

# 準三次元浅水乱流モデルの開発に基づく 三次元大規模渦構造の数値シミュレーション

灘岡和夫\*・田村 仁\*\*・八木 宏\*\*\*・二瓶泰雄\*\*\*\*

## 1. はじめに

海浜流や潮流, 河川流, 湖流などの大規模複雑浅水乱流場は工学的な側面や生態環境学的な側面から見て非常に重要な場であり, そこでの物質, 運動量の輸送混合過程の詳細を精度良くかつ合理的に記述できる数値モデルが必要とされている。

これまで, 大規模浅水乱流場を対象とした数値モデルがいくつか提案されてきているが, 例えば Rostogi・Rodi (1978) によるモデルは, 高精度な  $k-\epsilon$  モデルであるにもかかわらず, それを単純な単一方向規則波による沿岸流場に適用した場合, 非現実的な岸沖分布の沿岸流が得られることが報告されている (O'connor・Yoo, 1987)。また, 中辻ら (1992) による乱流モデルでは, 格子サイズに基づく Smagorinsky モデルを大規模流れ計算に単純に適用していることから, Smagorinsky モデルの前提条件である局所平衡性が満足されない, などの問題がある。

これに対して灘岡・八木 (1993) は, 浅水乱流場が水深スケール以下の局所的な三次元乱れ (SDS 乱れ) と水平大規模渦の共存場とみなせることに着目し, そのような非等方性の強い多重スケール乱流場を, 比較的低い計算負荷で合理的に行う手法として, SDS-2DH モデルを提案し, 水平大規模渦の直接数値計算を可能にしている。

この場合, 計算は水平二次元の枠組みで行われることになるが, 浅水流の場合においても, 河川の二次流や海浜流の戻り流れなど, 流速場の鉛直分布構造が重要な場合があり, さらに, 水平大規模渦自体の三次元構造の存在も, 特に, 大規模渦による底質浮遊を議論する際には極めて重要になるものと考えられる。

そこで, 本研究では, SDS-2DH モデルの低計算負荷, という特長をある程度保つ形で, このような浅水乱流場の計算を合理的に行えるような計算法として, 新たに, 準三次元浅水乱流モデル “SDS-Q3D モデル” を開発し,

その特長を端的に発揮できる対象として, 港口部における水平大規模渦の準三次元計算を行うことを試みた。

## 2. 準三次元浅水乱流モデル SDS-Q3D モデルの開発

SDS-2DH モデルでは, 乱れの分離スケールとして, 通常の LES で用いられる計算格子幅ではなく, 浅水乱流場の物理構造上のキーとなる水深を用いている。これに基づいて水深スケール以下と水平大規模渦スケールの現象を分離し, 水深スケール以下の乱れについては, そのソースも含めてモデル化することで, 大規模複雑乱流場での水平大規模渦の直接数値計算が効率よく行えるモデルとなっている。さらに, このモデルでは乱流モデルとして 1 方程式モデルを用いており, 例えば既存の多くの海浜流モデル (例えば岡安ら (1993), 高木・川原 (1996), 黒岩ら (1997, 1998)) で行われる様に, 経験的にその場の渦動粘性係数をモデル化する必要がなく, さまざまな浅水乱流場に対して汎用的に使用することが可能となっている。

SDS-2DH モデルでは, 以下に示す Reynolds 応力項を勾配拡散の形で表現した Reynolds 方程式と連続式を基礎式としている。

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} = & f_x - g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}k \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} = & f_y - g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\nu_t \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}k \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで,  $t$ : 時間,  $x, y$ : 水平方向座標,  $z$ : 鉛直方向座標,  $g$ : 重力加速度,  $u, v$ : 水平方向流速,  $w$ : 鉛直方向流速,  $h$ : 水位,  $\nu_t$ : 渦動粘性係数,  $k$ : 乱れエネルギー,  $f_x$ : 外力, また  $D/Dt$ : 実質微分を表している。また, 浅

\* フェロー 工 博 東京工業大学教授 大学院情報理工学研究所  
情報環境学専攻  
\*\* 東京工業大学大学院情報理工学研究所情報環境  
学専攻修士課程  
\*\*\* 正 会 員 博(工) 東京工業大学助教授 大学院理工学研究科土木  
工学専攻  
\*\*\*\* 正 会 員 博(工) 東京理科大学講師 理工学部土木工学科

水流場を想定しているため静水圧近似を用いている。

SDS-2DH モデルでは、式 (1)–(3) を水深積分することにより、水平大規模渦を直接シミュレートするための平面二次元モデルを導くとともに、水深スケール以下の乱れ成分については SDS 乱れとして明示的に分離して扱い、その水深平均乱れエネルギー  $k$  を以下の 1 方程式モデルにより評価し、それにより、平面 2 次元モデル中の渦動粘性係数や乱れエネルギーを表現する形になっている。

