

砕波帯内外の波動流速の変化と戻り流れの分布の数値計算

Zakaria A. Elnaggar*・渡 辺 晃**

1. はじめに

漂砂や海浜変形モデルの更なる発展のためには、砕波帯や遡上域内の流速場を精度良く予測できる時間依存型の波浪場・流れ場モデルの開発が不可欠である。流れ場モデルは砕波や底面境界層に起因する乱れの生成・輸送・逸散過程を包含するものでなければならない。しかしながら、砕波やそれに伴う乱れ、戻り流れに対する従来のモデルは十分なものではなかった。

岸沖鉛直 2 次元の砕波帯流れ場モデルを構築するためには、水平 1 次元波浪場モジュールと鉛直 1 次元流れ場モジュールとの結合が、最も実用的で有望な手法の 1 つであると考えられる。波浪場モジュールは水面変動や軌道流速変化と平均水位の変化を計算できるものでなければならない。また流れ場モジュールは流速の時空間分布、乱れエネルギー、戻り流れ等を精度良く計算できることが求められる。更に両者の連結は合理的にバランスがとれていなければならない、定式化や数値計算の過程で擬似的な相互作用が生じてはならない。

本研究では、このような波浪場と流れ場のモジュールを開発・連結した鉛直断面 2 次元モデルを構築した。そのモデルで計算された流速の時空間分布等を spilling 型と plunging 型の両砕波条件に対して実験データと比較することによりモデルの妥当性を検証した。

2. 波浪場・流れ場モデル

2.1 モデルの概略

上述のように本モデルは波浪場モジュールと流れ場モジュールからなる。前者は Boussinesq 型方程式に基づいて波の変形等を計算するもので、入射水面波形を与えて沖側境界から汀線境界までの水面変位 η と高さ z_a での水平流速 u_a の時空間変化、ならびに流れ場モジュールで必要となる乱れの運動エネルギー K 、渦動粘性係数 ν_e とトロフレベル高 z_{tr} の岸沖分布を求める。

一方、流れ場モジュールでは、各断面で境界層を含む底面からトロフレベルまでの範囲に、線形化した運動量

方程式と 1 方程式乱流モデルを組み合わせて適用する。

両モジュールは適度な強さの結合が得られるようにトロフレベルで連結する。なお、静水位に原点をもつ z と底面に原点をもつ z_b の 2 つの鉛直座標を用いる。

2.2 波浪場モジュール

波浪場モジュールでは、遡上域を含む砕波帯内外の波浪変形過程を計算するために、Elnaggar・渡辺 (1999) (以下、前報と呼ぶ) の時間依存型砕波モデルを取り入れた強非線形 Boussinesq 型モデルを用いる。その連続式と運動量方程式は無次元表示では次式により与えられる。

$$\eta_t + (M_1 + M_2)_x = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$(u_a)_t + \epsilon u_a(u_a)_x + \eta_x + \mu^2 [z_a^2(u_a)_{xx}/2 + z_a(hu_a)_{xx}] + R_1 + V_2 + R_2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 M_1 と M_2 は低次・高次の質量フラックス項、 R_1 と R_2 は低次・高次の乱れ変動項、 V_2 は高次の分散項である (詳細は前報参照)。

砕波により生成され水平方向に輸送・逸散される乱れの運動エネルギー K の変化は、次式で与えられる 1 方程式モデルに基づく時間依存型の乱流方程式でシミュレートする (Nwogu, 1996)。

$$K_t + u_s K_x = \nu K_{xx} + P_r - \chi \dots\dots\dots (3)$$

$$\chi = C_1 K^{3/2}/L_{\max}, P_r = \nu_t (u_z)^2|_{z=\eta}, \nu_e = L_{\max} \sqrt{K} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 u_s は Boussinesq モデルの放物型流速分布 (式 17) から求める水面での水平流速、 P_r は乱れの生成率、 χ は逸散率、 $\nu_t = \nu_e + \nu$ で ν_e は鉛直方向に一定と仮定した渦動粘性係数、 ν は分子動粘性係数、 C_1 は定数 (後出)、 $L_{\max}$ は乱れエネルギーの生成・逸散を支配する乱れのスケールの最大値である。唯一の可変パラメータである $L_{\max}$ の大きさは波高のオーダーと考えられるが、波高分布の計算値が実験データと合致するように定める。

