

波・地盤・構造物の相互作用に関する VOF-FEM 予測モデルの開発

蔣 勤*・高橋重雄**・村西佳美***・磯部雅彦****

1. はじめに

海の構造物の耐波設計において、構造物と波との相互作用のみならず、その基礎地盤の挙動も含めた総合的な検討が不可欠となっている。特に、地盤の液状化や洗掘・吸い出しが構造物の沈下や破壊の原因と思われるケースも少なくなく、そのメカニズムの解明と対策法の確立が重要となっている。すでに多くの水理模型実験が行われているが、模型の相似則等の問題があり、その適用には限界がある。一方、数値計算についても、Biot (1941) の 2 相弾性体理論に基づいた計算モデルがいくつか提案されている (Yamamoto ら, 1978 ; 村ら, 1996) が、その多くは線形波あるいは弱非線形波の仮定のもとに開発されたものである。現地で液状化や洗掘・吸い出しが問題となる場合は、砕波帯が多く、砕波しない場合でも、設計波のような砕波限界に近い非線形性の強い波であることがほとんどである。また越波によって構造物背後が液状化する場合等については従来の方法では計算することができない。本研究は、こうした砕波を含めた非線形性の強い波の場とそれによる地盤・構造物の応答を計算する数値解析モデルを構築するものであり、種々の条件に対してそのモデルの妥当性を検討するものである。

2. 計算方法

波と構造物と海底地盤との相互作用を検討するための VOF-FEM 数値解析モデルを新たに構築した。本計算モデルは、地盤と水部の解析モデルからなり、それらを接続境界を介して連成させることにより、波と構造物・海底地盤との非線形干渉による波動場並びに動的な地盤挙動を時間領域で解析することができる。地盤と構造物は、それぞれ Biot の圧密理論に基づいた Voigt 型 2 相粘弾性体また弾性体とした土運動の FEM 解析モデルであり、水部は、NASA-VOF を用いた流体運動のナビエ・ストークス方程式を直接解く数値波動水路からなる。

(1) 波動場の VOF モデル

砕波や越波など非線形波動場および流れ場の解析には、既開発された数値波動水路を用いて行う。それは NASA-VOF に基づいた 2 次元非圧縮性流体運動の連続式および Navier-Stokes 方程式、自由表面の挙動を表す VOF 関数 F の移流方程式並びに乱流エネルギー k と乱流エネルギー散逸 ε に関する移流方程式の FDM 解析モデルである。

$$\frac{\partial \gamma_x u}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\lambda_v \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u u}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z w u}{\partial z} = -\frac{\lambda_v}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} - R_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \nu_e \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \nu_e \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \right) \dots\dots (2)$$

$$\lambda_v \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u w}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z w w}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_v g - R_z + \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \nu_e \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \nu_e \left[2 \frac{\partial w}{\partial z} \right] \right) \dots\dots (3)$$

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u F}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w F}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$\gamma_v \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u k}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \nu_k \left[\frac{\partial k}{\partial x} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \nu_k \left[\frac{\partial k}{\partial z} \right] \right) + \gamma_v G_s + \gamma_v \varepsilon \dots\dots\dots (5)$$

$$\gamma_v \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \nu_\varepsilon \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \nu_\varepsilon \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] \right) + \gamma_v C_1 \frac{\varepsilon}{k} G_s + \gamma_v C_2 \left(\frac{\varepsilon^2}{k} \right) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 u と w はそれぞれ流速の水平 x および鉛直 z 成分、 p は圧力、 ρ_f は密度、 g は重力加速度、 ν_e は分子粘性係数と渦動粘性係数の和、 R_x と R_z は多孔質からの抵抗力の水平及び鉛直成分、 γ_v は空隙率、 γ_x と γ_z は水平及び鉛直方向の面積透過率である。そして、 k と ε の式の中に含まれる ν_k 、 ν_ε 、 G_s 、 C_1 および C_2 は係数であり、通常の値が用いられる。

(2) 地盤・構造物の FEM モデル

a) 基礎方程式

地盤部については、海底地盤を気泡の混入を考慮した

* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所特別研究員
** 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所特別研究員
*** (株)富士総合研究所解析第 2 部主事研究員
**** フェロー 工博 東京大学大学院新領域創成科学研究科教授