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) \dots\dots (4)$$

ここで、 $P_k$  : 乱れの生成項、 $\varepsilon$  : エネルギー消散率、 $\sigma_k$  : 乱流プラントル数 (=1.0) である。

本モデルでは、SDS-2DH モデルのように基礎式を単純に水深方向に積分するのではなく、流速を以下の多成分連成表示 (灘岡・中川, 1991; 1993) させ、水深方向に積分を行うことで準三次元化を行った (大山ら, 1999)。具体的にはまず、水平方向流速ベクトル  $\mathbf{u}(x, y, z, t)$  をその鉛直分布関数  $F_m(z)$  とその重み  $U_m(x, y, t)$  の積の和として以下のように表す。

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^N F_m(z) \cdot \mathbf{U}_m(x, y, t) \dots\dots\dots (5)$$

また  $w(x, y, z, t)$  に関しては、式 (5) を用いて連続式 (3) を鉛直方向に積分することで以下のように表す。

$$w(x, y, z, t) = - \sum_{m=1}^N G_m(z) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{U}_m(x, y, t)) \quad (6)$$

ただし、

$$G_m(z) = \int_{-h}^z F_m dz \dots\dots\dots (7)$$

これらを式 (1), (2) に代入し、Galerkin 法を用いて水深積分することで、 $\mathbf{U}_m$  に関する以下の方程式系が求められる。

$$\begin{aligned} & \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial U_m}{\partial t} + \sum_n \sum_m [C_{2imn} \cdot (\mathbf{U}_m \cdot \nabla \mathbf{U}_n) - C_{3imn} \cdot (\mathbf{U}_m \nabla \cdot \mathbf{U}_n)] \\ &= C_{4i} \cdot \left( f_x - g \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \left[ \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\nu_t \frac{\partial U_m}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} C_{4i} \cdot \frac{\partial k}{\partial x} \right] \\ &+ \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial U_m}{\partial y} + \frac{\partial V_m}{\partial x} \right) \right] + F_{is} \cdot \tau_{sx} - F_{ib} \cdot \tau_{bx} \\ &- \nu_t \left[ C_{5im} \cdot U_m - C_{6im} \cdot \left( \frac{\partial^2 U_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial x \partial y} \right) \right] \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial V_m}{\partial t} + \sum_n \sum_m [C_{2imn} \cdot (\mathbf{U}_m \cdot \nabla V_n) - C_{3imn} \cdot (V_m \nabla \cdot \mathbf{U}_n)] \\ &= C_{4i} \cdot \left( f_y - g \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial V_m}{\partial x} + \frac{\partial U_m}{\partial y} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left[ \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\nu_t \frac{\partial V_m}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} C_{4i} \cdot \frac{\partial k}{\partial y} \right] \\ &+ F_{is} \cdot \tau_{sy} - F_{ib} \cdot \tau_{by} \\ &- \nu_t \sum_m \left[ C_{5im} \cdot V_m - C_{6im} \cdot \left( \frac{\partial^2 U_m}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial y^2} \right) \right] \dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで、 $h$  : 水深、 $F_{is} = F(0)$ 、 $F_{ib} = F(-h)$ 、 $\tau_s$  : 表面せん断力、 $\tau_b$  : 底面せん断力であり、各係数は次式により表される。

$$\left. \begin{aligned} C_{1im} &= \int_{-h}^0 F_i F_m dz & C_{2imn} &= \int_{-h}^0 F_i F_m F_n dz \\ C_{3imn} &= \int_{-h}^0 F_i \frac{\partial F_m}{\partial z} G_n dz & C_{4i} &= \int_{-h}^0 F_i dz \\ C_{5im} &= \int_{-h}^0 \frac{\partial F_i}{\partial z} \frac{\partial F_m}{\partial z} dz & C_{6im} &= \int_{-h}^0 \frac{\partial F_i}{\partial z} G_m dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

また、連続式については、単純な水深積分により、次式が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_m \nabla \cdot [(G_m(0) + F_{m0} \eta) \mathbf{U}_m] = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $F_{m0} = F(0)$  である。