2.3 波浪場モジュールにおける境界条件

沖側境界条件としては石井ら (1993) の線境界入射法を用い、入射波の時間波形は流れ関数法で定めた。

周期性移動汀線境界は前報に詳述されているように、汀線に最も近い wet point の位置とそこでの変位値を、

* M.S. 東京大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻
** 正会員 工博 東京大学教授 工学研究科社会基盤工学専攻

流量と水位の線形外挿により処理した。

2.4 流れ場モジュール

移流項を無視すると、トロフレベル以深の流れの支配方程式は次式で与えられる (Deigaard et al., 1991)。

$$\bar{u}_t = -p_x/\rho + (\tau_x - \bar{\tau}_x)/\rho, p_x/\rho = -(u_a)_t \quad \cdots (5)$$

ここで、 $\bar{u}$ は未知の水平流速、 u_a は波浪場モジュールで計算される $z=z_a$ での水平波動流速、 τ_x は各高さ・時刻での剪断応力、 $\bar{\tau}_x$ は 1 周期平均剪断応力である。

渦粘性近似を用いて τ_x を表すと次式を得る。

$$(\bar{u} - u_a)_t = (\bar{\nu}_e \bar{u}_z)_z - (\bar{\tau}_x)_z/\rho \quad \cdots (6)$$

この式中の渦動粘性係数 $\bar{\nu}_e$ は波浪場モジュール中の ν_e と異なって鉛直方向に一定ではなく、砕波と底面境界層に起因する乱れの運動エネルギー $\bar{K}$ から次式で評価する。

$$\bar{\nu}_e = \bar{L} \sqrt{\bar{K}} \quad \cdots (7)$$

乱れエネルギー $\bar{K}$ も鉛直分布をもち、鉛直拡散を考慮して次式で評価される。

$$\bar{K}_t = \nu \bar{K}_{zz} + \bar{P}_r - \bar{\epsilon} \quad \cdots (8)$$

乱れの生成率 $\bar{P}_r$ と逸散率 $\bar{\epsilon}$ は、式 (4) と同様の式において K を $\bar{K}$ で、 $L_{\max}$ を $\bar{L}$ で置換したものから評価される。乱れの長さスケール $\bar{L}$ は次式で求める (Deigaard et al., 1991)。

$$\bar{L} = \begin{cases} -\kappa \bar{K}^{1/2} \{(\bar{K}^{1/2}/\bar{L})_z\}^{-1} \bar{L} & (z_b < \delta) \\ C_1^{1/4} \kappa z_b & (\delta < z_b < L_{\max}/\kappa C_1^{1/4}) \\ L_{\max} & (z_b > L_{\max}/\kappa C_1^{1/4}) \end{cases} \quad \cdots (9)$$

ここで、 κ は Karman 定数 (0.4) であり、局所的な境界層厚 δ は次式で計算する (Fredsoe and Deigaard, 1992)。

$$\delta/k_s = 0.09(a/k_s)^{0.82} \quad \cdots (10)$$

ただし、 a は各位置の波の振幅、 $k_s = 2.5D$ (D は底質粒径) は相当粗度高さである。定数 C_1 としては標準的な値 $C_1 = C^{3/4}$ ($C = 0.046$) を用いる。

