

非線形緩勾配方程式を用いた碎波・遡上計算モデルの開発

有 川 太 郎*・磯 部 雅 彦**

1. はじめに

沿岸域で発生する漂砂, 離岸流等の予測を行うためには, 沿岸域における波・流れの場を正確に予測できるようにすることが重要となる。波による流れの発生は, 平均水位と密接な関係がある。平均水位は, 2 次の微小量であり, 平均水位まで含めて精度よく波浪場を予測するためには, 非線形波動方程式, 適切な碎波モデル, および遡上境界の取り扱いが必要となる。

著者ら (たとえば, 有川・磯部, 1997) は, 非線形方程式として, 強非線形・強分散方程式である非線形緩勾配方程式 (磯部, 1994) を用いて数値計算手法の開発を行ってきた。これまで, 強非線形・強分散方程式における遡上境界モデルの適用例はない。遡上境界は, 先端条件を的確に与えることが重要となる。非線形緩勾配方程式は, 未知変数に流量ではなく, 速度ポテンシャルを用いているために, 多くの研究で見られるような, 流量を用いた境界条件では, 厳密な境界の取扱いは困難となる。そこで, 力学的境界条件を用いて, 先端値をラグランジュ的に求める方法を用いる。また, 先端における水位は, 岸沖方向のみ格子を増減する方法を用いてなめらかに境界を取り扱えるようにする。

本論文では, 断面および, 平面における遡上境界モデルを開発し, その結果を解析解および実験と比較検討することを目的とした。今回は碎波モデルとして, Dibajnia・渡辺 (1987) のモデルを用いた。

2. 基礎方程式

(1) 全水深を用いた鉛直分布関数による導出

非線形緩勾配方程式は, 磯部 (1994) により導出された方程式であり, 速度ポテンシャルを既知の鉛直分布関数系 Z_a およびその重み未知係数 f_a を用いて級数で近似し, 変分原理を用いて定式化される。磯部 (1994) は $Z_a = Z_a(z; h(x, t))$ のように水深のみの関数としたが, ここでは, $Z_a = Z_a(z; h(x, t), \eta(x, t))$ として, 基礎方程式を導出する。導出方法は磯部 (1994) と同様に変分原理を用いる。

波の場での Lagrangian は,

$$L[\phi, \eta] = \int_{t_1}^{t_2} \iint_A \int_{-h}^{\eta} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + g z \right\} \cdot dz dA dt \quad \cdots (1)$$

で定義される (Luke, 1967)。ここで, g は重力加速度, A は平面における対象領域, t_1, t_2 は開始時間および終了時間をそれぞれ表す。速度ポテンシャルを,

$$\phi = Z_a(z; h(x, t), \eta(x, t)) f_a \quad \cdots (2)$$

の様に仮定する。そうすると, 鉛直方向に積分をすることによって求められる Lagrangian は,

$$L[f_a, \eta] = \int_{t_1}^{t_2} \iint_A \xi \left(\eta, \frac{\partial \eta}{\partial t}, \nabla \eta, f_a, \frac{\partial f_a}{\partial t}, \nabla f_a \right) dA dt \quad \cdots (3)$$

$$\begin{aligned} \xi \left(\eta, \frac{\partial \eta}{\partial t}, \nabla \eta, f_a, \frac{\partial f_a}{\partial t}, \nabla f_a \right) &= \frac{\partial \eta}{\partial t} f_a \bar{Z}_a + \frac{\partial f_a}{\partial t} \bar{Z}_a + \frac{\partial h}{\partial t} f_a \bar{Z}_a \\ &+ \frac{1}{2} E_{a\beta} f_a f_\beta (\nabla \eta)^2 + \frac{1}{2} D_{a\beta} f_a f_\beta (\nabla h)^2 + \frac{1}{2} A_{a\beta} \nabla f_a \nabla f_\beta \\ &+ G_{a\beta} f_a f_\beta \nabla \eta \nabla h + C_{a\beta} f_a \nabla f_\beta \nabla h + F_{a\beta} \nabla f_a \nabla \eta \\ &+ \frac{1}{2} B_{a\beta} f_a f_\beta + \frac{1}{2} g (\eta^2 - h^2) \quad \cdots (4) \end{aligned}$$