圧縮性流体で満たされた多孔質の混合体として取り扱い、Biot の 2 相弾性体理論に基づいてモデル化している。これまでも、Biot の式を用いた地盤解析モデルはいくつかあるが、砂粒子と間隙水の加速度が無視されていたり、あるいは地盤を線形弾性体として挙動する仮定の基に提案されたものが多く、実問題への適用には限界があることが指摘されている。碎波など複雑な外力の条件下での地盤の挙動を高精度に評価するためには、地盤の非線形挙動を考慮する必要がある。

従って、本計算モデルでは、線形弾性体の代わりに地盤を Voigt 型粘弾性体として挙動すると考え、改良された Biot の圧密理論を用いて有限要素法によるモデル化を行っている。また、ケーソン防波堤など構造物に対して、単相弾性体として同様にモデル化している。

鉛直 2 次元の直交座標系において、土の有効応力を $\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}\}^T$ 、有効ひずみを $\{\epsilon\} = \{\epsilon_x, \epsilon_z, \gamma_{xz}\}^T$ とすれば、地盤の Voigt 型粘弾性構成則は次のように表せる。

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} + [\eta]\{\dot{\epsilon}\} \quad (7)$$

ここで、 $[D]$ は土の剛性マトリックスであり、次のようである。

$$[D] = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (8)$$

また、 $[\eta]$ は土の粘性係数マトリックス ($[\eta] = \beta[D]$ 、 β : 遅延時間係数) であり、 λ 及び G はそれぞれラメの定数及び土のせん断弾性係数である。

式 (7) を用いて、砂粒子の変位と間隙水の変位を変数とした土運動の Biot の $U \sim W$ form は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} [L]^T([D] + \alpha^2 Q\{m\}\{m\}^T)[L]\{U\} \\ + \alpha Q[L]^T\{m\}\{m\}^T[L]\{W\} + \beta[L]^T[D][L]\{\dot{U}\} \\ - \rho_s\{\dot{U}\} - \rho_f\{\dot{W}\} + \rho_s\{b\} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

同様に、間隙水の運動を支配する一般的なダルシー則は以下のように表す。

$$\begin{aligned} \alpha Q[L]^T\{m\}\{m\}^T[L]\{U\} + Q[L]^T\{m\}\{m\}^T[L]Q\{W\} \\ - \rho_f g/k\{\dot{W}\} - \rho_f/n\{\dot{U}\} - \rho_f\{\dot{W}\} + n\rho_f\{b_f\} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $\{U\} (= \{U_x, U_z\}^T)$ 及び $\{W\} (= \{W_x, W_z\}^T)$ はそれぞれ土粒子、間隙水の変位を表す列ベクトルであり、 $\{\dot{U}\}$ 、 $\{\dot{W}\}$ 、 $\{\ddot{U}\}$ および $\{\ddot{W}\}$ は土粒子と間隙水の速度および加速度の列ベクトルである。 ρ_s と ρ_f はそれぞれ土全体の密度と水の密度で、 k は砂の透水係数である。係数 Q 及び α は $Q = 1 = n/K_f + (\alpha - n)/K_s$ と $\alpha = 1 - (3\lambda + 2G)/HK_s$ により求められる。 n は砂の空隙率であり、

K_f 及び K_s はそれぞれ水及び砂の体積弾性係数である。演算子 $\{m\}$ 及び $[L]$ は以下の通りである。

$$\{m\} = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}^T \quad (11)$$

$$[L]^T = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & \partial/\partial z \\ 0 & \partial/\partial x & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (12)$$

b) 有限要素解析

以上の土及び間隙水の運動方程式に対して、有限要素法を用いた数値解析を行う。すなわち、解析領域を有限個の四方形また三角形要素群に分割し、間隙水圧や有効応力等のスカラー量を要素の中央に、土粒子および間隙水の変位、速度および加速度などを要素の節点に定義し、式 (9) と式 (10) に重み付き残差法を適用し離散化すれば以下の有限要素方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sf} \\ M_{sf}^T & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_d \\ \dot{W}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss} & 0 \\ 0 & C_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_d \\ W_d \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{sf}^T & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_d \\ W_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 $\{U_d\} (= \{U_{xd}, U_{zd}\}^T)$ 及び $\{W_d\} (= \{W_{xd}, W_{zd}\}^T)$ はそれぞれ要素の各節点の土粒子、間隙水の変位を表す列ベクトルである。また、係数マトリックス $[M_{ss}] \sim [F_w]$ は次のように表される。

