

緩傾斜海底面上の海浜流予測モデルの高精度化 ——radiation stress の鉛直分布の再検討——

信岡尚道*・加藤 始**・三村信男***

1. 緒 論

海浜流は 3 次元性を有しており、岸沖方向の海浜断面内で生じる平均流も鉛直構造（戻り流れなど）をもっていることが知られている。これまでに提案されてきた 3 次元海浜流モデルには、surface roller の運動を基にした Svendsen ら (1989)、岡安ら (1993) や黒岩ら (1997) のものなどがある。

しかし、平均流の鉛直分布の発生には駆動力である radiation stress の勾配自体の鉛直分布も強く関連すると考えられる。こうした原理に基づいて信岡ら (1997) は既に準 3 次元海浜流モデルを提案した。このモデルでは水平床を仮定した Airy 波理論を用いて radiation stress を算出しているため、傾斜海底面が応力勾配の鉛直分布に及ぼす影響は理論的に含まれていない。

そこで、本研究では、radiation stress 勾配の鉛直分布に対する傾斜海底面の効果を実験的に確認するとともに、Biesel の理論によるこの応力勾配の算定と傾斜による影響の吟味を行い、最後には理論的に海浜流モデルが改善されることを示す。なお、本研究では反射波が無視できる程度の緩やかな海底斜面場を対象とする。

2. 平均流の基礎方程式

傾斜海底面による応力効果を全て取り出すため、岸沖方向の鉛直断面を対象にして、Euler の運動方程式から radiation stress 勾配を含む波・流れの一周期平均運動方程式を導いた。ここでは簡略化のため、乱れ成分は省略し、平均流の鉛直加速度は他に比べ微量量として、波動成分と平均流成分を求めている。

$$\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} g(\bar{\eta} - z) - (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5) \quad \cdots (1)$$

ここに

$$S_1 = \frac{\partial}{\partial x} g(\eta_w - z) \quad \cdots (2)$$

$$S_2 = \frac{\partial}{\partial x} \overline{u_w^2} \quad \cdots (3)$$

$$S_3 = \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{w_w^2}) \quad \cdots (4)$$

$$S_4 = \frac{\partial}{\partial x} \int_z^{\eta_w} \frac{\partial}{\partial x} u_w w_w dz \quad \cdots (5)$$

$$S_5 = \frac{\partial \overline{u_w w_w}}{\partial z} \quad \cdots (6)$$

u, w : x, y 方向の流速成分, η : 水面の高さであり、下付き添え字 w は波動成分、オーバーバーは一周期平均を表す。なお、式 (1) の右辺第 2 項の $S_1 \sim S_5$ は radiation stress の成分にあたる。

3. 緩傾斜海底面上の波動流速の鉛直分布

緩傾斜の海底面が存在する場合を対象に式 (3)～(6) で示した radiation stress 成分中に含まれる一周期平均の波動流速積を、実験および波動理論によって調べた。

3.1 実験の概要と結果

実験には、沖側一様水深を 35 cm とし、岸側に 1/20 勾配の海底斜面を設置した二次元造波水槽を用いた。各測点において、容量式波高計で水面変動を、超音波流速計 (Sontec 社: Advlab) で流速の鉛直分布を測定した。入射波の条件は波高 $H=2.5$ cm と 7.5 cm, 周期 $T=1.0$ s と 2.0 s の 4 種類で、測線は静水状態の水深 $h=15$ cm と 25 cm の 2 地点である。

測定された時々刻々の流速から波動成分を求めるため、まず測定流速から位相平均流速と一周期平均流速を求めた。次に、この位相平均した流速から平均流速を減じたものを波動流速成分と定義した。

実験結果を図-1(a), (b) の黒塗りプロットで示す。(a) は $\overline{u^2}, \overline{w^2}$, (b) は $\overline{uw}$ の鉛直分布の実験結果であり、縦軸は測線の静水深 h で無次元化した無次元水深、横軸は測線での測定波高と周波数で無次元化した各無次元流速 2 乗値である。図の (a) の結果を見ると底面に向かうにつれて流速の 2 乗値が減少している。図の (b) では、 $\overline{uw}$ は一部の区間を除いて底面に向かうほど値が大きくなる傾向が見られる。この鉛直分布は水平方向にせん断

* 正会員 工修 茨城大学助手 工学部都市システム工学科
** 正会員 工博 茨城大学教授 工学部都市システム工学科
*** 正会員 工博 茨城大学教授 広域水圏環境科学教育研究センター

