}} \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (20)$$

ここで、 σ_{cf} と σ_{cp} は固相濃度に対する乱流シュミット数に相当する。

次に、 $\overline{u'_{fi}u'_{pi}}$ に関しては、Hinze (1975) の結果に基づき、細田ら (1987) が導いた液相と固相の流速変動量の比の関係をを用いて、次式のように表現されるものとした。

$$\overline{u'_{fi}u'_{pi}} = \overline{u'^2_{fi}} \frac{aT_L}{aT_L + 1} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 T_L は流体の Lagrange 的時間スケールであり、Calabrese and Middleman (1979) により提案された次式で与えられる。

$$T_L = \frac{5}{12} \frac{k_f}{\varepsilon_f} \dots\dots\dots (22)$$

また、(21) 式中の a は Stokes の粘性抵抗に起因する係数で、 $a = 18\rho_f/\rho_p$ で定義される。

(3) 基礎方程式の解法

上記の各基礎方程式は、Lagrange スキーム上で離散化される (Ushijima, 1994)。液相の運動方程式を例にとれば、以下のような離散化がなされる。

$$U_{fi}^{n+1} = U_{fi}^n + \left[-PG_i^{n+1} + H_i^n + \left(\frac{3}{2} D_i^n - \frac{1}{2} D_i^{n-1} \right) \right] \Delta t \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 PG_i は (4) 式中の圧力勾配項、 H_i は外力と相互作用力、 D_i は拡散項を表し、上添字は計算ステップ、またプライム、ダブルプライムはそれぞれ上流側に 1 および 2 計算ステップ分だけ遡った位置における変数であることを意味している。他の基礎方程式も同様に離散化される。

基礎方程式中で、特に移流項に相当する (23) 式右辺第 1 項は、3 次スプライン関数を利用した空間内挿 (LCSI) によって求められる (Ushijima, 1994)。この LCSI 法により、3 次風上差分よりも若干精度の高い解が得られることが示されている (Ushijima, 1994)。

(4) 移動床形状の計算方法

移動床面から巻き上げられる固体粒子濃度は、非平衡状態の移動砂に対して Nakagawa ら (1980) により提案された次式の pick-up rate (p_s) から計算されるものとした。

$$p_s \sqrt{\frac{d}{(\rho_p/\rho_f - 1)g}} = 0.03\tau_* (1 - 0.035/\tau_*) \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 τ_* は無次元掃流力であり、摩擦速度 u_* を用いて次式で定義される。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{[(\rho_p/\rho_f - 1)gd]} \dots\dots\dots (25)$$

上記の方法により、底面に接する計算セル内の粒子の濃度分布を求める。この濃度が固相濃度 C の境界条件とな

る。

固相の支配方程式を解析することにより、流体中の固相濃度分布が求められる。この濃度に各位置での固相の流速成分を乗じて鉛直方向に積分することにより、その方向へ輸送される固相の総量が計算される。水平方向 $x_i (i=1,2)$ の輸送量を q_i とすれば、移動床面高さ B は次の連続式から求められる。

$$(1-\gamma) \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = 0 \quad [i=1,2] \dots\dots\dots (26)$$

ここに γ は移動床の空隙率である。上記の連続式も他の基礎方程式と同様に写像空間上で解析される。

3. 砂面の局所洗掘現象への適用性

温排水の水中放流が行われる発電所地点において、稼働前後から継続的に放水口前面の砂面形状が実測されている。図-1 に示すように、この地点では放水口前面にコンクリートブロックがあり、その周辺には粒径約 90 cm の捨て石が展開する SPAC と呼ばれる洗掘防止工が施され、さらにその外側が海底砂面となっている。

海底砂面を構成する砂はほぼ均一粒径で、平均粒径は約 0.2 mm である。放水口は中心間隔 5 m で 3 管あるが、ここで計算対象とする運転条件では、中央の 1 管のみから平均流速約 5.0 m/s で放流が行われる。

計算では対称条件を考慮して中心軸から片側部分のみを計算対象領域とした。自由液面は摩擦が作用しない固定面として扱い、下流端断面および側面は自由流出入境界とした。中心軸を含む対称面では対称条件を適用した。底面および放水口部分を除く上流端断面では粗面对数則から定められる摩擦力が液相に作用するものとした。

