

砕波帯内底面乱流境界層のモデル

柴 山 知 也*・Nguyen The Duy**

1. 緒 論

本研究は砕波帯内の乱流現象に起因する底質浮遊現象を解明するために作成した砕波帯内流速場の予測数値モデル (Shibayama and Duy, 1994, 柴山ら, 1996, Duy ら, 1996, 1997, 1998 などの一連の研究) の底面境界層部分の計算を精緻化し, 新たに底面境界層の乱流場の計算を行なうことを目的としている。従来から底面境界層内の流速場の推算は Kajiura (1968) によって渦動粘性係数の推定法が示され, また Larson (1995) によって解析解が示されるなどの研究が行なわれている。しかし本研究のような, 砕波帯内の底面境界層をも対象としての研究は限られている。

以下では, 底面境界層の乱流計算は, k -モデル, k - ϵ モデルを用いて計算し, 渦動粘性係数モデルを用いた計算結果と比較する。また, 砕波帯内の底面境界層内流速場については, Cox *et al.* (1996) の実験水路での流速計測結果と比較し, モデルの有効性を検証する。

2. 数値モデルの構成

境界層の計算に当たってはまず砕波帯内全体の流速場を算定する必要がある。砕波帯内流速場算定の基礎方程式としては, 流速値に波動運動の位相を基準とした位相平均値を用いた Reynolds の方程式 (岸沖方向および鉛直方向) と連続式を用いる。

次にこの算定法により計算した底面近傍流速を境界層外縁流速として与え, 底面境界層内の算定を行った。境界層の方程式は Reynolds 応力項を含み, また砕波帯内全体の計算で与えられる境界層外縁における流速の時間変化を境界条件として与えられる。本研究では, 底面境界層内の乱流場の算定を 3 通りの方法で行なった。第 1 の方法では, 境界層内における渦動粘性係数を Grant・Madsen (1979) にならって与えてある。第 2 の方法では, 乱流エネルギーの輸送方程式に基づき, k -方程式を用いて, 渦動粘性係数を算定している。また, 第 3 の方法では乱流エネルギーの輸送方程式と減衰を考慮して, k - ϵ

方程式を解き, その結果から渦動粘性係数を算定する。このような方法で境界層内の位相平均流速など流速場の代表値を計算するために, 底面地形の形状に合わせて座標変換の方法により実空間での流速を算定している。

図-1 に示すように, 全体のモデルは, 上層の砕波の下での流体モデル, 底面境界層の乱流モデル, 底面境界層内の流速場モデルから構成されている。

(1) 上層の流体モデル

砕波帯内全体の流速場の算定には, 流速値に波動運動の位相を基準とした位相平均値を用いた, Reynolds の方程式 (岸沖方向および鉛直方向) と連続式を用いる。渦動粘性係数の値は波の位相に応じて変化する量として与えている。この方程式系を水表面, 水底, 沖側, 岸側の境界での境界条件の下で解く。沖側境界では Ursell 数に応じてストークス波あるいはクノイド波を用いて水面位置, 流速, 圧力を与えている。このような方程式系を表面の境界が時間的に変動するような場で, 時間的に変動する曲線座標系の下で解くことは一般には困難である。そこで本研究ではデカルト座標で書かれた方程式を一般曲線座標に変換して差分計算を行った (具体的な計算方法は Shibayama・Duy, 1994 を参照されたい)。

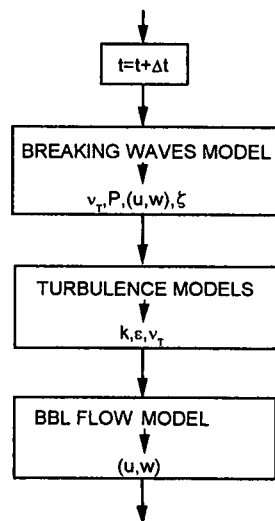


図-1 数値モデルの全体像

* フェロー 工博 横浜国立大学教授 工学部建設学科
** 博(工) ホーチミン市工科大学講師 土木工学科

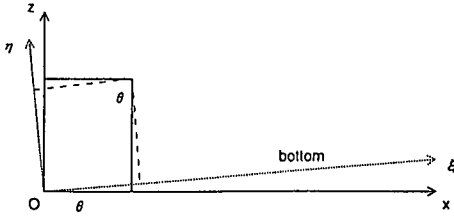


図-2 底面境界層の座標変換の説明図

(2) 底面境界層内の乱流モデル

a) 渦動粘性係数モデル

第一の方法では、渦動粘性係数法を用い、全境界層厚に涉って以下のように与える (Kajiura, 1968 ; Grant and Madsen, 1979)