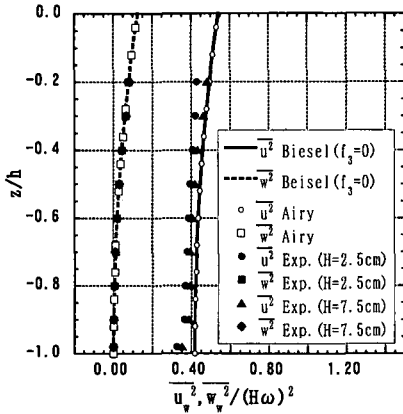
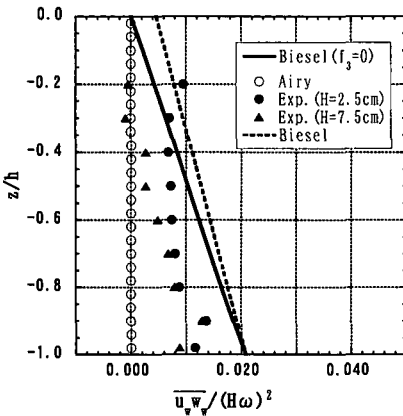

 (a) $\overline{u_w^2}, \overline{w_w^2}$ の鉛直分布

 (b) $\overline{u_w w_w}$ の鉛直分布

 図-1 流速の積の鉛直分布 ($T=2.0$ s, $h=25$ cm)

応力が生じることを示している。

3.2 波動理論による算定

従来の radiation stresses の算定には、水平床上の波動運動と仮定した微小振幅な波である Airy 波理論がよく用いられてきた。傾斜海底面上の波動運動の算定方法には、この Airy 波理論を発展させ、傾斜海底に関して摂動展開した Biesel の方法 (1952)、等角写像法を用いた方法 (Nadaoka ら, 1984) がある。また、数値計算で算定する Massel の方法 (1992) や連成方程式の後野の方法 (1995) もある。本研究では、理論解であり、谷本ら (1996) が急海底斜面面上での radiation stress の算定に適していると示した Biesel の理論を用いて波動流速を算定する。

一様勾配 δ の斜面上で岸向きに x 方向正軸、静水面から鉛直上向きに z 方向正軸を取ると、Biesel の理論による水平流速成分 u_w 、鉛直流速成分 w_w と水面変動 η_w は、以下の様に表される。

$$u_w = \hat{u} \cos\left(\int k dx - \omega t + \varepsilon_u\right) \quad \cdots \cdots (7)$$

$$w_w = \hat{w} \cos\left(\int k dx - \omega t + \varepsilon_w\right) \quad \cdots \cdots (8)$$

$$\eta_w = A \cos\left(\int k dx - \omega t + \varepsilon_\eta\right) \quad \cdots \cdots (9)$$

ここに

$$\hat{u} = a\omega\{\hat{u}_c^2 + \hat{u}_s^2\}^{1/2} \quad \cdots \cdots (10)$$

$$\varepsilon_u = \tan^{-1} \frac{\hat{u}_s}{\hat{u}_c} \quad \cdots \cdots (11)$$

$$\hat{u}_c = \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \quad \cdots \cdots (12)$$

$$\hat{u}_s = \frac{\delta}{\sinh kh} (f_1 + f_2 + f_3) \quad \cdots \cdots (13)$$

$$f_1 = \left\{ \frac{k^2(z+h)^2}{D \sinh 2kh} - k(z+h) \right\} \cosh k(z+h) \quad \cdots \cdots (14)$$

$$f_2 = \frac{k(z+h)}{D^2 \tanh kh} \sinh k(z+h) \quad \cdots \cdots (15)$$

$$f_3 = \frac{\cosh k(z+h)}{D^2 \tanh kh} + \frac{2k(z+h) \sinh k(z+h)}{D \sinh 2kh} - \sinh k(y+h) \quad \cdots \cdots (16)$$

k : 波数, ω : 周波数, h : 水深である。その他の記号は谷本ら (1996) と同じでありここでは説明を省略する。水平床から傾斜面に扱いを変えることによって、水平流速成分を例にとると、振幅 ($\hat{u}_s$) と位相 (ε_u) の両面に違いが表れる。

谷本ら (1996) は、波数 k 、水深 h などの微分項に相当する f_3 を含めない方が海底面上の境界条件を満足する、と指摘している。そこで、本研究では f_3 を考慮した場合と考慮しない場合について検討を進めていく。

