

k - ε モデルによる砕波の数値シミュレーション

Vu Thanh Ca*・谷本勝利**・山本吉道***

1. はじめに

実際の砕波帯内では、波の運動エネルギーは砕波によって乱れエネルギーに変化し、カスケード過程により散逸する。それゆえ、水深方向に積分したタイプのモデル (Boussinesq モデル等) を用いて砕波を再現する場合には、砕波の判定や砕波による波エネルギーの損失の評価方法に問題が残されている。たとえば、佐藤・鈴木 (1990) の砕波モデルでは、渦粘性係数を評価するために、線流量の振幅を見積もる必要がある。Schaffer ら (1993) はサーフェスローラーの考えを採用し、砕波による波エネルギーの損失を見積もったが、彼らのモデルは不安定になりやすい。

また、実際の海浜では、時化時には短周期の高波の来襲により沖向き漂砂輸送が卓越するので、海岸侵食が生じる。その後、波高は小さいものの周期の長い波が続けば、岸向き漂砂輸送が卓越するようになり、海浜の回復が始まる (Larson ら, 1989)。Ting and Kirby (1994) の室内実験結果によれば、波高が大きく周期の短い波が砕波するとき (spilling breaker)、乱れエネルギーは沖方向に輸送される。一方、波高が小さく周期の長い波が砕波するときには (plunging breaker)、乱れエネルギーは岸方向に輸送される。そして、砕波に伴う乱れによって底質が巻き上げられ、浮遊砂として輸送されるため、浮遊砂の輸送を再現するとき、さらには、海浜侵食・回復現象を説明するとき、砕波による波エネルギーの生成・輸送・散逸を適切に再現しなくてはならない。しかしながら、それに関するシミュレーションモデルはいまだ不十分な段階にある。

そのため、本研究は、Boussinesq モデルと乱流クロージャーモデル (k - ε モデル) を改良して、砕波による波エネルギーの減衰、砕波帯内の乱れエネルギーの生成・輸送・散逸を適切に評価するシミュレーションモデルを構築することを目的としたものである。

2. 数値モデルの概要

波動の基礎式としては、非線型性と分散性を考慮できる Boussinesq の方程式に、砕波による波エネルギーの損失を加味したものを用いる。その運動方程式と連続方程式は次のとおりである。

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\eta \partial}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{q^2}{d} \right] + g d \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{h^3}{3} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial t} \left(\frac{q}{h} \right) - \frac{h^2}{2} \frac{\partial^3 q}{\partial x^2 \partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(f_a \nu_t \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{f_c}{d^2} |q| q = 0 \quad \dots\dots (2)$$

ここに、 q は線流量、 h は平均水深、 d は全水深、 g は重力加速度、 η は水位、 f_c は海底摩擦係数 (山本ら, 1996)、 x は渦粘性係数、 t は時間、 x は岸沖方向の座標である。砕波後の波は大規模渦や底面摩擦によりエネルギーを減衰させながら斜面上を遡上して行き、その後流下を始める。その波の流下時に次の波が斜面上を遡上してくる。このように、斜面上では、水際線が岸沖方向に常に動いている。そうした遡上域を計算するために、本モデルでは岸側条件を Hibberd・Peregrine (1979) の方法によって設定した。また、 f_a は新たに取り入れた経験係数で、乱れによるエネルギー損失に砕波そのものによる波エネルギーの損失を加えたものに相当する。これは、砕波時には、損失する波エネルギーの一部のみが乱流エネルギーとなることを考慮したものである。

海浜の変形モデルの場合、岸沖方向の漂砂輸送を波スケールで表すモデルを用いて評価する必要がある。Boussinesq 近似式を用いて砕波帯内における波動を解析するモデルの場合には、砕波によって生ずる乱流境界層の発達、乱流エネルギーの輸送を計算しなくてはならない。厳密に言えば、砕波帯内の乱流エネルギーの水深方向及び岸沖方向の分布を考慮することが必要であるが、Ting and Kirby (1995, 1996)、Nadaoka *et al.* (1989) の研究によると、砕波帯内の乱流エネルギーの岸沖方向の輸送時間スケールは鉛直方向の輸送時間スケールより長い。また、本モデルでは水深方向に積分した波動方程式を用いて解析するため、乱流エネルギーの岸沖方向のみ