$$[M_{ss}] = \sum_e \int_{\Omega_e} [N]^T (\rho_s) [N]_e d\Omega \quad (14)$$

$$[M_{sf}] = \sum_e \int_{\Omega_e} [N]^T (\rho_f) [N]_e d\Omega \quad (15)$$

$$[M_{ff}] = \sum_e \int_{\Omega_e} [N]^T (\rho_f/n) [N]_e d\Omega \quad (16)$$

$$[C_{ss}] = \sum_e \int_{\Omega_e} \beta ([L][N]_e)^T [D] [L][N]_e d\Omega \quad (17)$$

$$[C_{ff}] = \sum_e \int_{\Omega_e} [N]^T (\rho_f g/k) [N]_e d\Omega \quad (18)$$

$$\begin{aligned} [K_{ss}] = \sum_e \int_{\Omega_e} ([L][N]_e)^T \cdot ([D] \\ + \alpha^2 Q\{m\}\{m\}^T) [L][N]_e d\Omega \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} [K_{sf}] = \sum_e \int_{\Omega_e} ((m)^T [L][N]_e)^T \\ \cdot (\alpha Q) (\{m\}^T [L][N]_e) d\Omega \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} [K_{ff}] = \sum_e \int_{\Omega_e} ((m)^T [L][N]_e)^T \\ \cdot (Q) (\{m\}^T [L][N]_e) d\Omega \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} [F_u] = \sum_e \left(\int_{\Omega_e} ([N]^T (\rho_s b)) [N]_e d\Omega \right. \\ \left. + \int_{s_1} [N]^T \hat{t} dS - \int_{s_2} [N]^T (\bar{p} - \bar{p}_0) dS \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$[F_w] = \sum_e \left(\int_{V_e} ([N]^T (\rho_f b_f) [N])_e dV_e - \int_{S_2} [N]^T (\bar{p} - \bar{p}_0) dS \right) \dots\dots\dots (23)$$

離散化された基礎方程式 (13) について, Wilson θ 法を用いて時間積分を行う。また, 計算時間および記憶容量を短縮するため, 連立 1 次方程式の解法には, 収束性および安定性に優れた Wave-front 法を用いている。

(3) 波動場と地盤の連成

海底地盤の土や間隙水あるいはケーソンなどの構造物の挙動は波による水圧変動に影響を受けると共に, 一方でこれらの挙動が波の運動に影響を及ぼすことにより相互作用している。こうした相互作用が考慮できるように, この計算モデルでは波動場の解析と地盤・間隙水の解析を連成し解析している。

なお, 水部と地盤部はそれぞれ差分法及び有限要素法を用いるため, その同時解析には工夫が必要である。本研究では, 水と地盤の接続境界での圧力, 流速及び応力の連続性から, 先ず数値波動水路を用いて波動場の計算を行い, 得られた水圧値を用いて地盤の挙動を計算し, 次に地盤解析で得られた間隙水の流速値を用いて再び水部の計算を行うと言う疑似連成型の方法を採用している。

3. 解析結果および考察

この VOF-FEM 計算モデルを用い, 砂地盤を対象に波の伝播及び地盤・構造物の挙動 (変位, 間隙水圧, セン断応力, 有効応力など) の計算を行い, この計算法の妥当性及適用性について検討を行った。計算は, ①進行波の場合, ②重複波の場合, ③混成堤の場合, および④ケーソン護岸の場合の 4 ケースである。

(1) 進行波による地盤応答

構造物がない平坦な砂地盤上に進行波が通過する場合について, 表-1 に示すように水深を 10 m, 波の周期を 8 s として, 波高を変えて波の非線形性の影響を調べるとともに, 砂のせん断弾性係数および透水係数を変化させて, 砂地盤の剛性や透水性の影響を調べた。

図-1 は, 波高 H_0 は (Case 1) であり, 地盤内の間隙水圧, 有効応力およびせん断応力の時間変化の計算値を Yamamoto ら (1981) の理論値と比較したものである。

表-1 波と砂地盤の主な物性値

Case	H_0 (m)	G (N/m ²)	k (m/s)
1~4	2.0~5.0	1.5×10^7	1.0×10^{-3}
5~8	2.0	$1.5 \times 10^{-3} \sim 10^7$	1.0×10^{-3}
9~13	2.0	1.5×10^7	$1. \times 10^{-2} \sim 10^{-5}$