式 (7)、(8) を用いて、式 (3)～(6) 中における流速積の一周期平均を表すと式 (17)～(19) となる。

$$\overline{u_w^2} = \frac{1}{2} \hat{u}^2 \quad \cdots \cdots (17)$$

$$\overline{w_w^2} = \frac{1}{2} \hat{w}^2 \quad \cdots \cdots (18)$$

$$\overline{u_w w_w} = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{w} \cos(\varepsilon_u - \varepsilon_w) \quad \cdots \cdots (19)$$

式 (17)～(19) を用いて 3.1 節で示した各流速測定と同条件の流速を算定した結果を、図-1 に合わせて線で示している。また Airy 波理論を用いて算定した結果も白抜きプロットで示した。

図の (a) を見ると、 $\overline{u^2}$ 、 $\overline{w^2}$ については Biesel の理論と Airy 波理論で差が見られない。海底面の勾配が 1/20 と比較的緩やかであるため、海底付近の鉛直流速成分の 2 乗値も、両理論で差がほとんど無く、数値的にも僅かの差であった。計算結果を実験結果と比べると、鉛直分布の傾向と大きさがほぼ一致している。ただし、波高が大きく砕波点付近で測定したケースでは、水平流速の 2

乗は、分布形は同じである一方、絶対値は実験の方が小さくなった。これは、波の非線形性の影響によるものと推察される。

図の (b) をみると、水平・鉛直流速成分の積は、水平床と仮定している Airy 波では二つの流速成分の位相差が全水深にわたって $\pi/2$ となるので零になる。他方、傾斜面の影響を考慮している Biesel の理論では、海底に向かって、これらの位相が一致していくことによって実験値と同様の鉛直分布を持っていることがわかる。 f_3 の扱いにより鉛直分布形状は多少異なっているが、この違いは位相差の違いによるところが大きかった。各ケースとも $f_3=0$ として算定した方が実験結果に近かった。

4. 緩傾斜海底面上の radiation stress 水平勾配の鉛直分布

傾斜海底面上の波動流速が Biesel の理論である程度表せることを 3.2 節で確認できたので、この理論を用いて radiation stress 勾配の成分にあたる式 (1) 中の項 $S_2 \sim S_5$ の大きさについて調べた。なお、各微分については微小区間 (水平方向 $\Delta x = 0.4$ mm, 鉛直方向 $\Delta z = 0.01$ mm) での変化量から、積分については数値積分を行って算定した。

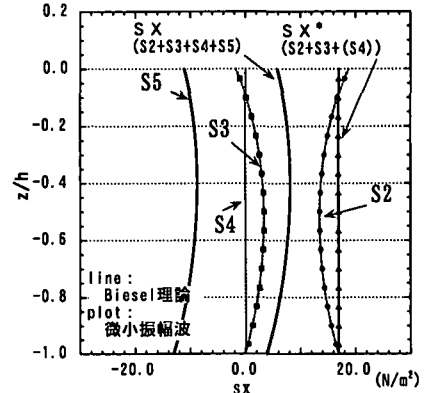
4.1 各 radiation stress 成分の鉛直分布

図-2 は式 (3)~(6) の $S_2 \sim S_5$ とそれらの合計の鉛直分布を表しており、(a) は $f_3=0$ で (b) は f_3 を考慮した結果である。水平と鉛直流速成分それぞれの 2 乗からなる S_2 , S_3 は、Airy 波理論と傾斜海底を考慮している Biesel の理論とで差がほとんど見られない。 S_4 は、 f_3 の取り扱いとは関係なく、他の項に比べて微小である。これらのことは他のケースでも成り立っていた。したがって、緩傾斜の海底面上での $S_2 \sim S_4$ を合計した応力 (sx^*) には、海底を水平と扱っても大きな計算誤差が生じない。