* 正 会 員 Ph.D 埼玉大学助教授 工学部建設工学科

** フェロー 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科

*** 正 会 員 工博 (株)アイ・エヌ・エー 海岸部

を考慮する。砕波帯内における乱流エネルギーの生成・散逸及び岸沖方向の輸送を表す鉛直方向で積分した1次元の方程式は次のとおりである。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} = P_r - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\epsilon}{k} (C_{1\epsilon} P_r - C_{2\epsilon} \epsilon) \dots\dots\dots (4)$$

$$\nu_t = C_\epsilon k^2 / \epsilon \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 k は乱流エネルギー、 ϵ は乱流エネルギーの散逸率、 $\bar{u}$ は水深方向平均の ensemble 平均流速、 $\sigma_k (=1)$ 、 $\sigma_\epsilon (=1.3)$ 、 $C_\epsilon (=0.09)$ (Jones and Launder, 1972) はクロジャーク係数である。 $C_{1\epsilon}$ 及び $C_{2\epsilon}$ のそれぞれは乱れエネルギーの散逸率の生成及び減衰速度を表す。標準 k - ϵ モデルではカスケードの過程によって乱れエネルギーが散逸される仮定を用い、乱れエネルギーの散逸率 ϵ の方程式を導くことによって、 $C_{1\epsilon}$ を1.44、 $C_{2\epsilon}$ を1.92とする。しかし、砕波の場合には一般的な場合(せん断乱流の場合など)より乱れのスケールが小さく、乱れエネルギーの散逸率が大きくなるため、標準 k - ϵ モデルにおける値より $C_{1\epsilon}$ 大きいと考えればよい。砕波時の乱れエネルギーの生成項 P_r はサーフェスローラー内の運動エネルギーに比例すると仮定し、

$$P_r = \alpha_p g c \delta \beta_d / d \dots\dots\dots (6)$$

と表す。ここに、 $\alpha_p (=0.33)$ 、 $\beta_d (=0.08)$ は定数である。 δ はサーフェスローラーの厚さであり、Schafferら(1993)の方法によって見積もる。砕波点については、水面勾配がある限界値を超えるときと設定する。その後、サーフェスローラーが減衰しながら岸に向かって移動する。サーフェスローラー前面の水面勾配がある限界値以

下となるとき、サーフェスローラーが消え、波が回復するとする。これより、本モデルでは時々刻々のサーフェスローラーの形成、変形、移動、及び砕波によって波エネルギーの損失、乱れエネルギーの生成、輸送、散逸をシミュレーションできる。これによって、砕波による波エネルギーの損失速度の時間変化をシミュレーションすることが可能である。

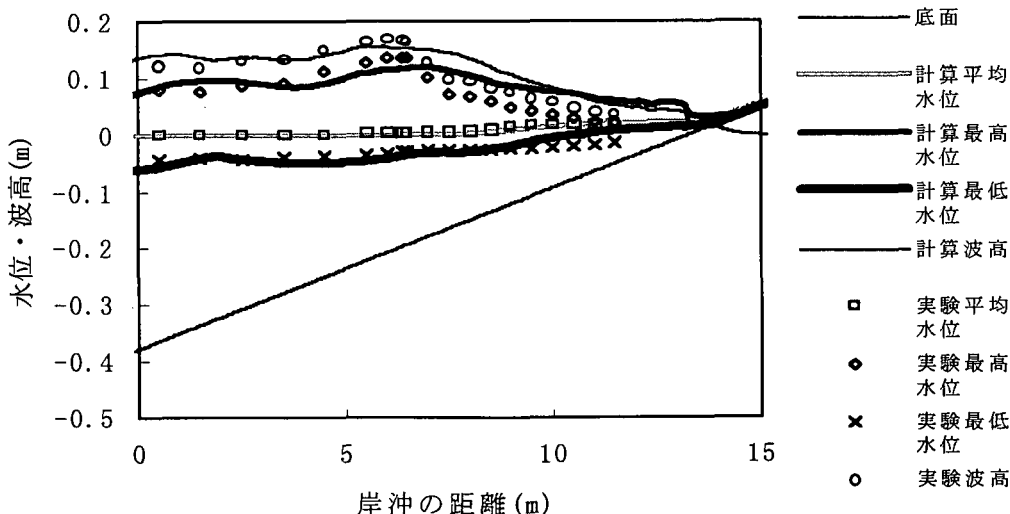
3. 数値モデルの検討

3.1 差分スキーム及び計算方法

本モデルの式を時間・空間的に差分化して計算する。空間差分については staggered grid を用いる。式(2)、(3)、(4)の移流項は風上差分、他の項は中央差分である。時間の差分には中央差分 (Crank-Nicolson scheme) を用いる。Crank-Nicolson scheme を用いて計算するときには、対象となった変数の未知量を求めるために新しい時刻における他の変数の値を使用する必要がある。例えば、運動方程式(2)を解いて流量を求めるときには新しい時刻における水位・渦粘性係数を使用しなくてはならない。そのため、繰り返し計算を行う。また、 f_d 及びを求めるために、次節で説明する実験データを用いてモデルをキャリブレーションした。その結果、 f_d は1.5、 $C_{1\epsilon}$ は1.90としている。