となる。ここで, $\bar{Z}_a$ や, $A_{a\beta}$ は後述する。変分原理から Euler 方程式は,

$$\frac{\partial \xi}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \xi}{\partial \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)} \right] + \nabla \left[\frac{\partial \xi}{\partial (\nabla \eta)} \right] \quad \cdots (5)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial f_a} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \xi}{\partial \left(\frac{\partial f_a}{\partial t} \right)} \right] + \nabla \left[\frac{\partial \xi}{\partial (\nabla f_a)} \right] \quad \cdots (6)$$

であるので, 基礎方程式は,

$$\begin{aligned} Z_a^\eta \frac{\partial f_a}{\partial t} + \left[\frac{\partial Z_a^\eta}{\partial h} - \frac{\partial Z_a^{\eta-h}}{\partial h} \right] f_a \frac{\partial h}{\partial t} + g \eta + \left(\frac{1}{2} \bar{A}_{a\beta} - F_{a\beta} \right) \nabla f_a \nabla f_\beta \\ - \frac{1}{2} \bar{E}_{a\beta} f_a f_\beta (\nabla \eta)^2 - \bar{E}_{a\beta} f_a f_\beta \nabla \eta \nabla h - 2 E_{a\beta} (\nabla f_a) f_\beta \nabla \eta \\ + \left(\frac{1}{2} \bar{D}_{a\beta} - \bar{G}_{a\beta} \right) f_a f_\beta (\nabla h)^2 - (G_{a\beta} + G_{\beta a} + \bar{F}_{a\beta} - \bar{C}_{\beta a}) \\ \cdot \nabla f_a \nabla f_\beta \nabla h - E_{a\beta} f_a f_\beta \nabla^2 \eta - G_{a\beta} f_a f_\beta \nabla^2 h \\ - F_{a\beta} (\nabla^2 f_a) f_\beta + \frac{1}{2} \bar{B}_{a\beta} = 0 \quad \cdots (7) \end{aligned}$$

* 正会員 博(工) 運輸省港湾技術研究所

** フェロー 工 博 東京大学教授 新領域創成科学研究科

$$\begin{aligned}
& -Z_a^n \frac{\partial \eta}{\partial t} - Z_a^n \frac{\partial h}{\partial t} \\
& + (E_{a\beta} - \tilde{F}_{a\beta}) f_\beta (\nabla \eta)^2 + (D_{a\beta} - \tilde{C}_{\beta a}) f_\beta (\nabla h)^2 \\
& + (G_{a\beta} + G_{\beta a} - \tilde{C}_{\beta a} - \tilde{F}_{a\beta}) f_\beta \nabla \eta \nabla h + B_{a\beta} f_\beta \\
& + (C_{a\beta} - C_{\beta a} - \tilde{A}_{a\beta}) \nabla f_\beta \nabla h + (F_{\beta a} - F_{a\beta} - \tilde{A}_{a\beta}) \nabla f_\beta \nabla \eta \\
& - C_{\beta a} f_\beta \nabla^2 h - F_{a\beta} f_\beta \nabla^2 \eta - A_{a\beta} \nabla^2 f_\beta = 0 \quad \dots\dots\dots (8)
\end{aligned}$$

のようになる。ここで係数は、

$$\bar{Z}_a = \int_{-h}^{\eta} Z_a dz, \quad \tilde{Z}_a = \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_a}{\partial \eta} dz, \quad \bar{Z}_a = \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_a}{\partial h} dz$$

$$A_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} Z_a Z_\beta dz, \quad B_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_a}{\partial z} \frac{\partial Z_\beta}{\partial z} dz, \quad C_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_a}{\partial h} Z_\beta dz$$

$$D_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_a}{\partial h} \frac{\partial Z_\beta}{\partial h} dz, \quad E_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_a}{\partial \eta} \frac{\partial Z_\beta}{\partial \eta} dz$$

$$F_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} Z_a \frac{\partial Z_\beta}{\partial \eta} dz, \quad G_{a\beta} = \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_a}{\partial \eta} \frac{\partial Z_\beta}{\partial h} dz \quad \dots\dots\dots (9)$$

であり、また、 $A_{a\beta} \sim G_{a\beta}$ につく、 $\sim$ や、 $\hat{\cdot}$ は、

$$\tilde{A}_{a\beta} = \frac{\partial A_{a\beta}}{\partial \eta}, \quad \tilde{A}_{a\beta} = \frac{\partial A_{a\beta}}{\partial h} \quad \dots\dots\dots (10)$$