2.5 流れ場モジュールにおける境界条件

流れ場モジュールは上述のように底面とトロフレレベル間で解かれる。底面での境界条件は以下の式で与える。

$$\text{No slip condition: } \bar{u} = 0 \quad (z_b = 0) \quad \cdots (11)$$

$$\text{Zero energy flux: } \bar{K}_z = 0 \quad (z_b = 0) \quad \cdots (12)$$

トロフレレベル ($z = z_{tr}$) では、以下のように境界条件を与えて波浪場モジュールと流れ場モジュールを連結する。乱れエネルギーに対して：

$$\bar{K}_{tr} = \beta K \quad \cdots (13)$$

ここで、 $\bar{K}_{tr}$ はトロフレレベルでの乱れエネルギー、 K は波浪場モジュールで計算される乱れエネルギー、 β は水面で生成された乱れエネルギーがトロフレレベルに達する割合で、各時刻の水面と局所トロフレレベルとの距離 $l_{tr} = \eta - z_{tr}$ の 2 乗に反比例して減衰すると仮定し、次式で評価

する。

$$\beta = 1/[1 + \gamma(l_{tr}/H)^2] \quad \cdots (14)$$

ただし、 H は波高で l_{tr} の最大値、 γ は経験定数であり、当然ながら波面の谷では $\beta = 1.0$ になる。試算によれば、spilling 型と plunging 型砕波のいずれにも良好な結果を与える γ の値は (2~3) の範囲であった。

流速に対して：

$$(\bar{u}_{tr})_z = \bar{\tau}_{tr}/(\rho \nu_e) \quad \cdots (15)$$

ここで、 $\bar{\tau}_{tr}$ は波速 c とエネルギー逸散率 $\bar{\epsilon}$ を用いて次式で計算されるトロフレレベルでの剪断応力である。

$$\bar{\tau}_{tr} = \bar{\epsilon}/c \quad \cdots (16)$$

さらに、式 (6) に含まれる時間平均剪断応力の鉛直分布を定める必要がある。ここでは Deigaard et al. (1991) にならって、底面からトロフレレベルまで直線分布すると仮定した。トロフレレベルでの平均剪断応力は式 (16) で計算される剪断応力の時間平均で求まる。一方底面での時間平均剪断応力は未知変量とし、トロフレレベル以深の沖向き総質量フラックスが波浪場モジュールで計算された波の峰と谷の間の岸向き総質量フラックスと絶対値が等しくなるように繰り返し計算を行って定める。

3. 数値計算スキーム

波浪場モジュールの解を求めるのには、前報と同様にスタッガード・グリッドと高次の半陰的予測子・修正子法を用いた。流れ場モジュールの解法としては、標準的差分法において陰的 Crank-Nicholson スキームを採用した。流れ場の計算は波浪場計算よりも高い時間分解能を必要とするので、その時間ステップは波浪場時間ステップの 1/10 とした。2 つのモジュールを連結するために、波浪場各変量の各時間ステップ毎の計算結果を 10 タイムステップに線形内挿した。

4. 計算結果とその検討

4.1 検証に用いた実験データ

本モデルの妥当性の検証のため、spilling 型と plunging 型の両砕波条件に対する実験データとの比較を行う。

先ず spilling 型砕波のケースについては、Cox et al. (1995) が勾配 1/35 の粗な固定床斜面上で規則波を用いた詳細な実験を行っている。沖側一様水深部の水深は 40 cm、入射波の周期は 2.2 s、波高は 11.5 cm である。岸沖方向に配置された 6 つの鉛直測線を沖側から L1, L2, ..., L6 とする。測線 L1 は砕波点沖側、L2 はほぼ砕波点、L3 は波が組織的運動から乱流 bore に変わる遷移域、そして L4 から L6 は波形が鋸刃状で十分に発達した乱流 bore になる inner zone に位置する。

一方 plunging 型砕波を含む条件については、Nadaoka and Kondoh (1982) が砕波帯内の内部流速場構造に

対する一連の測定を行っている。斜面勾配 1/20, 沖側水平床部水深 70 cm で全 12 ケースの実験がなされたが, ここでは plunging 型碎波である周期 2.34 s, 入射波高 21.9 cm の Case (5) のデータを用いる。7 つの測線を岸側から順に P1, P2, …, P7 とすると, P7 と P6 は碎波帯外, P5 は碎波点近傍, P4 から P1 は碎波帯内に位置する。