3.2 計算結果と考察

Ting and Kirby (1995, 1996) は砕波による乱れエネルギーの生成及び輸送現象を調べるために室内実験を行った。実験では、2次元造波水槽(延長40 m、幅0.6 m、高さ1.0 m)を用いている。一様水深部の水深は40 cm、斜面勾配は1/35である。実験は spilling breaker 及び plunging breaker の2ケースの波の条件で行われてい



図一1 水位変動の実験値 (Ting and Kirby, 1994) と著者による計算値

る. spilling breaker 及び plunging breaker の場合の入射波高と周期はそれぞれ 12.7 cm, 2 s 及び 8.7 cm, 5 s である. 実験の結果は, spilling breaker の場合には, 碎波により生ずる乱流エネルギーは沖方向に輸送されるのに対し, plunging breaker の場合には岸方向に輸送されるものとなっている.

図-1 は Ting and Kirby (1994) の spilling breaker の実験データと本モデルで計算した時間平均水位, 最低水位, 最高水位, 及び波高の岸沖方向の分布を示している. 図より, 本モデルでは碎波現象を比較的良く再現できることがわかる. 碎波後の波高は実験データよりやや大きい, 全体としては実験データとほぼ合っている.

さらに, 図-2 に清水ら (1985) の実験による波高分布

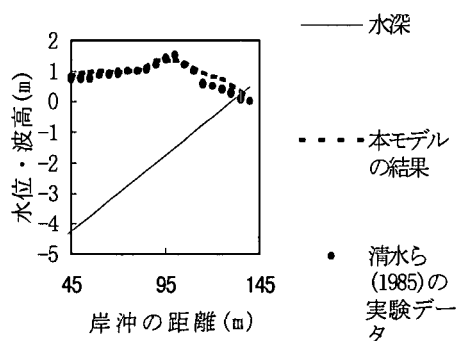


図-2 計算波高と清水ら (1985) の実験データの比較

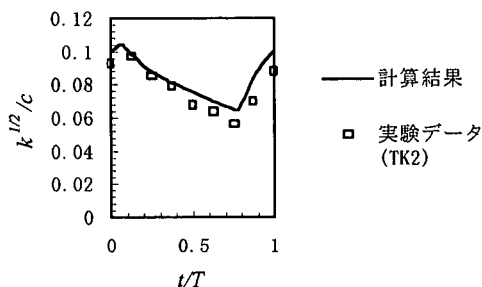


図-3 水深 0.113 m における乱れエネルギーの時間的変化 (Spilling breaker)

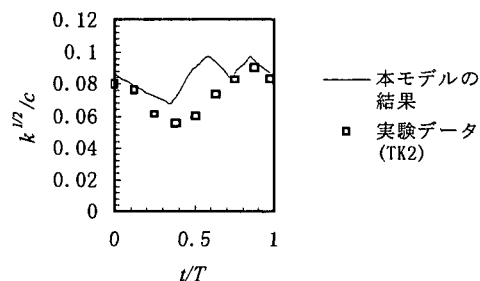


図-4 水深 0.137 m での無次元変動流速の時間的変化 (Spilling breaker)

と本モデルで計算した波高分布の比較を示す. 計算条件は, 斜面勾配 1/20, 入射波高 0.81 m, 周期 12 s である. 碎波点での計算波高はやや小さく, 碎波後の計算波高はやや大きいものの, 全体としてはほぼ実測波高に合っている.

図-3, 4 は Ting and Kirby (1996) の spilling breaker (TK2 と呼ぶ) による水深 0.113 m 及び水深 0.137 m での無次元乱れエネルギー ($\sqrt{k}/c$ として定義される) の実験値と本モデルによる計算値の時間変化を 1 周期にわたって示したものである. 実験値は各水深で測定した値を水深方向に平均化したものである. 無次元乱れエネルギーの計算値は実験データと同様に碎波時に急に増え, その後散逸により減衰する傾向を示している. この場合, 乱れエネルギーは常に大きく, その時間変化は小さい. これは, spilling breaker の場合は波周期が短く, 碎波によって生じる乱れエネルギーが次の波が碎波する前にまだ散逸されきっていないことによる. 計算値はやや大きいものの, 全体としては実験データとほぼ合っている.