局所洗掘計算では、混相流の流動計算と移動床の形状計算に異なる時間ステップを使用する手法 (Ushijima, 1996) を適用した。その結果、洗掘開始後約 260 日の時点で、最大洗掘深がほぼ一定 (初期砂面から 3.5 m 低下) となった。図-2 および図-3 に砂面形状が定常状態と

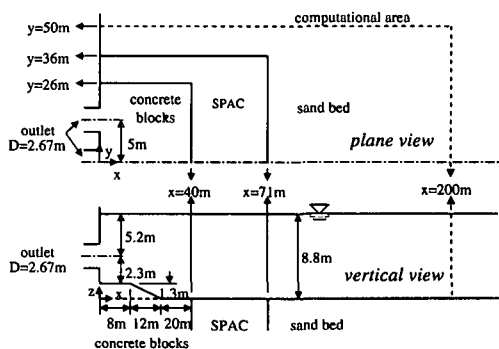


図-1 計算対象領域

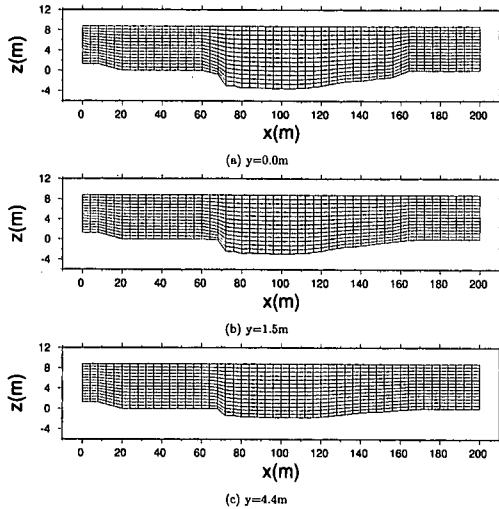


図-2 生成された計算メッシュ

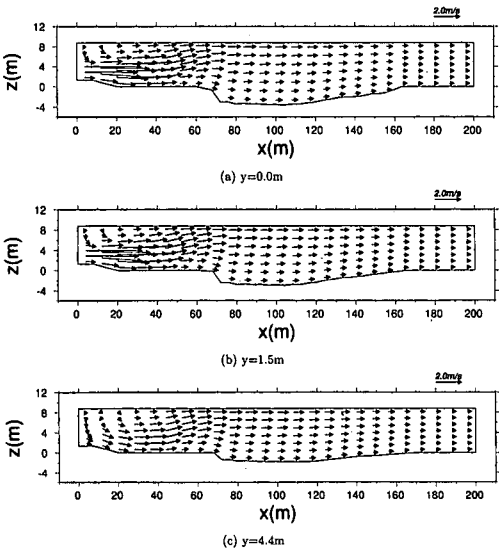


図-3 液相の流速ベクトルの分布 (計算結果)

なったときの中心軸付近における鉛直断面内の解析メッシュと液相の流速ベクトルの分布を示す。洗掘された砂面形状にフィットする曲線座標系が生成されており、砂面高さの低下により流水断面積が増加するため、洗掘領域付近で液相流速が低減している状況となっている。図-4は、同様の断面における固相の平均流速ベクトル分布を示す結果である。

図-5は、洗掘開始前の流動計算における k_f の分布と k_p/k_f なる比の分布を示すものである。放水口近傍で k_p/k_f は 0.9 程度の値を示しており、この領域から離れると値は 1 に近づく傾向を示している。

図-6は、定常状態に達した砂面形状の計算結果を実

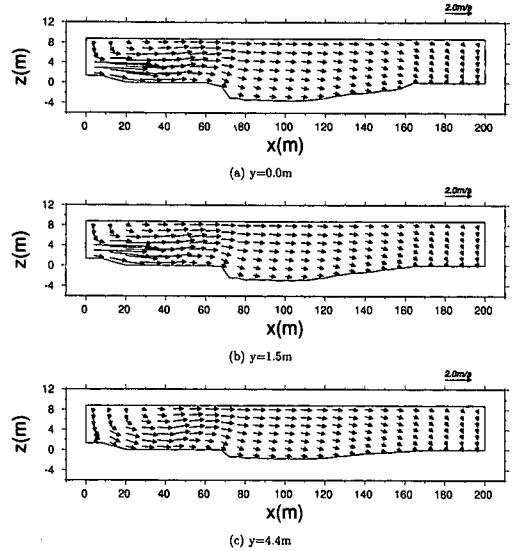


図-4 固相の流速ベクトルの分布 (計算結果)