4.2 流速ベクトル

まず spilling 型碎波のケースについて, 測線 L2 と L4 における位相平均流速ベクトルと水面変位の時間変化の計算結果を図-1 に示す。鉛直流速は波浪場モジュールで求めたものであり, 流速ベクトルは Cox et al. (1995) の測点と同じ高さに対して示してある。図-1 によれば, 碎波点近傍の L2 では底面境界層を除く全水深で各位相とも水平流速は鉛直方向にほぼ一様である。急勾配の碎波前面 ($t \approx 0.6$ s) で鉛直流速は水平流速と同程度まで大きくなっている。時間 $0.4 < t < 1.2$ s の間に流速ベクトルは上向きから下向きに転じる。この spilling 型碎波の場合には, 十分に碎波後の測線 L4 での位相平均流速場の定性的パターンも L2 と類似していることが分かる。

図-2 に計算結果を示した plunging 型碎波の場合には, 碎波点近傍の P5 では乱れが流速場に及ぼす影響が小さいのに対し, 碎波帯内の P3 では大きな影響が見取れる。概して plunging 型碎波の場合の流速値は spilling 型碎波のケースに比して相対的に大きい。また図-2 によれば, 特に碎波点近傍では spilling 型碎波の場合と異なって水平流速が鉛直方向に大きく変化し, 比較的緩勾配の波形基部付近で符号が反転している。波の山 ($\eta > 0$) の下で水平流速は上から下に向かって急速に減少しているが, 底面境界層の影響も顕著である。また碎波後の測線 P3 で水平流速が P5 に比して減少しかつ鉛直方向にほぼ一様になっているのみならず鉛直流速も大きく減少しているように, spilling 型碎波の場合と違って碎波前後の流速場パターンは著しく相違している。

4.3 水平流速の時間変化の実験データとの比較

図-3 と図-4 は spilling 型碎波のケースにつき, それぞれ測線 L3 と L5 の 3 つの高さにおける位相平均水平流速の時間変化を対象に, 今回の「波浪場+流れ場モジュール」および「波浪場モジュールのみ」による計算結果 (実線と破線) と実験結果 (・) を比較したものである。ただし, 波浪場モジュールのみでの水平流速鉛直分布は Boussinesq 型方程式に対応する式 (17) の放物型分布で求めた。

$$u = u_a + (z_a^2/2 - z^2/2)(u_a)_{xx} + (z_a - z)(hu_a)_{xx} + O(\mu^4) \dots\dots\dots (17)$$