図-5, 6 には, Ting and Kirby (1995) の plunging breaker (TK1 と呼ぶ) による水深 0.113 m 及び水深 0.137 m での無次元乱れエネルギー (として定義される) の実験値 (水深方向で平均したもの) と本モデルによる計算値の時間変化を 1 周期にわたって示している. この場合は, spilling breaker の場合とは異なり, 乱れエネルギーの時間的変化は大きい. これは, plunging breaker の

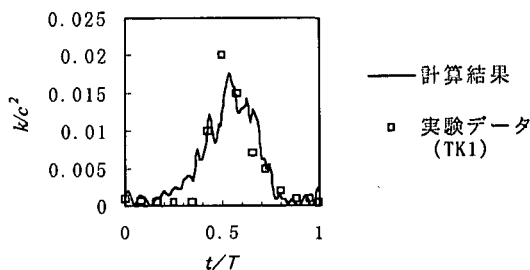


図-5 水深 0.113 m における乱れエネルギーの時間的変化 (Plunging breaker)

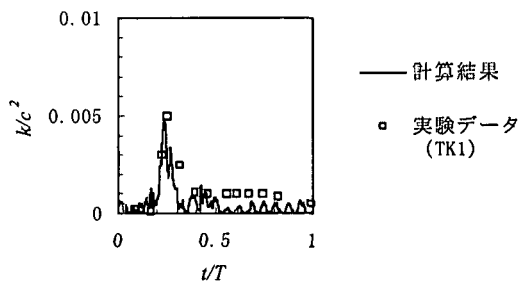


図-6 水深 0.137 m における無次元乱れエネルギーの時間的変化 (Plunging breaker)

場合波周期が長い場合、砕波によって生じる乱れエネルギーが次の波が砕波する前にほぼ散逸されることによって、

図-7はTK2による水深0.113 mでの無次元乱れエネルギーフラックス(convective transport = $\bar{u}k/c^3 \times 10^4$, diffusive transport = $-\nu \partial k / \partial x \times 10^4$)の実験データ(水深方向で平均したもの)及び計算結果である。計算結果、実験データともに、乱れエネルギーのconvective transportがdiffusive transportよりかなり大きいことを示している。また、spilling breakerの場合には、1周期にわたって平均すれば、乱れエネルギーは沖向きに輸送されることを再現している。浮遊砂の輸送方向は乱れエネルギーの輸送方向と同じと考えれば、spilling breakerの場合の浮遊砂は沖方向に輸送され易いと考えられる。これはspilling breaker時には侵食になり易い原因と考えられる。全体として計算結果は実験データとほぼ合っている。

図-8にTK1による水深0.113 mでの無次元乱流エネルギーの輸送の本モデルによる計算値と実験データ(水深方向で平均したもの)を示す。spilling breakerの場合と同様に、乱れエネルギーのconvective transportはdiffusive transportよりかなり大きい、1周期にわたって平均すれば、乱れエネルギーは岸向きに輸送されることを再現している。spilling breakerの場合と同様に、浮遊砂の輸送方向は乱れエネルギーの輸送方向と同

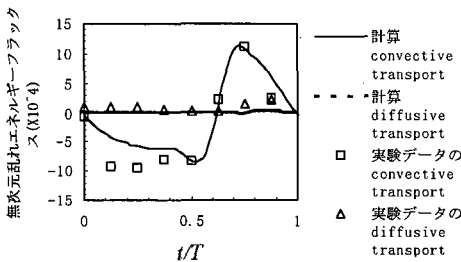


図-7 無次元乱れエネルギーフラックスの時間変化 (TK 2, Spilling breaker)

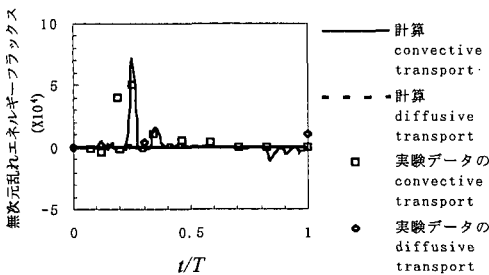


図-8 無次元乱れエネルギーフラックスの時間変化 (TK 1, Plunging breaker)

じと考えれば、plunging breakerの場合には浮遊砂が岸方向に輸送され易いといえる。これは、plunging breaker時には海浜回復が進み易い原因と考えられる。計算結果は実験データとほぼ合っている。