などと定義する。

ここで、 $Z_a = Z_a(z; h(x, t), \eta(x, t))$ として、

$$Z_a = \left(\frac{h+z}{h+\eta} \right)^{2(a-1)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

とすると、基礎方程式は、

$$\begin{aligned}
& 1. \alpha \frac{\partial f_a}{\partial t} + g\eta + \frac{4\beta-3}{2\{2(\alpha+\beta)-3\}} \nabla f_a \nabla f_\beta \\
& + \frac{2(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{(h+\eta)^2} f_a f_\beta (\nabla \eta)^2 + \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \\
& \cdot \frac{1}{(h+\eta)^2} f_a f_\beta \nabla \eta \nabla h - \frac{8(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{h+\eta} (\nabla f_a) f_\beta \nabla \eta \\
& - \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{h+\eta} f_a f_\beta \nabla^2 \eta \\
& + \frac{8(\alpha-1)(\beta-1)}{2\{2(\alpha+\beta)-4\}\{2(\alpha+\beta)-3\}} \frac{1}{h+\eta} (\nabla f_a) f_\beta \nabla h \\
& + \frac{2(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} (\nabla^2 f_a) f_\beta - \frac{2(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-5} \\
& \cdot \frac{1}{(h+\eta)^2} f_a f_\beta = 0 \quad \dots\dots\dots (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -1. \alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{h+\eta} f_\beta (\nabla \eta)^2 + \frac{2(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \\
& \cdot f_\beta \nabla^2 \eta - \frac{8(\alpha-1)(\beta-1)}{2\{2(\alpha+\beta)-4\}\{2(\alpha+\beta)-3\}} \frac{1}{h+\eta} f_\beta \nabla \eta \nabla h \\
& + \frac{2(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \nabla f_\beta \nabla \eta + \left[\frac{2(\alpha-1)}{2\{2(\alpha+\beta)-4\}\{2(\alpha+\beta)-3\}} \right. \\
& \left. - \frac{1}{2(\alpha+\beta)-3} \right] \nabla f_\beta \nabla h + \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-5} \frac{1}{h+\eta} f_\beta \\
& - \frac{1}{2(\alpha+\beta)-3} (h+\eta) \nabla^2 f_\beta = 0 \quad \dots\dots\dots (13)
\end{aligned}$$

となる。

(2) 砕波減衰項

砕波減衰項は有川・磯部 (1998) による拡散型の砕波減衰項 M_D を用いる。しかし、setup が生じないという問

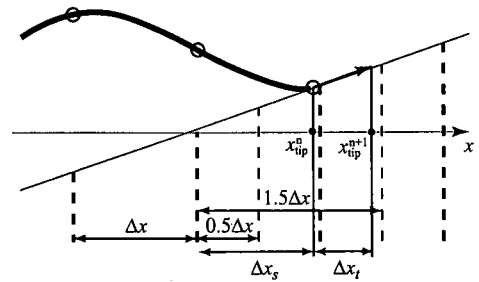


図-1 先端部付近の格子の概念図

題があったために、次のようにした。

$$M_D = -\nu_f \nabla^2 Z_a^n f_a + \nu_f' Z_a^n f_a \quad \dots\dots\dots (14)$$

また、遡上部を入れて安定に計算させるために、 ν_f, ν_f' として、Dibajnia・渡辺 (1987) が提案した f_D を用いて、

$$\nu_f = \frac{gD}{\omega^2} f_D \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\nu_f' = f_D \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$f_D = \alpha_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{D}} \sqrt{\frac{\bar{u} - u_r}{u_s - u_r}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$u_s = 0.4(0.57 + 5.3 \tan \beta) \sqrt{gD} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$u_r = 0.4 \left(\frac{u}{a} \right)_b \sqrt{gD} \quad \dots\dots\dots (19)$$

とする。

3. 数値計算方法

(1) 断面における計算方法

断面における計算は、有川・磯部 (1997) のように、差分手法に Crank-Nicholson 法を用い、Newton 法により行った。沖側境界や入射方法はそこに詳しく述べられているために、ここでは、遡上境界について述べる。遡上付近の格子の概念を図-1 に示す。ここで、図中の Δx は通常の格子間隔、 Δx_s は先端における格子間隔、および Δx_t は先端の移動量を表す。よって、 $\Delta x_s + \Delta x_t$ が次ステップにおける先端の格子間隔となる。