($h=10.0$ m, $T=8.0$ s, $K_f=3. \times 10^{10}$ N/m², $\xi=0.33$, $n=0.45$)

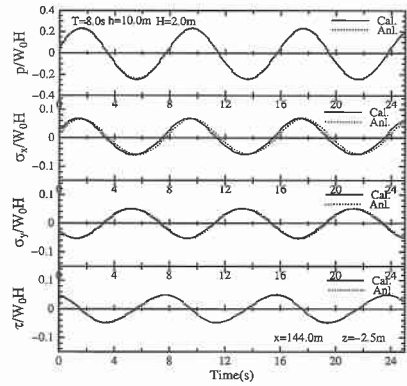


図-1 進行波の場合の地盤応答 (時系列変化)

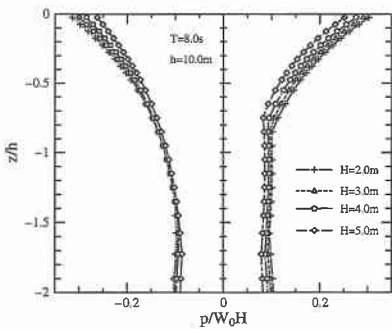


図-2 間隙水圧のピーク値の鉛直分布

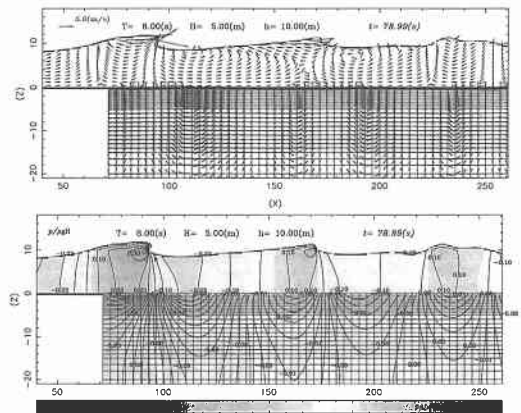


図-3 砕波に対する地盤応答

こうした硬い砂地盤で波高が比較的に小さいときには, 地盤が線形弾性体として挙動するため, 地盤の変位, 間隙水圧, 有効応力およびせん断応力は正弦波のように変化し, 計算値は理論値にほぼ一致しており, この計算法の妥当性が確かめられた。

また, 図-2 に示すのは, 波高を 2.0[m] から 5.0 m と変化した場合 (Case 1~Case 4) における地盤内の

間隙水圧のピーク値の鉛直分布である。波高が小さいときには線形計算による値に近く、波高が大きくなるとその非線形性の影響が現れている。

図-3はCase 4の入射波が大きい場合であり、波の伝播とそれによる地盤の応答の様子を示すものである。波による流速と地盤変位速度、そして波による圧力と地盤内の間隙水圧の空間分布を示すものである。この場合には、入射波が既に砕波をしているが、砕波している部分で間隙水圧の等圧線は密になっており、砕波による非線形な波の場が地盤に与えた圧力の場を与えていることが分かる。また砕波後で減衰した波による間隙水圧も計算されている。

また、砂のせん断弾性係数を変化させた計算では、剪断弾性係数 G が小さくなると地盤が大きく変位し、 10^5 N/m^2 と小さくなると、位相差が 180° と変わり、地盤と波とがほぼ同位相で動くようになる。さらに、透水係数を変化させた計算を行ったが、透水係数はかなり小さくならないとその差が明瞭にはならない。こうした性質は、これまでの線形な計算結果と一致している。

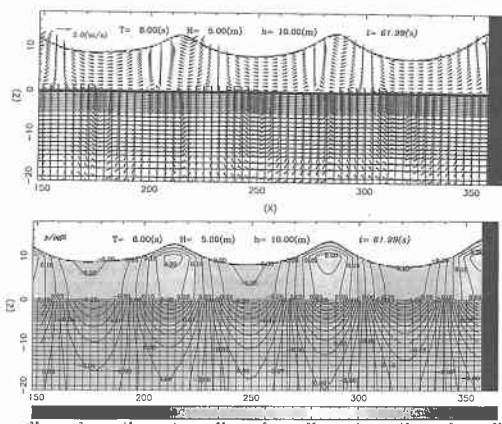


図-4 重複波に対する地盤応答

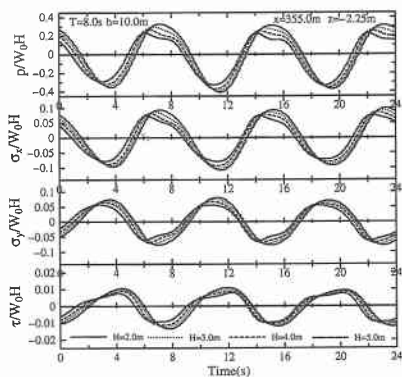


図-5 重複波に対する地盤応答 (時系列変化)