なお、式 (8), (9) や式 (11) を導出する過程で、底面境界条件と自由表面における境界条件を用いるとともに、底面の緩勾配仮定を用いている。

鉛直分布関数としては、ここでは、完備直交関数系の一種である Legendre 多項式 (図-1) を用いている。その場合、その直交性により、 $C_{1im}$ 、 $C_{4i}$  はそれぞれ  $i \neq m$ 、 $i \neq 1$  のとき 0 となる。鉛直分布関数としてこのような直交関数系を用いる場合には、鉛直方向にいわゆるスペクトル法を適用して定式化したことと等価になる。そして、展開項数  $N$  を十分大きく取れば、Full-3D モデルになり、 $N$  を 1 にすれば、2DH モデルとなる。しかし後で具体例を示すように、通常の目的の範囲であれば  $N$  はたかだか 2 ないし 3 程度で十分で、その場合には、本モデルは、準三次元モデルとしての SDS-Q3D モデルとなる。

なお、乱流モデルとしては、ここでは、SDS-2DH モデ

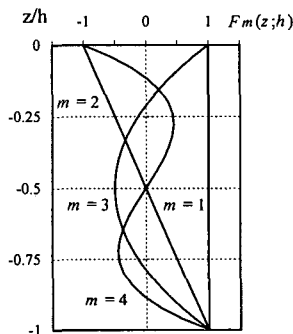


図-1 Legendre 多項式

ルと同様に、水深平均乱れエネルギー $k$ に関する1方程式モデル(式(3))を用いているが、成分数 $N$ を大きくとって、流速場の鉛直分布構造を詳細にシミュレートする場合には、乱れエネルギーの鉛直分布表現もモデル中に導入する必要が出てくる。

### 3. 港口部における三次元大規模渦の数値シミュレーション

流動場の三次元性が物質輸送に大きく影響を与える典型的な一つの例として、中小港湾の防波堤先端での長周期波による大規模渦の発生がある。このような場では、渦による上昇流が底質を連行し、これにより高濃度の浮遊砂領域が形成され、またこれが移流されることで、港内に多量の浮遊砂が運び込まれるという現地観測結果が報告されている(松本ら(1993), 中山ら(1994))。そこで、ここでは、このような中小港湾の港口部を想定した長周期波に伴う大規模渦生成の数値シミュレーションを行った。

#### (1) 数値計算概要

計算領域には、図-2に示すように領域中央に港口部を設定した。また境界条件としては、上記の観測結果を参考にして、沖側境界で水位変動を振幅0.2 m、周期100 sとして与え、またそれ以外の境界では壁面slip条件とした。計算格子幅は $x, y$ 方向にそれぞれ2 mと1 m、また計算時間刻み幅は0.05秒、連成分数は3とした。

#### (2) 本数値モデルの基本性能の検討

図-3は、計算開始110秒後の(a)表層流速分布、(b)底面流速分布、(3)水位分布、(d)水深平均鉛直流速分布を、図-2中の点線で示した部分に関して表したものである。これらから、表層流速と底面流速の慣性の大きさの違いにより、底層流が水位コンターにほぼ沿った形に流れているのに対して表層流は外側に大きく膨れる形になっており、それに伴って水平大規模渦の中心付近で上昇流が生じていることがわかる。この上昇流をより詳細に見るために、図-3(d)の一点鎖線位置での鉛直断面内の流速分布を示したものが図-4である。これから、最大15 cm/s程度に達する鉛直流速が現れていることがわかる。

図-5は、水深平均鉛直流速を、それぞれ(a)連成分数が1、つまり平面二次元モデルで計算した場合と(b)連成分数を2として計算した結果を示したものである。水平大規模渦に伴う上昇流は、基本的には、水平流速の鉛直分布の存在に伴う上層と下層の慣性レベルの違いによって生じるものであることから、成分数1(したがって一様流速分布)の(a)では当然ながら大規模渦に伴う鉛直流速は見られない。しかし、(b)のように成分数を2としただけでも鉛直流速は生じ、しかもそのパターンや大きさは、成分数3で計算した場合の図-3(d)の結果と大差ないことがわかる。