先端粒子の 1 タイムステップ間の移動量 Δx_t は、

$$\Delta x_t = \int_t^{t+\Delta t} u dt \quad \dots\dots\dots (20)$$

であり、先端 $x = x_{up}$ での水面変動の境界条件は、

$$h + \eta = 0 \quad (\text{at } x = x_{up}) \quad \dots\dots\dots (21)$$

である。数値計算上では、先端粒子の移動量は、収束計算を用いず、 n タイムステップを既知とすると、 $n+1$ タイムステップの移動量 Δx_t^{n+1} は、

$$\Delta x_t^{n+1} = u^n \Delta t = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Delta t \quad \dots\dots\dots (22)$$

とした。つまり、前の時間ステップの値のみを用いて評価しているため、その移動量は既知数となる。

水面での力学的境界条件は,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 \Big|_{z=\eta} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \Big|_{z=\eta} + g\eta = 0 \quad (\text{at } x = x_{\text{tip}}) \cdots (23)$$

であるが, これを変形すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + (\nabla \phi)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 - \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + g\eta &= 0 \\ \frac{D\phi}{Dt} = \frac{1}{2} \left[(\nabla \phi)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] - g\eta &\cdots (24) \end{aligned}$$

となり, これから先端における速度ポテンシャルを求めることができる。そして, その重み係数の先端値は次のように決定される。鉛直分布関数を式 (11) が場合には, 鉛直方向流速は,

$$\begin{aligned} w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} = -\nabla h \nabla f_1 + \frac{\partial Z_a}{\partial z} f_a \\ &= -\nabla h \nabla f_1 + (2\alpha' - 2) \frac{(h+z)^{2\alpha'-3}}{(h+\eta)^{2\alpha'-2}} f_a \\ &(\alpha' = 2, 3, \cdots N) \cdots (25) \end{aligned}$$

となる。先端の極近傍の水表面では, $h+\eta=\delta$ とすると,

$$w = -\nabla h \nabla f_1 + (2\alpha' - 2) \frac{1}{\delta} f_a \quad (\alpha' = 2, 3, \cdots N) \cdots (26)$$

となる。よって, $\delta \rightarrow 0$ で発散が起これないためには,

$$f_a|_{x=x_{\text{tip}}}=0 \quad (\alpha' = 2, 3, \cdots N) \cdots (27)$$

が必要となることがわかる。この時, 先端では, $h+\eta=0$ であるために, 先端での速度ポテンシャルは,

$$\phi|_{x_{\text{tip}}}=f_1 \cdots (28)$$

となり, 重み係数の境界値が決定される。

おのおのを離散化すると, 先端の次ステップの水面変動の値 η_{n+1}^* は,

$$\eta_{n+1}^* = -h|_{x=x_{\text{tip}}^{n+1}} \cdots (29)$$

$$x_{\text{tip}}^{n+1} = x_{\text{tip}}^n + \Delta x_t \cdots (30)$$

となる。

次に, 重み係数は, 式 (24), (27), および (28) を用いて,

$$\frac{D\phi}{Dt} \Big|_{x_{\text{tip}}} = \frac{Df_1^{n+1}}{Dt} = \frac{1}{2} \left[(\nabla \phi)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right]^n - g\eta^n \cdots (31)$$

となり,

$$f_1^{n+1} = f_1^n + \Delta t \left[\frac{1}{2} \left[(\nabla \phi)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right]^n - g\eta^n \right] \cdots (32)$$

となる。よって, 遡上境界ではすべての変数を既知として与える Dirichlet 型になる。また差分に関しては, 2 次近似の後退差分を用いた。

格子間隔について述べる。先端の格子の間隔を時々刻々変化させることにより, スムースな汀線の変化が得られるようにする (図-1)。また,

$$0.5\Delta x \leq \Delta x_s \leq 1.5\Delta x \cdots (33)$$

とし, $\Delta x_s \leq 0.5\Delta x$ となる場合は格子数を一つ減らし, Δx_s

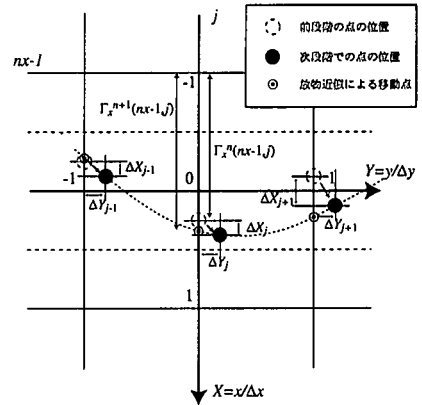


図-2 平面における遡上の近似方法

$\geq 1.5\Delta x$ の場合には格子数を一つ増加する。また, 1 タイムステップ内で格子数の増減は 1 より大きくならないように, Δt を設定する。