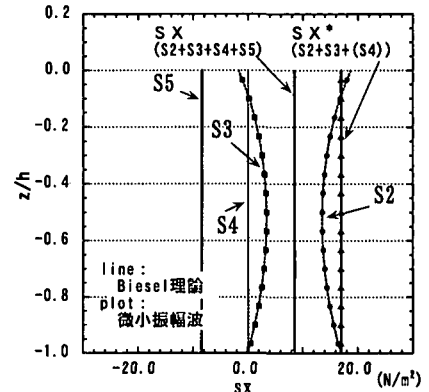
一方、水平方向にせん断応力として働く S_5 は、 S_2 や S_3 に比べて無視できないぐらいに大きく、この応力 S_5 も考慮した全体の radiation stress 勾配の鉛直分布 (sx) は、考慮しない場合 (sx^*) に比べ大きさが相当に異なる。

f_3 を考慮するかしないかによる違いは S_5 の鉛直分布形状に表れる。 f_3 を考慮しない場合 (図の (a)) を見ると、 S_5 の鉛直分布形状は水深の中頃で凹となっている。これらの傾向は相対水深が大きくなる程、顕著に表れた。一方、 f_3 を考慮した図の (b) を見ると S_5 は鉛直方向に一様となっている。

この違いが全体の radiation stress 勾配の鉛直分布形状にもそのまま表れ、 f_3 を考慮すると Airy 波で算定した場合と同じ様にほぼ鉛直方向一様となり、 $f_3=0$ とすると鉛直方向に勾配を持つ結果となっている。ただ、どちらにしても全体の radiation stress 勾配の大きさは Airy



(a) $f_3=0$



(b) f_3 を考慮

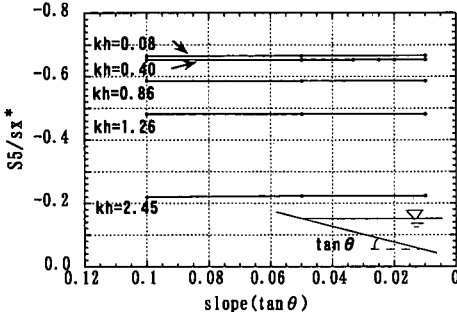
図-2 radiation stress 勾配の鉛直分布
($T=1.0$ s, $h=15$ cm, $1/20$ 勾配)

波で算定したもの (sx^*) より Biesel の理論でせん断応力 (S_5) をも考慮して算定したもの (sx) の方が小さな値となっている。

4.2 海底勾配の大きさとの関係

一周期平均のせん断応力 S_5 が radiation stress に及ぼす効果が、海底の勾配の大きさによってどの様に変化するか調べた。底面勾配を $1/10 \sim 1/100$ まで変化させて計算を行い、 S_5 の sx^* に対する割合を水深平均して求めた結果が図-3 であり、横軸に海底勾配、縦軸に S_5/sx^* を取っている。なお、結果は $f_3=0$ として算定したものである。図から一定の相対水深のもとでは、この割合は海底勾配がかなり緩やかになってもほとんど変わらずに大きいことがわかる。これは、海底勾配が緩やかになるにつれて S_5 は小さくなるが、同じ様に他の水平方向の応力勾配も小さくなるためである。また、相対水深が小さくなるほど、 S_5 の比重が大きくなることがわかる。

図には示していないが、 f_3 を考慮して算定した場合、海底勾配や相対水深に関わらず、 S_5/sx^* が 0.5 でほぼ一定となっていた。


図-3 海底勾配とせん断応力の割合との関係 ($f_3=0$)

4.3 海底条件の取り扱いに関する考察

積分された radiation stress は、これまで水深方向全域にわたって作用する合力として扱われることが一般的で、wave set-up や wave set-down など一周平均の海水の運動を説明できるものとして、妥当性が認識されてきた。一方、図-2 で示したようにその合力を求める以前の鉛直分布には、水平床と傾斜面との扱いによって値に差が生じていた。本節では、この差が生じる原因を検討する。

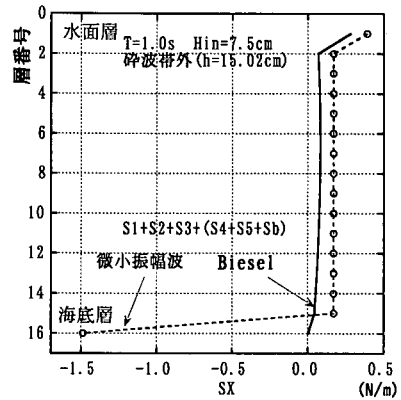
水平方向のせん断応力は、流体内部において働くものであり、水深方向に積分すると水面及び水底の値のみ残ることになる。したがって、原因を究明するために着目すべき点は海底境界の扱いと考えられる。