図-9はTK1による水深0.09 mでの無次元乱れエネルギーの散逸率 ε の実験データ(水深方向で平均したもの)と本モデルによる計算値の時間変化を示したものである。計算による散逸率の最大値は実験値とほぼ同じであるが、全体としては計算値がやや大きい。これは2.で説明したように、式(4)を解いて乱れエネルギーの散逸を求める際、式(4)にある諸クロージャー係数を決定しなくてはならない。本計算ではそのクロージャー係数を決定するために、モデルのキャリブレーションを行い、 C_{ε} (乱れエネルギーの生成による散逸率の生成速度を表す係数)を一定の値としている。しかし、砕波の場合の乱れスケールは一般的な乱流(せん断乱流など)における乱れスケールと異なるため、及びは波周期と水深、底面勾配に依存する可能性があり、これを考慮していないことによる違いと考えられる。この点については、今後検討しなくてはならない。全体としては乱れエネルギーの散逸率の計算値は実測値とほぼ合っている。

図-10にTK2による水深0.09 mと0.0113 mでの乱れエネルギーの散逸率を示している。この場合、実験データがないため比較できないが、spilling breaker時の乱れエネルギーの散逸率の1周期にわたっての変化量はplunging breaker時の値より小さくなっている。

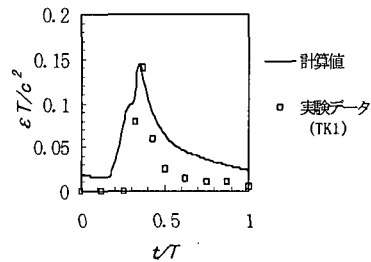


図-9 TK1の無次元乱れエネルギー散逸率の時間変化

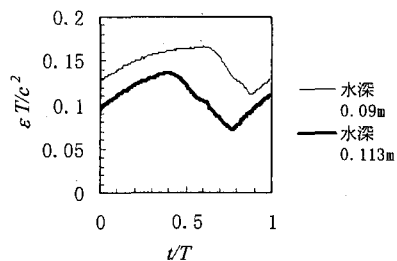


図-10 TK2の無次元乱れエネルギー散逸率の時間変化

4. む す び

本研究において、改良 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた碎波のシミュレーションモデルを構築した。本モデルにより、碎波点、碎波による波エネルギーの減衰、乱れエネルギーの生成、散逸、輸送を再現できる。今後は、碎波による海底面における境界層の発達、及びそれに伴う底質の巻き上げ・輸送、海浜地形変化を再現できるモデルを構築する予定である。

参 考 文 献

- 佐藤慎司・鈴木秀典 (1990): 碎波帯における底面流速変動波形の評価法。海岸工学論文集第 37 巻, pp. 51-55.
- 清水隆夫・斎藤昭三・丸山康樹・長谷川・鹿島遼一 (1985): 大型波水路による岸沖漂砂量分布のモデル化。電中研報告研究報告: 384028, pp. 376-380.
- 山本吉道・山路功祐・浅野 剛 (1996): 越波における波の波群性の重要性和その工学的な評価方法。海岸工学論文集, 第 43 巻, pp. 741-744.
- Dally, W. R. and C. A. Brown (1995): A modeling investigation of the breaking wave roller with application to cross-shore currents. J. Geophys. Res., Vol. 100 No. C12, pp. 24873-24883.
- Hibberd, S. and H.D. Peregrine (1979): Surf and runup on beach: A uniform bore. J. Fluid Mech., Vol. 95, pp. 323-345.
- Jones, W. P. and B. E. Launder (1972): The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 15, pp. 301-314.
- Larson, M., N. C. Kraus, M. R. Byrnes (1989): SBEACH: Numerical model for simulating storm-induced beach change. Report 2: Numerical formulation and model tests. Tech. Report CERC-89-9.
- Nadaoka, K., M. Hino and Y. Koyano (1989): Structure of the turbulent flow field under breaking waves in the surf zone. J. Fluid Mech., Vol. 204, pp. 359-387.
- Schaffer, H. A., P. A. Madsen, and R. Deigaard (1993): A Boussinesq model for waves breaking in shallow water. Coastal Eng., Vol. 20, pp. 185-202.
- Ting, F. C. K. and J. T. Kirby (1994): Observation of undertow and turbulence in laboratory surf zone. Coastal Eng., Vol. 24, pp. 51-80.
- Ting, F. C. K. and J. T. Kirby (1995): Dynamics of surf zone turbulence in a strong plunging breaker. Coastal Eng., Vol. 24, pp. 177-204.
- Ting, F. C. K. and J. T. Kirby (1996): Dynamics of surf zone turbulence in a spilling breaker. Coastal Eng., 27, pp. 131-160.