格子数が増加した場合, 増加した点における変数値は, 放物近似による内挿値を用いる。

(2) 平面における計算方法

平面における計算は, 有川・磯部 (1998) に述べられている, 陽的な計算方法を用いた。側壁や沖側境界, 入射方法はそこに述べられているとおりとする。

平面における遡上部の取り扱いでは, y 方向の格子間隔は変化させないこととする。先端部の点における, 変数の境界値の予測は断面と同様とする。ただし, y 方向の流速も考慮するために, 格子からずれるところに移動する (図-2)。対象としている軸のとなり 2 点と, その軸の 1 点を用いて, 放物近似を行い, その軸上の次の段階における位置を近似する。

その際, 対象とする軸とそこを通る x 軸の交点を原点とする新しい座標軸 (X, Y) を定義する。ただし, $\Delta x, \Delta y$ で標準化しておく。

nx を x 軸上での最後の格子番号とし, $\Gamma_x^n(nx-1, j)$ は y 軸上の j 番目の格子の標準化された前段階での最後の格子間隔とする。また, u_j や v_j は, x, y 方向の流速とする。黒点の $j-1$ 番目, j 番目, および $j+1$ 番目での移動量は, それぞれ

$$\Delta X_{j-1} = \frac{u_{j-1}\Delta t}{\Delta x} \cdots (37)$$

$$\Delta X_j = \frac{u_j\Delta t}{\Delta x} \cdots (38)$$

$$\Delta X_{j+1} = \frac{u_{j+1}\Delta t}{\Delta x} \cdots (39)$$

となるので, それぞれの, X 座標は,

$$X_{j-1} = \Gamma_x^n(nx-1, j-1) + \frac{u_{j-1}\Delta t}{\Delta x} - 1 \cdots (40)$$

$$X_j = \Gamma_x^n(nx-1, j) + \frac{u_j \Delta t}{\Delta x} - 1 \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$X_{j+1} = \Gamma_x^n(nx-1, j+1) + \frac{u_{j+1} \Delta t}{\Delta x} - 1 \quad \dots\dots\dots (42)$$

となる。また、Y座標は、

$$Y_{j-1} = -1 + \frac{v_{j-1} \Delta t}{\Delta y} \quad \dots\dots\dots (43)$$

$$Y_j = \frac{v_j \Delta t}{\Delta y} \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$Y_{j+1} = 1 + \frac{v_{j+1} \Delta t}{\Delta y} \quad \dots\dots\dots (45)$$

となり、よって、放物線の方程式は、

$$X = \frac{(Y - Y_j)(Y - Y_{j+1})}{(Y_{j-1} - Y_j)(Y_{j-1} - Y_{j+1})} X_{j-1} \\ + \frac{(Y - Y_{j-1})(Y - Y_{j+1})}{(Y_j - Y_{j-1})(Y_j - Y_{j+1})} X_j \\ + \frac{(Y - Y_{j-1})(Y - Y_j)}{(Y_{j+1} - Y_{j-1})(Y_{j+1} - Y_j)} X_{j+1} \quad \dots\dots\dots (46)$$

となるため、 $Y=0$ を代入すると、 j 番目の位置のX座標になり、

$$\Gamma_x^{n+1}(nx-1, j) = 1 + X_{Y=0} \quad \dots\dots\dots (47)$$

となる。よって、 Δx_j は、

$$\Delta x_j = \Gamma_x^{n+1}(nx-1, j) - \Gamma_x^n(nx-1, j) \quad \dots\dots\dots (48)$$

また、重み係数である f_i に関しても、 x 軸に垂直な面に投影したと考えて、

$$f_i = \frac{(Y - Y_j)(Y - Y_{j+1})}{(Y_{j-1} - Y_j)(Y_{j-1} - Y_{j+1})} f_{i,j-1} \\ + \frac{(Y - Y_{j-1})(Y - Y_{j+1})}{(Y_j - Y_{j-1})(Y_j - Y_{j+1})} f_{i,j} \\ + \frac{(Y - Y_{j-1})(Y - Y_j)}{(Y_{j+1} - Y_{j-1})(Y_{j+1} - Y_j)} f_{i,j+1} \quad \dots\dots\dots (49)$$