傾斜海底を水平床と扱った場合の、水平方向の応力勾配の誤差は、水深方向に積分すると容易に調べることができる。そのため、水深方向に分割（多層化）し各分割区間内で積分することにした。なお、最下層の積分に必要な、海底面上の条件 (S_b) は式 (20) となる。

$$S_b = \frac{\partial(-h)}{\partial x} \cdot \left\{ \overline{u_w^2} - \overline{w_w^2} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 \overline{u_w w_w} dz \right. \\ \left. + \frac{\partial(-h)}{\partial x} \cdot \overline{u_w w_w} \right\} \Big|_{z=-h} \dots\dots\dots (20)$$

ここで用いている波動理論は微小振幅な波と仮定しているので、波面が変動する範囲で存在する S_1 は水面層に加える。

図-4 に radiation stress 勾配の層別積分の結果を示す。縦軸は水面を含む上層から付けた層番号(分割番号)、横軸が各層の radiation stress の勾配である。Airy 波理論を用いて傾斜床上の応力を算定した結果は、海底層で他の層に比べて異常に大きな値となっている。一方、傾斜床として扱う Biesel の理論では海底層で値が小さい。各層の値を合計した結果は両理論でほぼ完全に一致していた。図-4 に示した結果は $f_3=0$ として求めたものであるが、 f_3 を考慮した場合でも、値に多少の差があるが、同様のことが成り立っていた。


図-4 水平層内の radiation stress 勾配 ($f_3=0$)

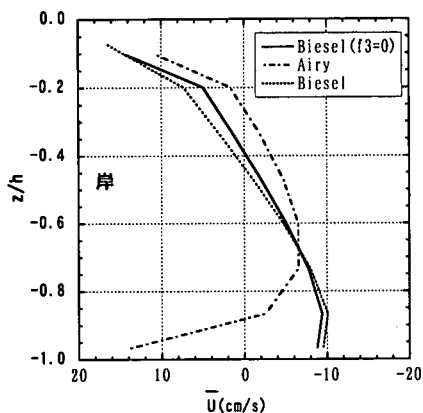
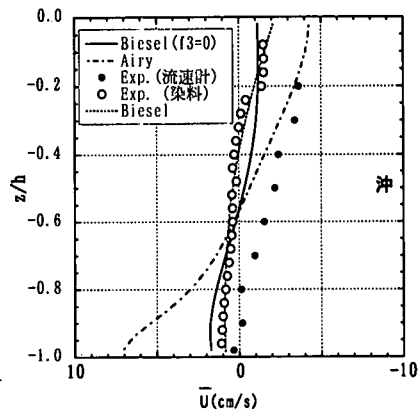
これらのことから、傾斜床を境界として扱うことで水平方向のせん断応力を正しく取り組むことが可能であることが分かる。それは水平床として扱うことによる誤差を解消するものである。したがって、緩やかな傾斜の海底面でも、radiation stress の鉛直分布を求めるためには、傾斜の影響を考慮する必要がある。

5. 緩傾斜海底面上の海浜流予測

次に、水平床と傾斜床としての取り扱いの違いによる、海浜流の鉛直分布への影響について調べた。ここで用いたモデルは信岡ら (1997) の多層モデルであり、層ごとの radiation stress を沖から岸まで全域にわたって算定した結果を外力項として入力すれば、平均流の鉛直分布が求まるものである。計算の対象は 3.1 節で示した実験と同じものである。

図-5(a) は碎波帯内、(b) は碎波帯外の前平均流の計算結果であり、Biesel の理論を用いて算定した radiation stress による計算結果を実線 ($f_3=0$) と点線 (f_3 を考慮)、Airy 波理論による結果を一点鎖線で示している。碎波帯外の結果については、流速計で測定した結果を黒丸、染料を用いて測定した結果を白丸で合わせ示している。縦軸が水深であり、横軸が平均流で正の値は岸向き流速を示す。

Airy 波による radiation stress を用いた結果を見ると、碎波帯内の底面付近で岸向き流れとなっており、これまでの研究で明かにされてきた戻り流れの鉛直分布形状とは大きく異なる。碎波帯外の前平均流は底面付近で岸向き流れが強く、鉛直分布形状が急になっており、実験値とかけ離れている。これは図-4 で示した海底傾斜の取り扱いによる誤差が原因である。これに対し Biesel の理論による計算結果は、碎波帯内の底面付近で戻り流れが存在しており、碎波帯外でも流れの大きさ、鉛直分布形状が実験値に近くなっている。Biesel の理論で $f_3=0$