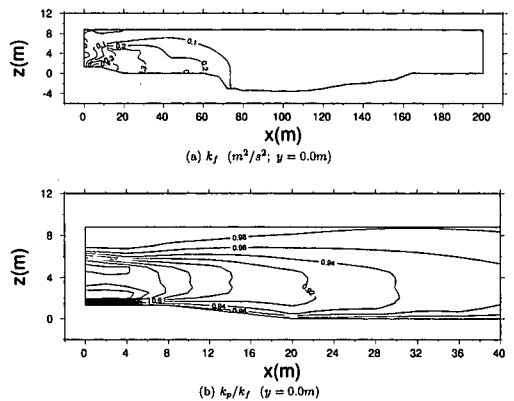


図-5 乱流エネルギーの分布 (計算結果)

測値と比較したものである。同図に示されるように、砂面が低下している領域では、両者はおおよそ一致するものとなった。

4. おわりに

本報では、温排水の水中放流に見られるような高レイノルズ数の流動による海底砂面の局所洗掘現象の数値解析手法について検討を加えた。解析モデルとして、固液二相流の乱流モデルを利用し、特に固相の乱れエネルギーに関しては代数方程式モデルを用いるものとした。移動床の変形は ALE 法に基づいて 3 次元境界適合座標系を繰り返し生成する方法で考慮する。この計算手法を発電所からの放流水により発生する海底砂面変形に適用した結果、現地の実測結果との比較から、ほぼ妥当な砂面変形の評価が行えることが示された。

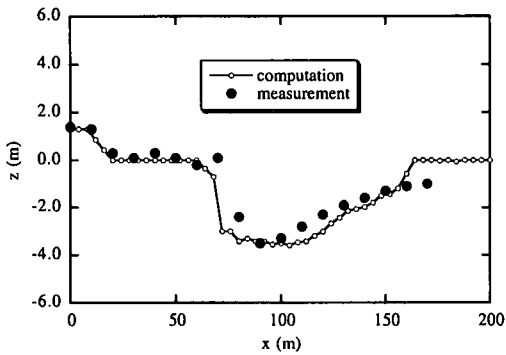


図-6 砂面形状の比較

参 考 文 献

保坂 稔・清水 隆夫・牛島 省 (1998): SPAC の海底洗掘抑制効果と局所洗掘予測解析手法の高精度化, 電力土木, 273, pp. 74-79.

細田 尚・余越 正一郎 (1987): 混相流での $k-\epsilon$ モデルの構成, 第31回水理講演会論文集, 31, pp. 581-586.

Calabrese, R. V. and S. Middleman (1979): The dispersion of discrete particles in a turbulent fluid field, A. I. Ch. E., 25, pp. 1025-1035.

Elghobashi, S. E. and T. W. Abou-Arab (1983): A two-equation turbulence model for two-phase flows, Phys. Fluids, 26, 4, pp. 931-938.

Hinze, J. O. (1975): Turbulence, McGraw-Hill.

Hirt, C. W., A. A. Amsden and J. L. Cook (1974): An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds, Journal of Computational Physics, 14, pp. 227-253.

Launder, B. E. (1975): On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum, J. Fluid Mech., 67, pp. 569-581.

Murray, J. D. (1965): On the mathematics of fluidization Part 1. Fundamental equations and wave propagation, J. Fluid Mech., 21, pp. 465-493.

Nakagawa, H. and T. Tsujimoto (1980): Sand bed instability due to bed load motion, Proc. ASCE, Journal of Hydraulics Division, 106, HY 12 pp. 2029-2051.

Rodi, W. (1980): Turbulence models and their application in hydraulics, A state of the art review presented by the IAHR section on fundamentals of division II experimental and mathematical fluid dynamics.

Thompson, J. F., Z. U. A. Warsi and C. W. Mastin (1985): Numerical Grid Generation, Elsevier Science, New York.

Ushijima, S., T. Shimizu, A. Sasaki and Y. Takizawa (1992): Prediction method for local scour by warmed cooling-water jets, ASCE Journal of Hydraulics Engineering, 118, 8, pp. 1164-1183.

Ushijima, S. (1994): Prediction of thermal stratification in a curved duct with 3 D boundary-fitted co-ordinates, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 19 pp. 647-665.

Ushijima, S. (1996): Arbitrary Lagrangian-Eulerian numerical prediction for local scour caused by turbulent flows, Journal of Computational Physics, 125 pp. 71-82.