とする。こうして、 $Y=0$ を代入すると、求まることになる。

ただし、 $j=2, ny-2$ では、端点を求めるために、 $j=2$ では、 $Y=-2, -1, 0$ を代入し、 $j=ny-2$ では、 $Y=0, 1, 2$ を代入する。

格子数の増減に対しては、岸沖方向に関しては、断面と同様に最後の格子間隔の長さによって行う。そのとき沿岸方向において、隣の差分点がDryである場合は、隣の格子間隔を半分の格子間隔として、差分を行う。また、Wetである場合で、格子として認識されていない場合は、放物を用いて内挿を行うものとする。

(3) 碎波判定に関して

碎波点の決定方法は、有川・磯部(1997)に基づき、 u/C で行う。ここで、 C は、

$$C = \sqrt{gD} \quad \dots\dots\dots (50)$$

とする。また、 f_D を用いる場合、沖側の碎波点のみをとる必要があり、そのため、1周期間でもっとも沖側に位置する碎波点を採用した。

さらに、 f_D で用いられているパラメタ a_D は、碎波点近傍で徐々に増加させて、数値反射を防ぐ必要がある。そこで、碎波点における線形分散関係式から求められる波長を L_b として、碎波点前の距離 l_a から碎波点後の距離 l_b まで線形で上昇させることにし、それぞれ、

$$l_a = 0.2L_b, \quad l_b = 1.5L_b \quad \dots\dots\dots (51)$$

とした。

4. 断面における計算結果

(1) 非碎波条件での検討

非碎波条件での遡上の解析解はCarrier and Greenspan(1957)により、非線形長波方程式を用いて解かれている。この解における非碎波条件の極限值と計算結果を比較する。具体的な波の諸量は、周期は3.14 s、波高を 1.55×10^{-4} m、沖側の水深を0.1 mとした。また、斜面勾配は、1/50である。その結果は図-3である。

解析解とよく一致しており、これにより、本方法で妥当な結果が得られていることが確認できた。

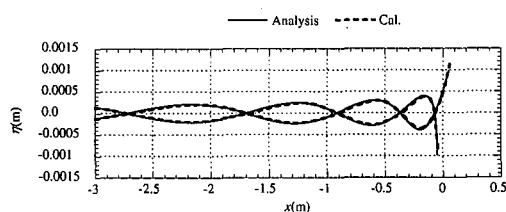


図-3 非碎波条件での解析との空間波形比較

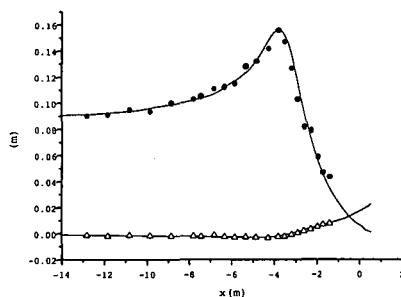


図-4 実験との比較 [Nwogu, 1996]

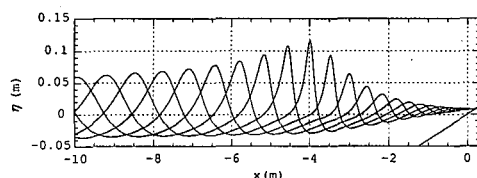


図-5 空間波形 (全体図)

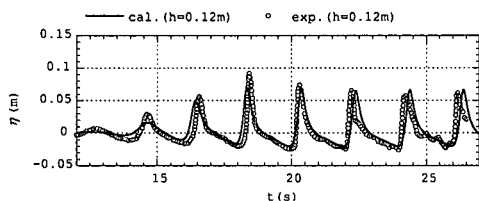
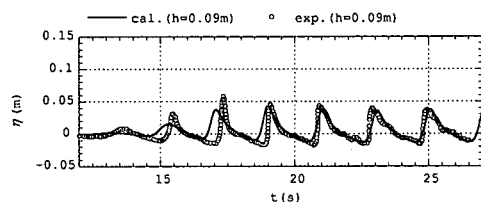
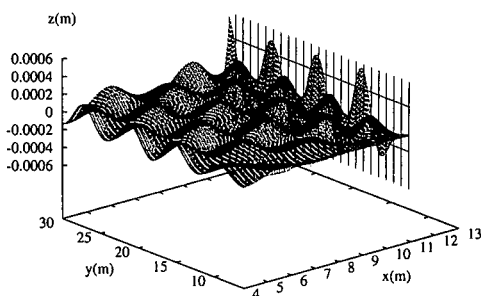
図-6 時系列波形の比較 ($h=0.12$ (m))図-7 時系列波形の比較 ($h=0.09$ (m))