$$\nu_T = K u_* z \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで $K=0.4$, u_* は摩擦速度である。

b) k -モデル

第二の方法では、以下に示す k -方程式を解く。

$$\frac{dk}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \frac{PROD}{\rho} - c \frac{k^{3/2}}{l_d} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$\frac{dk}{dt} = \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial (uk)}{\partial x} + \frac{\partial (wk)}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。また、PROD は乱流生成項、 c は定数、 l_d は乱流の長さ尺度で

$$l_d = \kappa \sqrt{c} z \quad \dots\dots\dots (4)$$

と表される。砕波帯内の底面境界層内の乱流は一般に上層の攪乱によるものと、底面の摩擦によるものが存在する。ここでは spilling 砕波を仮定し、底面の摩擦によるものが支配的要素として以下のように仮定する。

$$PROD = \rho \nu_T \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

境界条件は底面近傍で生成項と減衰項が局所的に平衡である、上方の境界で乱流エネルギーの流入がないとして以下の2条件を用いる。

$$k = \frac{1}{\sqrt{c}} \nu_T \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{for } z = \frac{k_N}{30} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0 \quad \text{for } z \rightarrow \infty \quad \dots\dots\dots (7)$$

c) k - ϵ モデル

第三の方法では以下に示す方程式を解く。

$$\frac{dk}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \nu_T \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \epsilon \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + c_{1\epsilon} \frac{\nu_T}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 σ_k , σ_ϵ , $c_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$, C_μ はいずれも実験定数である。境界条件は以下のように与える。

$$k = \frac{1}{\sqrt{c}} \nu_T \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{for } z = \frac{k_N}{30} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0 \quad \text{for } z \rightarrow \infty \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\epsilon = (c)^{3/4} \frac{k^{3/2}}{Kz} \quad \text{for } z = \frac{k_N}{30} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial z} = 0 \quad \text{for } z \rightarrow \infty \quad \dots\dots\dots (14)$$

k -方程式のときと同様に、側方境界で k と ϵ は水平方向に一樣に分布すると仮定している。

3 底面境界層の位相平均流速の算定

次に (1) の算定法により計算した底面近傍流速を境界層外縁流速として与え、境界層内の流速場の算定を行った。境界層の方程式は Reynolds 応力項を含み、境界層外縁における流速の時間変化を境界条件として与えられる。質量および運動量の保存式はそれぞれ以下のように表される。