(a) 碎波帯内 ($h=7.5$ cm)(b) 碎波点沖側 ($h=25$ cm)図—5 岸沖平均流速の鉛直分布 ($T=1.0$ s, $H=7.5$ cm)

とした場合と考慮した場合での平均流速の差は小さい。沖側の結果である図の (b) を見ると f_3 を考慮して計算した平均流の方が染料による実験結果との一致が良いけれど、沖側の循環流全体を見たところ $f_3=0$ とした方が適切な結果となっていた。 f_3 の取り扱いによる違いについて今後さらに検討が必要である。

流速計による流速測定は Euler 的であり、トレーサー (染料) による測定は Lagrange 的であるため、両者の測定結果には差が生じていた。また今回の各平均流の計算では、碎波帯外での粘性係数に水の粘性係数を 100 倍したものを用いて、初めて適切な結果が得られた。これらについても議論を後に回すことになるが、海底面の傾斜を考慮した radiation stress の鉛直分布を用いて平均流を求める方がはるかに良いことに変わりはない。

6. 結 論

緩傾斜海底面上の平均流の鉛直分布を予測するために、一周期平均した波動流速の積、radiation stress の鉛直分布の検討を進めた。その結果、緩やかな傾斜海底面上でも $\rho u_w w_w$ の鉛直分布が存在することを実験により明らかにし、これを Biesel 理論で十分に表せることを示した。この分布は水平方向のせん断応力として作用するため、平均流の分布を生み出す上で駆動力の一つとなるといえる。

Biesel の理論を用いて算定した傾斜海底面上の radiation stress 勾配の鉛直分布は、水平床として算出したものに比べ大きさが相当異なることがわかった。この差に対する寄与は $\rho u_w w_w$ の鉛直勾配が大きい。 $\rho u_w w_w$ の鉛直勾配によるせん断応力が、全体に占める割合は海底斜面がかなり緩やかになっても変わらずに大きい。傾斜海底を水平と扱うことに起因する応力計算の誤差は相当大きく、 $\rho u_w w_w$ によるせん断応力を考慮すれば、この誤差

は解消される。

岸沖断面平均流速の鉛直分布予測に海底傾斜を考慮して算出した radiation stress 勾配の鉛直分布を用いると、岸沖平均流速の鉛直分布を良く表現できる。

以上より、緩傾斜海底面上での海浜流鉛直分布に対して、傾斜の効果の導入が必要であり、それを行えば予測モデルを改善させることを示した。この場合の radiation stress の算定には Biesel の理論を用いることができる。

謝辞：本研究を進めるにあたり、埼玉大学教授の谷本勝利先生、東京大学教授磯部雅彦先生に有益なご助言を頂いた。ここに甚大なる謝意を表する。

参 考 文 献

- 岡安章夫・瀬尾賢之・柴山智也 (1993): 碎波による運動量輸送を考慮した海浜流の準 3 次元モデル, 海岸工学論文集, 第 40 巻 (1), pp. 251-255.
- 黒岩正光・野田英明・芳地康征 (1997): 準 3 次元海浜流場の数値シミュレーションに関する研究, 海岸工学論文集, 第 44 巻 (1), pp. 151-155.
- 谷本勝利・中村 茂・趙 群・中村廣明 (1996): 急斜面面上での波動場とラディエーション・ストレスの評価, 海岸工学論文集, 第 43 巻 (1), pp. 26-30.
- 後野正雄 (1995): 任意地形上の不規則波に対する新しい連成振動方程式, 海岸工学論文集, 第 42 巻 (1), pp. 16-20.
- 信岡尚道・加藤 始・三村信男 (1997): 多層 3 次元海浜流モデル, 海岸工学論文集, 第 44 巻 (1), pp. 156-160.
- Biesel, F. (1952): Study of Wave Propagation in Water of Gradually Varying Depth, Gravity Waves, pp. 243-253.
- Nadaoka, K. and M. Hino (1984): Conformal mapping solution of a wave field on the arbitrarily shaped sea bottom, Proc. 19th Conf. Coastal Eng., ASCE, pp. 1192-1208.
- Massel, S. R. (1993): Extended refraction-diffraction equation for surface waves, Coastal Eng., Vol. 19, pp. 97-126.
- Svendsen, I. A. and R. Lorenz (1989): Velocities in Combine undertow and long shore currents, Coastal Eng., Vol. 13, pp. 55-79.