図-8 非砕波条件での鳥瞰図

(2) 砕波実験との比較検討

実験条件として, Nwogu (1996) を用いる。斜面勾配は, $1/25$, 入射波高 0.09 m, 周期 2.0 s, 沖での静水深 0.56 m, である。実験と比較したものが図-4である。 $u/C=0.85$ とした。

また, 空間波形および砕波帯内 ($h=12$ cm, 9 cm) の時系列波形を図-5および6, 7に載せる。

これらより実験値とよく整合していることがわかる。

5. 平面における計算結果

(1) 非砕波条件における計算結果

まず, 非砕波条件における計算結果である。これは比較すべき解析解がないために, 鳥瞰図と汀線を載せる。具体的な波の諸量は, 周期を 3.14 s, 波高を 1.55×10^{-4} m, 沖側の水深を 0.1 m, 入射角度を 30 度とした。斜面勾配は, $1/20$ である。その結果は図-8および図-9である。

(2) 実験との流れの比較

最後に, 沿岸方向の平均流速を比較するために, Visser (1991) が行った実験を用いる。波浪の諸条件は, 周期 1.85 s, 入射波高 0.071 m, および入射角 15.4 度とした。また, 沖側の水深は 0.35 m, 斜面勾配は $1/20$ とする。

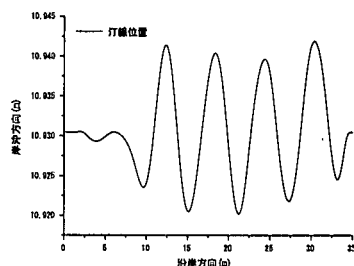


図-9 非砕波条件での汀線位置

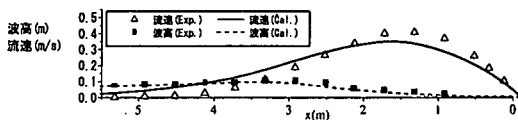


図-10 実験との沿岸流の比較

これより, 実験値とよく一致していることがわかる。

6. 結 語

鉛直分布関数に全水深を用いた非線形緩勾配方程式を, 変分原理を用いて導出した。それにより, 遡上域を含めた波浪場を合理的に計算することが可能となった。遡上境界としては, 方程式の変数が速度ポテンシャルであることを利用して, 力学的境界条件を用いて, ラグランジュ的に境界値を求める方法を適用した。その結果, 断面において, 解析解とよく一致した。また, 平面においても本手法によりなめらかな遡上境界が得られることを確認した。さらに, 砕波を含めて遡上域を計算し, その結果を実験と比較したところ, 整合した結果が得られ, 本手法の妥当性を確認した。

本研究は文部省科学研究費の補助を得て行われたことをここに記し, 謝意を表す。

参 考 文 献

- 有川太郎・磯部雅彦 (1997): 非線形緩勾配方程式を用いた砕波判定法の適用性, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 91-95.
- 有川太郎・磯部雅彦 (1998): 非線形緩勾配方程式を用いた砕波モデルの構築, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 141-145.
- 磯部雅彦 (1994): 非線形緩勾配方程式の提案, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 1-5.
- Dibajnia, M.・渡邊 晃 (1987): 波浪場と海浜横断地形変化の数値計算モデル, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 291-296.
- Carrier, G. F. and H. P. Greenspan (1957): Water waves of finite amplitude on a sloping beach, J. Fluid Mech., Vol. 4, pp. 97-109.
- Luke, J. C. (1966): A Variational Principal For A Fluid With A Free Surface, J. Fluid Mech., Vol. 27 part 2, pp. 395-397.
- Nwogu, O. (1996): Numerical prediction of breaking waves and currents with boussinesq model, 25th Proc. ICCE, pp. 4807-4820.
- Visser, P. J. (1991): Laboratory measurements of uniform longshore currents, Coastal Engineering, Vol. 15, pp. 563-593.