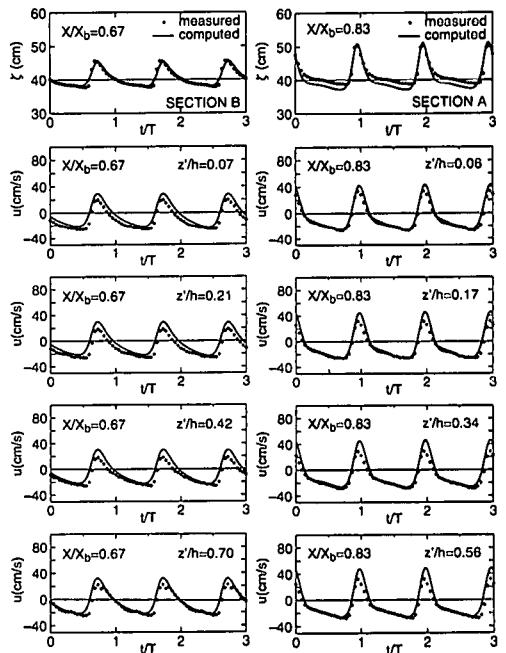
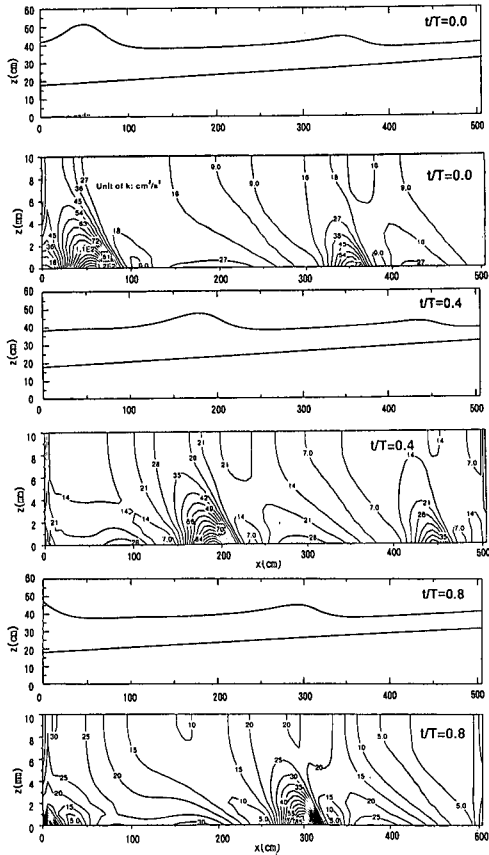
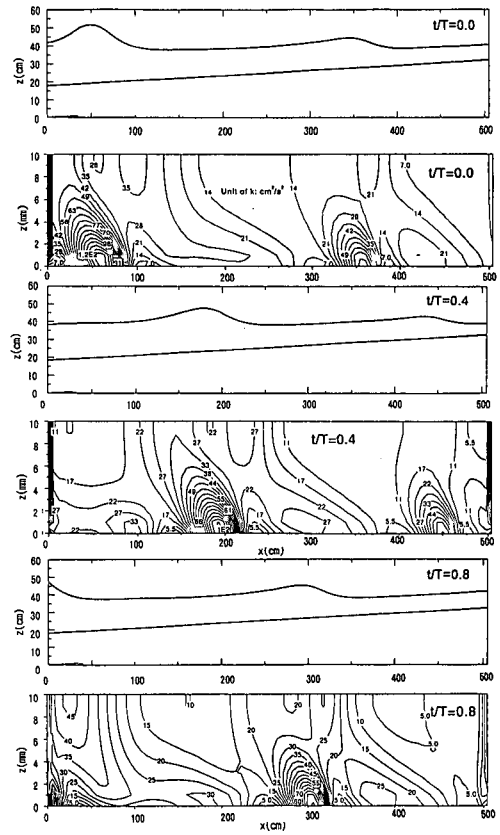


図-3 上層流速の予測値と実測値の比較
(X : 静水汀線よりの距離、 X_b : 砕波帯幅)



(1) k -モデル



(2) k - ϵ モデル

図-4 乱流エネルギーの平面分布

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \frac{\partial u_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} \quad (16)$$

ここで、 u 、 w は水平および鉛直方向の位相平均流速、 τ_{zx} は乱流モデルを用いて計算するレイノルズ摩擦応力、 u_e は境界層外縁流速である。ここでも境界層内の位相平均流速を計算するため、底面形状に合わせて、図-2に示すように、座標変換の方法により実空間での流速を算定している。

3. 計算結果とモデルの検証

図-3は、上層モデルの予測精度について比較したもので、砕波帯内の各点に於ける表面波形、水平方向位相平均流速を実測値(Cox *et al.*, 1996)と比較したものである。底面境界層外縁流速を与えるものとしては十分な精度を持っているといえよう。