#### (3) 港口部における浮遊砂追跡計算

このような大規模渦の三次元構造により底面でピックアップされた粒子がどのようなラグランジュ的な挙動を示すかということを調べるために、簡単な粒子追跡計算

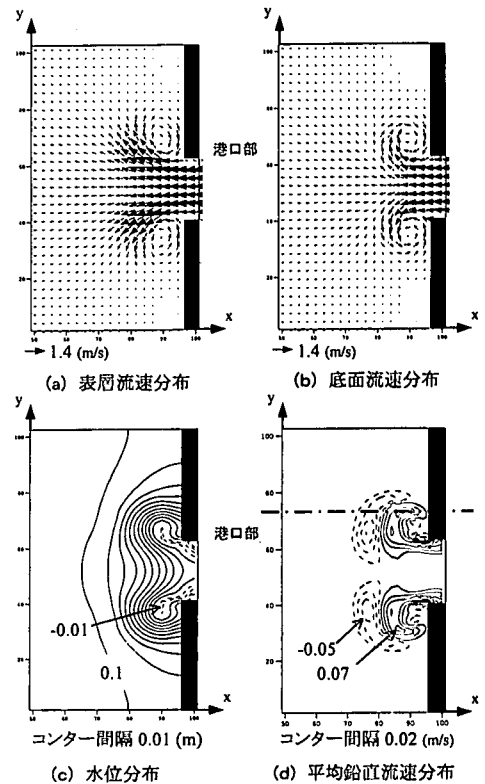


図-3 大規模渦の平面構造

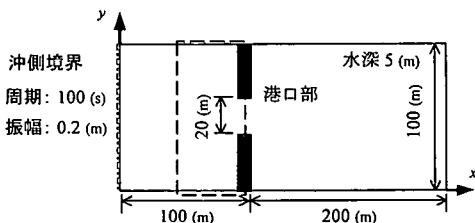


図-2 計算領域

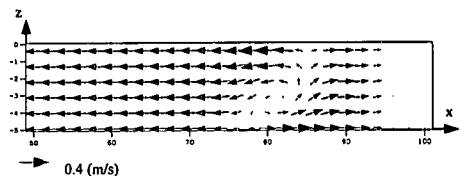


図-4 大規模渦中の断面流速分布

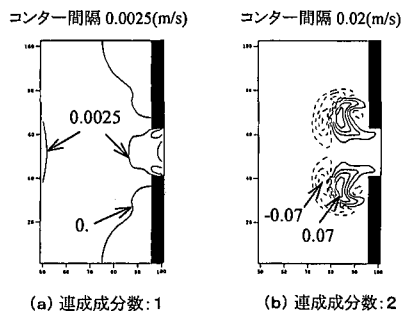


図-5 平均鉛直流速の比較

を行った。計算は平均粒径 0.2 mm、比重 2.65 の底質粒子を想定し、沈降度速は 2.47 cm/s とした。また粒子は、港外の港口部に大規模渦が出来始める計算開始 80 秒から 140 秒後までの 60 秒間の 2 秒毎に、 $x$  軸方向に 82 m から 95 m の間  $y$  軸方向には 26 m から 45 m の間にそれぞれ 1 m 間隔で底面上に投入した。また、粒子の変動速度成分の評価に関しては、二瓶 (1999) と同様の方法を用いて変動の大きさを求め、それに乱数を掛けることで表現した。底面からの粒子の pick-up に関しては、底面にある粒子の鉛直方向流速の乱れ成分が正のときのみ粒子を移動させる形で取り扱った。

図-6 は、110 秒から 170 秒までの防波堤端部周辺における粒子の空間分布を 20 秒ごとに示したものであり、各図の上側に  $xy$  平面分布 (水深積分値) を、下側に  $xz$  断面分布 ( $y$  方向積分値) を表している。これらを見ると、110 秒には港口部前面付近の底層に帯状の粒子の収束領域が発生し、それが時間とともに中層まで上昇しながら構造物前面に移動し、そこで高濃度の浮遊砂領域を形成している。さらに、計算開始 150 秒後には流れの方向が港口部で反転し港内に向かう流速になるが、粒子はそれに乗って港内に移流されていることがわかる。

これらの数値実験から、長周期波に伴って生成される港口部の水平大規模渦が、底質の巻き上げや輸送に重要な役割を果たすことがわかる。

#### 4. おわりに

本研究では SDS-2DH モデルをベースとして、比較的低い計算負荷で合理的に浅水大規模乱流場の三次元性を考慮できる、準三次元浅水乱流モデル、SDS-Q3D モデルを開発した。また、これを用いて長周期波によって港口部に発生する水平大規模渦の数値シミュレーション、また、浮遊砂のラグランジュ的挙動の追跡計算を行い、大規模渦の三次元構造とそれに伴う上昇流をシミュレート