波浪場モジュールのみによる計算結果は実験結果と顕著に相違しており, 正の最大値は過大評価され, 最小値は過小評価されている。一方, 流れ場モジュールを用い

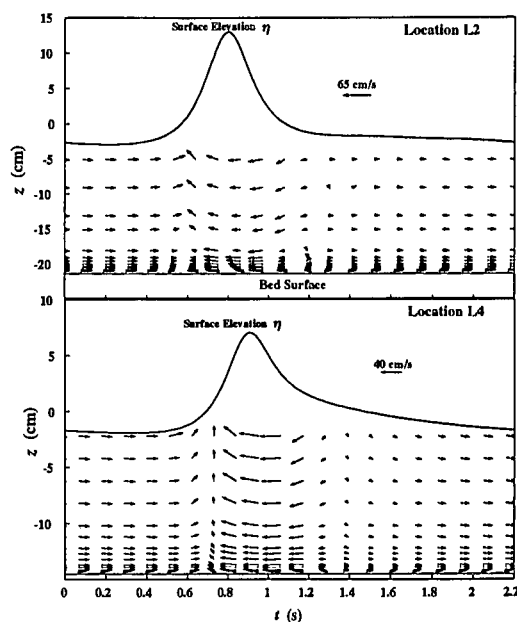


図-1 Spilling 型碎波条件での L2 と L4 における位相平均流速ベクトルと水面変位の時間変化

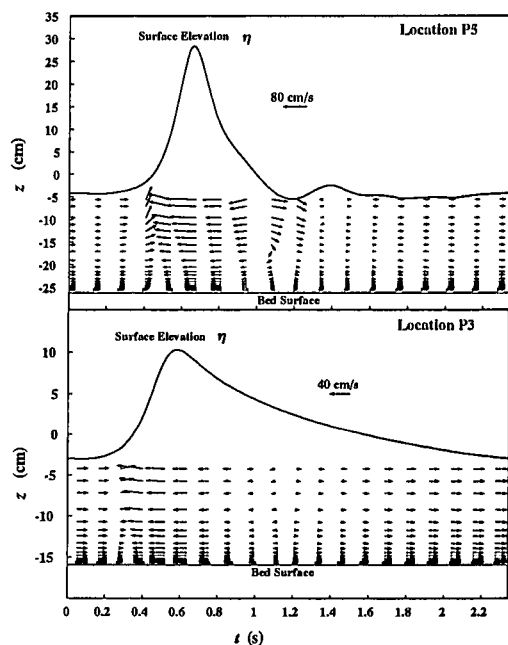


図-2 Plunging 型碎波条件での P5 と P3 における位相平均流速ベクトルと水面変位の時間変化

た場合には, この相違は著しく減少して実験データと極めて良好な一致が得られた。

4.4 戻り流れの流速分布

図-5 と図-6 は spilling 型と plunging 型碎波に対する岸沖方向鉛直断面内の循環流 (質量輸送と戻り流れ)

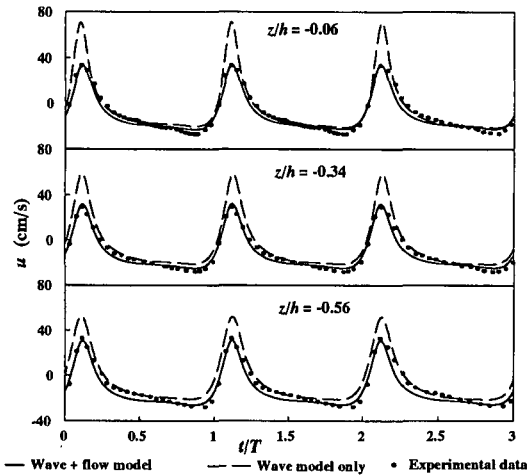


図-3 測線 L3 における水平流速の時間変化の比較

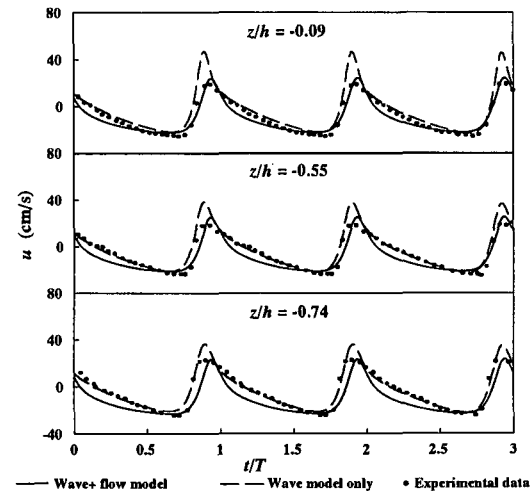


図-4 測線 L5 における水平流速の時間変化の比較

の流速分布について、「波浪場+流れ場モジュール」と「波浪場モジュールのみ」による計算結果（実線と破線）ならびに実験結果（・）を比較したものである。

図-5 の spilling 型砕波の場合、砕波帯外の L1 と L2 では境界層内の剪断応力の増加による冲向き流れが加わる底面付近を除けば、波浪場モジュールのみの計算値でも実験データとかなりの一致を示す。この底面近傍での冲向き流速の増加は、流れ場モジュールによって良好に再現されており、底面からトロフレベルまで実測データと良く一致している。砕波帯内に対しては、波浪場モジュールは砕波に起因する乱れの下向き輸送や底面からの上向き輸送を考慮していないため、平均流速場は再現できていない。これに対し流れ場モジュールを用いた場合には、実験データとの一致度は格段に向上している。