(2) 重複波による地盤応答

水路に構造物を設置して重複波の場合の計算も行っている。この場合には、水部だけでなく地盤部にも不透過な鉛直の壁を設けており、不透過性矢板を対象にした計算に対応している。

図-4は、重複波に対する地盤の応答を示すもので、波による水粒子速度と地盤の変位速度、そして波による圧力と地盤内の間隙水圧の空間分布を示すものである。水深 $h=10.0 \text{ m}$ 、波の周期 $T=8.0 \text{ s}$ 、波高 $H=5.0 \text{ m}$ 、砂地盤の厚さ $d=40.0 \text{ m}$ の条件で、砂地盤の透水係数を $k=1.0 \text{ mm/s}$ 、せん断弾性係数を $G=15,000 \text{ kN/m}^2$ としている。図-5は、鉛直壁下部における間隙水圧、有効応力、せん断応力の時系列を示すものである。波高を 2.0 m 、 3.0 m 、 4.0 m および 5.0 m と変化させて、線形重複波から有限振幅重複波までの条件を計算している。地盤内に重複波に対応する間隙水圧が発生し、波高の増加に応じて地盤内の間隙水圧などの時間波形に非線形性が徐々に現れ、有限振幅重複波圧の特徴である双峰型波圧波形が認められる。特に、正のピーク値より負のピーク値が大きいこと、またそれに対応する非線形な有効応力やせん断応力が地盤内に作用している現象が再現されている。

(3) 混成堤における地盤の波浪応答

水路に捨石マウンドとケーソンからなる混成防波堤を設置した場合について計算を行っている。

図-6は、砂地盤上に混成堤がある場合の地盤応答を示すものである。地盤の変位速度、間隙水圧の空間分布(波峰時)を示すもので、水深 $h=20.0 \text{ m}$ 、波の周期 $T=13.6 \text{ s}$ 、波高 $H=10.0 \text{ m}$ 、マウンド上水深 $h_b=16.0 \text{ m}$ 、ケーソン幅 $B=20.0 \text{ m}$ 、ケーソンの天端高 27.7 m 、砂地盤の厚さ $d=60.0 \text{ m}$ 、マウンドの透水係数 $k=1.0 \text{ mm/s}$ 、せん断弾性係数 $G=1,000 \text{ tf/m}^2$ としている。基本的には重複波の場合とほぼ同じ波の場となるが、地盤内に鉛直

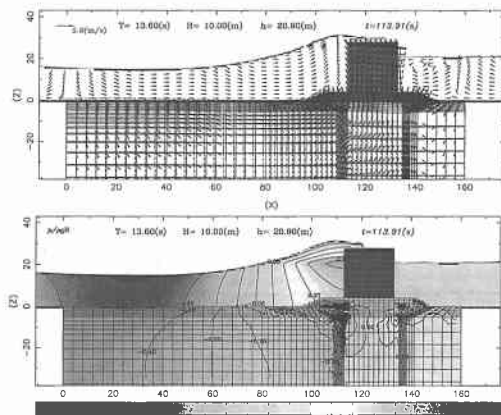


図-6 混成堤における地盤の応答

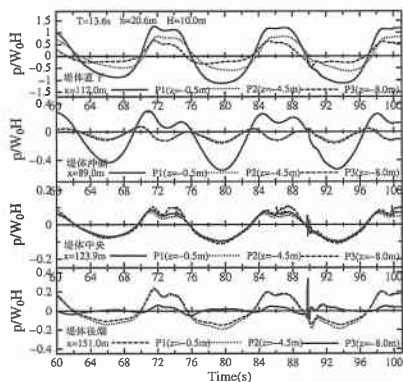


図-7 マウンドや地盤内の間隙水圧 (混成堤)