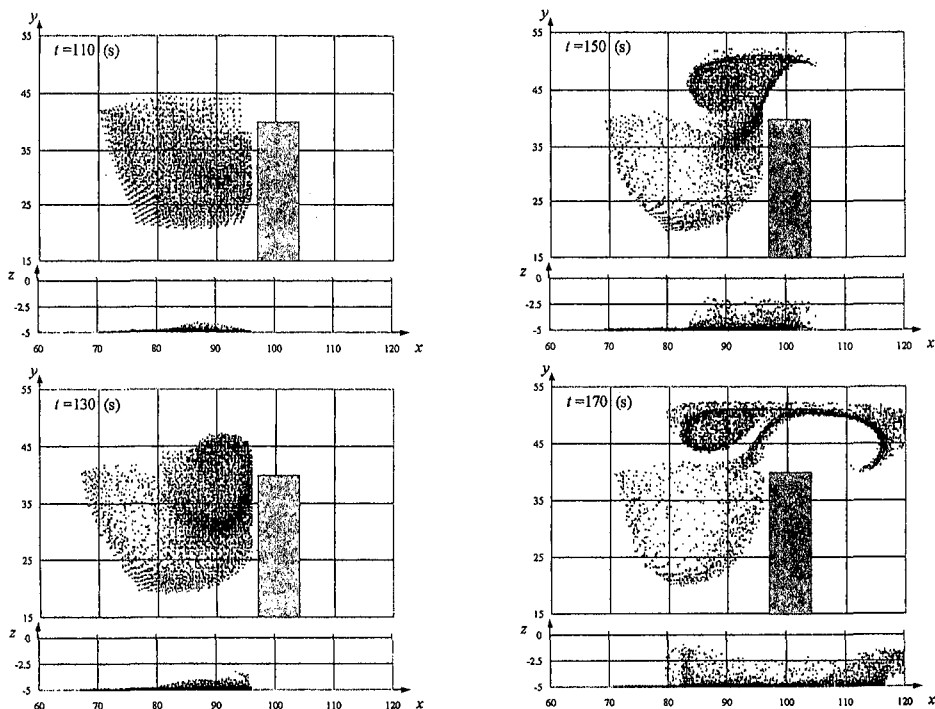


図-6 大規模渦中の粒子の三次元的挙動

することに成功し、底質の浮遊過程における水平大規模渦の重要性を指摘した。なお今後、今回開発した SDS-Q3D モデルをさらに準三次元物質輸送モデルとカップリングすることにより、非平衡物質輸送モデルの構築を行っていく予定であり、本流動場数値計算モデルの開発はその第一段階として位置づけられるものである。

### 参 考 文 献

- 大山 巧・石原 孟・澁岡和夫 (1999): 鉛直積分型 Reynolds 方程式による碎波時流体力評価, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 166-170.
- 岡安章夫・瀬尾貴之・柴山知也 (1993): 碎波による運動量輸送を考慮した海浜流の準 3 次元数値モデル, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 251-255.
- 黒岩正光・野田英明・芳原康征 (1997): 準 3 次元海浜流場の数値シミュレーションに関する研究, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 151-155.
- 黒岩正光・野田英明・中嶋孝昌・森山貴之 (1998): 構造物周辺における準 3 次元海浜流場の適応性に関する研究, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 196-200.
- 高木利光・川原睦人 (1996): モードスプリット有限要素法を用いた準 3 次元海浜流数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 43 巻, pp. 361-365.
- 中辻啓二・狩野晋一・栗田秀明 (1992): SGS 渦動粘性係数を用いた大阪湾潮流の有限要素解析, 水工学論文集, 第 36 巻, pp. 693-696.
- 中山哲蔵・山本 潤・松岡道夫・池田正徳・竹内聖一・澁岡和夫・八木 宏 (1994): 中小港湾港口部に発生する水平大規模渦についての現地観測, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 321-325.
- 澁岡和夫・中川康之 (1991): Galerkin 法に基づく強分散性波動方程式の導出と背景について, 東京工業大学土木工学科研究報告, No. 44, pp. 63-75.
- 澁岡和夫・中川康之 (1993): 不規則波動シミュレーションのための強分散性波動方程式の導出とその基本特性の検討, 土木学会論文集, No. 467/II-23, pp. 83-92.
- 澁岡和夫・八木 宏 (1993): 浅い水域の乱流場に関する数値計算モデルの開発と沿岸流場への適用, 土木学会論文集, No. 473, pp. 25-34.
- 二瓶泰雄 (1999): 新しい計算手法に基づく混相乱流 LES の開発と複雑混相乱流解析への応用, 東京工業大学学位論文, pp. 14-16.
- 松本 朗・松岡道夫・中山哲蔵・山本 潤・澁岡和夫・八木 宏 (1993): 中小港湾埋没機構解明に向けての長期連続現地観測の試み, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 491-495.
- O'conner, B. A. and Yoo, D. (1987): Turbulence modeling of surf zone mixing processes, Coastal Hydrodynamics, ASCE, pp. 397-420.
- Rastogi, A. K. and Rodi, W. (1978): Predictions of heat and mass transfer in open channels, J. of Hydraulics Eng., pp. 397-420.