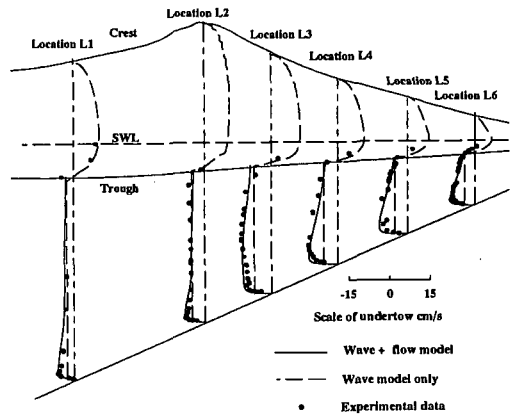


図-5 Spilling 型砕波条件での戻り流れ分布の比較

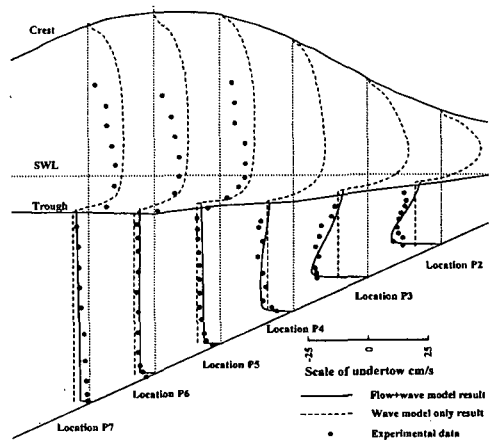


図-6 Plunging 型砕波条件での戻り流れ分布の比較

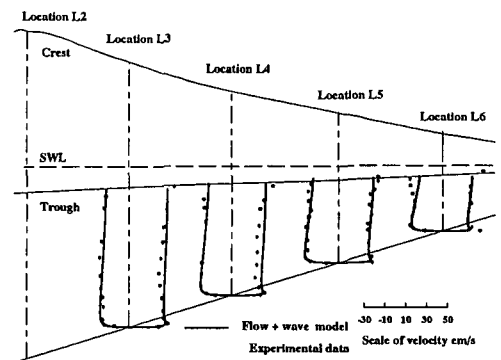


図-7 Spilling 型砕波条件での水平流速の最大値と最小値の鉛直分布の比較

図-6 の plunging 型砕波の場合、spilling 型砕波の場合に比べて、入射波高の相違を考慮しても戻り流れの流速は大きいことが見てとれる。また流れ場モジュールは、この場合にも砕波帯内外の戻り流れ分布を良く再現している。

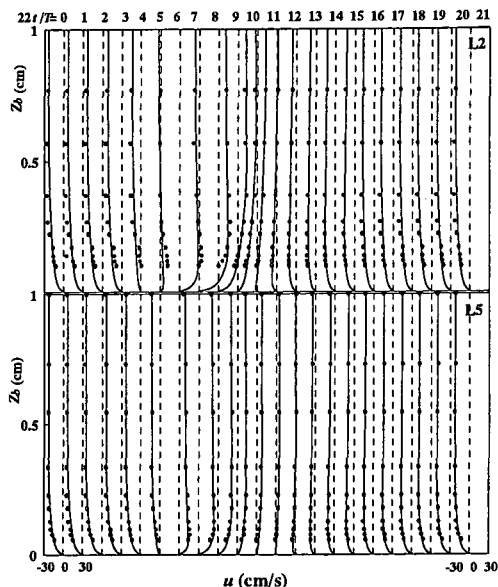


図-8 L2, L5 における境界層内水平流速の鉛直分布

図-7 には spilling 型碎波条件での碎波帯内における位相平均水平流速の最大値と最小値の鉛直分布について、波浪場+流れ場モジュールによる計算値と実測データの比較を示す。