壁がないために地盤内の間隙水圧などがやや異なっている。マウンドを透過する波と越波によってケーソン背後にも波が伝播し、それに応じて地盤内に間隙水圧が発生している。

図-7は、マウンドや地盤内の間隙水圧の時間波形である。間隙水圧は、非線形性が強い波形となっており、ケーソン背後のマウンド内や地盤内の圧力も意外に大きく、越波の打ち込みによると思われる圧力も認められる。

(4) ケーソン護岸における地盤の波浪応答

ケーソン式防波堤護岸は、ケーソンの背後に裏込石や埋立砂を施工したものであり、複雑な形状となっている。こうした形状についても本モデルは適用可能であり、ケーソン背後の裏込石だけでなく埋立砂も計算に取り込むことができる。特に静水面上では水がない条件で解くことができる。

図-8は、図-6と同じ条件で、ケーソン背後に裏込め石と埋立砂を設置した場合の計算結果であり、砂地盤の変位速度、間隙水圧の空間分布(波峰時)の一例を示す。混成防波堤の場合の計算結果に比べても、ケーソン前方の地盤内に発生する間隙水圧はあまり変わらない。ケーソン背後の裏込め石には比較的大きな間隙水圧が発生しており、それが埋立砂内に伝播している。図-9は、護岸背後の裏込め石内及び埋立砂内に発生する間隙水圧や応力の時間波形である。マウンド透過波により裏込め石内には前面波圧の1/2ほどもの大きな間隙水圧が発生しており、その波形はかなり非線形性が強いものである。

4. 主要な結論

波と海底地盤・構造物との相互作用を検討するためのVOF-FEM数値計算モデルを開発し、その適用性を検討した。本計算モデルは、地盤・構造物のBiotの圧密理論に基づいたVoigt型2相粘弾性体FEM解析モデルと波動場のVOFモデルからなり、それらを接続境界を介して連成させることにより、波と構造物・海底地盤との非

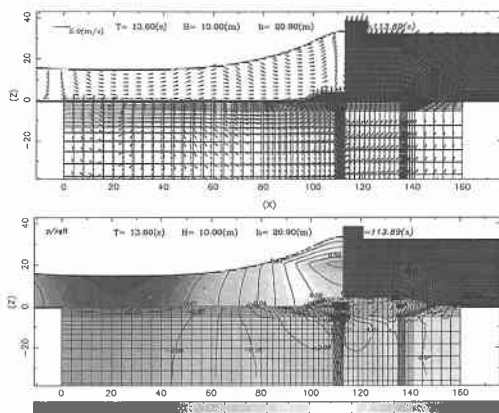


図-8 ケーソン護岸における地盤応答

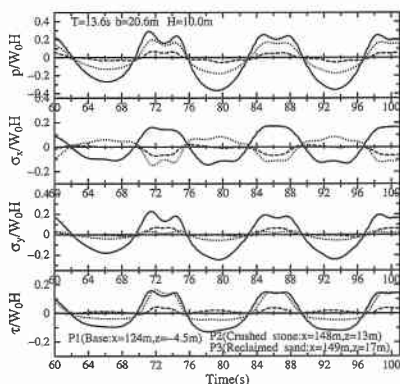


図-9 護岸背後における間隙水圧と応力

線形干渉による波動場並びに動的な地盤挙動を時間領域で解析することができる。計算結果より、本計算法は多様な波・海底地盤・構造物の相互作用の現象を合理に再現でき、こうした問題への適用性が高いことが示される。

謝辞：本研究の一部は「数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会」(代表：東京大学磯部教授)の活動の一環として行われました。ここに記して、関係各位に謝意を表します。

参考文献

- 朴 佑善・高橋重雄ら (1996): 波・地盤・構造物の相互作用に関する有限要素法解析, 海岸工学論文集, Vol. 43, pp. 1036-1040.
- Biot, M. A. (1941): General theory of three-dimensional consolidation, J. Appl. Phys., Vol. 12, pp. 155-164.
- Yamamoto, T. (1981): Wave-induced pressures and effective stresses in inhomogeneous seabed foundations, Ocean Eng., Vol. 8, pp. 1-16.
- Yamamoto, T., Koning, H. S. H. L., and van Huijsum, E. (1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, J. F. M., Vol. 87, Part 1, pp. 193-206.