図-4(1)は k モデルを用いて算定した境界層内乱流エネルギーの分布を、表面波形とともに示したものであ

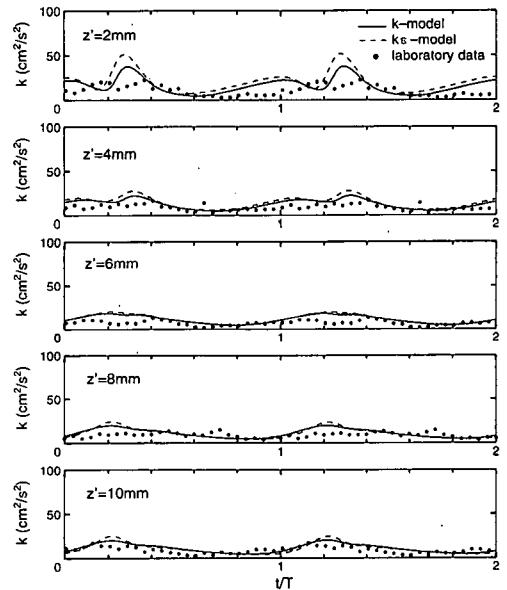
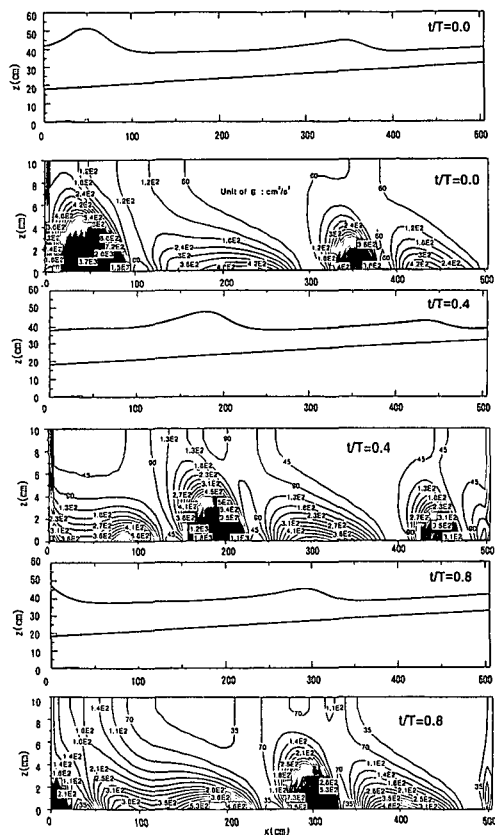
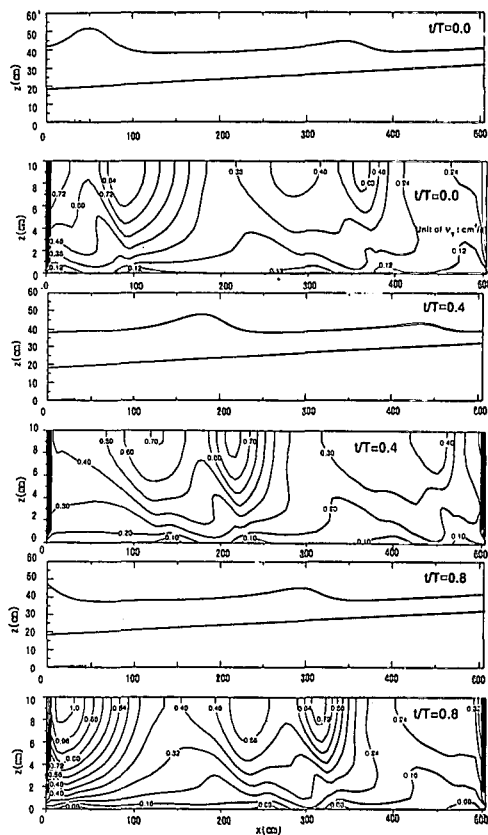


図-5 乱流エネルギーの時間変化 ($X/X_b = 0.51$)

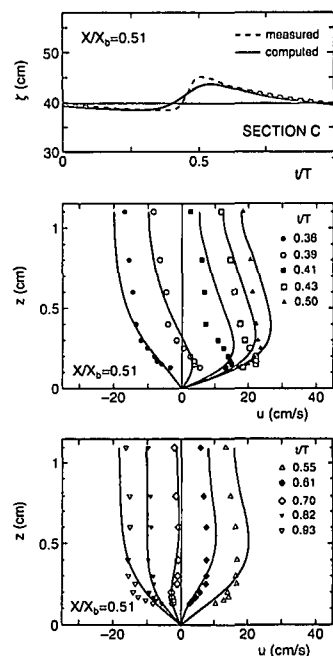
図-6 エネルギー減衰率の分布 (k - ϵ モデル)図-7 渦動粘性係数の分布 (k - ϵ モデル)

り、図-4(2)は k - ϵ モデルによる同様の算定結果である。いずれの場合にも乱流の強い領域は波の峰とともに移動している。図-5は、 k -モデル、 k - ϵ モデルによる乱流エネルギーの時間変化と、実測値 (Cox *et al.*, 1996) との比較である。図-6は k - ϵ モデルによるエネルギー減衰率の平面分布、図-7は同じく k - ϵ モデルから算定した渦動粘性係数の平面分布である。いずれの場合にも算定値は絶対値と位相変化を含めて、砂れんの存在しない粗度付き固定床上の実験水路での現象を良く再現しているといえよう。

図-8は、(1) 渦動粘性係数モデル、(2) k -モデル、(3) k - ϵ モデルの3者について、境界層内の位相平均流速を算出し、過去の実験データ (Cox *et al.*, 1996) と碎波帯内の点について比較したものである。いずれのモデルの場合にも、速度が反転する位相を含めて数値モデルの予測精度は満足できるものといえよう。