4.5 境界層内の水平流速分布の時間変化

図-8 には L2 と L5 における境界層内とその近傍での位相平均水平流速 $u(z_b, t)$ の鉛直分布を 1 周期 22 分割の各位相について、本モデルによる計算結果と実測データとの比較で示した。全体的な両者の一致度は良好である。碎波点近傍と碎波帯内ともに、上層では鉛直方向にほぼ一様であるが、下層では大きな流速勾配をもって曲線を描く。計算と実験のいずれにおいても、振動流境界層流れに特有のいわゆる overshooting 現象は見受けられない。

図-9 は同じ測線での底面近傍水平流速の振動成分 $\tilde{u}$ と平均流速成分 $\bar{u}$ の鉛直分布を比較したものである。境界層内の流速は碎波点から岸方向にいくにつれ増加し、遷移域で最大になった後、inner zone では減少に転じる。図-5 において境界層外で顕著だった沖向き質量輸送は、境界層の中ではあまり大きくない。

5. おわりに

碎波帯内外の流速場をシミュレートするために強非線形 Boussinesq 型方程式に基づく波浪場モジュールと 1 方程式乱流モデルに基づく鉛直 1 次元の流れ場モジュール

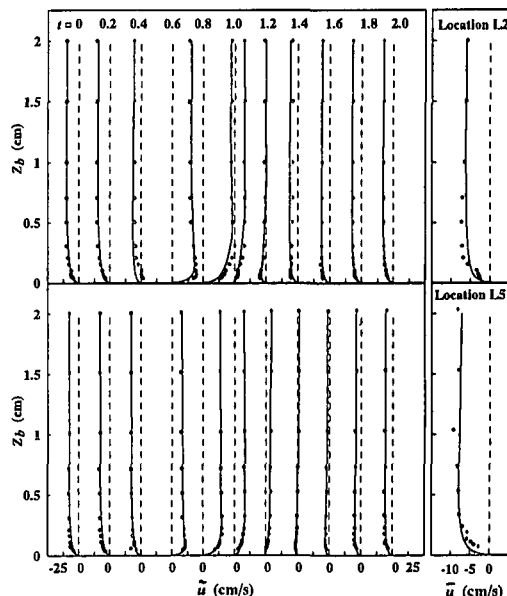


図-9 L2, L5 での境界層内流速の振動成分と平均成分

ルを連結した数値モデルを開発した。spilling 型碎波と plunging 型碎波の条件に対して、波動流速の時空間変化、戻り流れの空間分布、底面境界層内の流速分布等を計算し、実験データとの比較によってモデルの妥当性を示すとともに、碎波条件による内部流速場の差異や乱れエネルギーの鉛直輸送の重要性等を明らかにできた。

参考文献

- 石井敏雄・磯部雅彦・渡辺 晃 (1993): 非定常緩勾配不規則波動方程式における境界条件の改良と実用化の試み, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 31-35.
- Elnaggar, Zakaria・渡辺 晃 (1999): 碎波帯・遡上域に適用可能な Boussinesq 型波動・乱流モデルの提案, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 176-180.
- Cox, D. T., N. Kobayashi and A. Okayasu (1995): Experimental and numerical modeling of surf zone hydrodynamics, Res. Report No. CARC 95-07, Center for Applied Coastal Research, Univ. of Delaware.
- Deigaard, R., P. Justesen and J. Fredsøe (1991): Modelling of undertow by a one-equation turbulence model, Coastal Engineering, Vol. 15, pp. 431-458.
- Fredsøe, J., Deigaard, R. (1992): Mechanics of Coastal Sediment Transport, Advanced Series on Ocean Eng. 3, World Scientific.
- Nadaoka, K. and T. Kondoh (1982): Laboratory measurements of velocity field structure in the surf zone by LDV, Coastal Eng. in Japan, Vol. 25, pp. 125-145.
- Nwogu, O. G. (1996): Numerical prediction of waves and currents with a Boussinesq model, Proc. 25th ICCE, pp. 4807-4820.