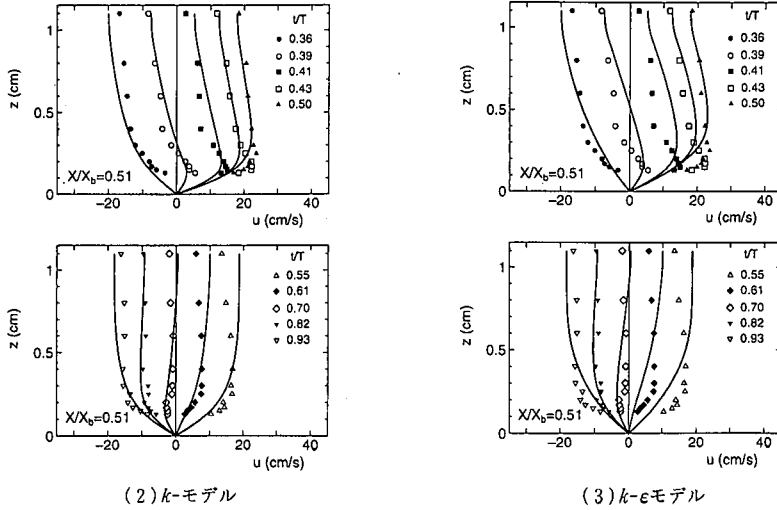
4. 結 論

本研究の流速場の算定法は、乱流場の算定については、渦動粘性係数法、 k -モデル、 k - ϵ モデルなどを比較して用いている。その結果、境界層内位相平均流速などの算



(1) 渦動粘性係数モデル

図-8 境界層内位相平均流速の比較 ($X/X_0=0.51$)


 図—8 境界層内位相平均流速の比較 ($X/X_b=0.51$)

定には、いずれのモデルにより算定した結果も実験値と良く一致する事が解った。この計算法はレイノルズ方程式を直接に数値解析する、非線形で時間的にも場所的にも非対称な浅水波の解析方法において、新たに底面境界層内の流速計算を精緻化したものである。碎波帯内水理量の算定に広い汎用性を有するため、漂砂現象、物質混合などを検討する際に強力な道具となる。

本研究は、文部省科学研究費補助金基盤研究 B (No. 11450187, 代表者柴山知也) および五洋建設株式会社よりの研究費を用いて行った事を付記する。

参 考 文 献

- 柴山知也・Nguyen The Duy・岡安章夫・Nistor Ioan (1996): 碎波帯内底面乱流境界層の数値モデルとその検証, 海岸工学論文集, 43 巻, pp. 446-451.
- Cox, D. T., N. Kobayashi, and A. Okayasu (1996): Experimental and numerical modeling of surf zone hydrodynamics, Res. Report No. CACR-95-07, Center for Applied Coastal Res., Univ. of Delaware, 293 p.
- Duy, N. T., T. Shibayama, and A. Okayasu (1998): A 2-DV numerical solution for the turbulent wave boundary layer

under breaking waves, Proc. of 26th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 484-497.

- Duy, N. T. and T. Shibayama (1997): A convection-diffusion model for suspended sediment in the surf zone, J. of Geophys. Res., 102 (C10), pp. 23169-23186.
- Duy, N. T., T. Shibayama, and A. Okayasu (1996): A turbulent flow model for breaking waves, Proc. of 25th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 200-212.
- Grant, W. D. and O. S. Madsen (1979): Combined wave and current interaction with a rough bottom, J. of Geophys. Res., 84 (C4), pp. 1797-1808.
- Kajiura, K. (1968): A model of the bottom boundary layer in water waves, Bull. Earthquake Res. Inst., 46, pp. 75-123.
- Larson, M. (1995): 乱流波動境界層に対する閉形式の解, 海岸工学論文集, 42 巻 (1), pp. 26-30.
- Shibayama, T. and N.T. Duy (1994): A 2-D vertical model for wave and current in the surf zone based on the turbulent flow equation, CEJ, JSCE, 37(1), pp. 41-65.
- Shibayama, T. and I. Niştor (1998): Modeling of time-dependent sand transport at the bottom boundary layer in the surf zone, CEJ, JSCE, 40 (3), pp. 241-246.
- Trowbridge, J. and O. S. Madsen (1984): Turbulent wave boundary layers, 1, Model formulation and first-order solution, J. of Geophys. Res., 89 (C5), pp. 7989-7997.