

MARS 法を用いた数値波動水槽に関する研究

永瀬 恭一*・島田 昌也**

1. はじめに

近年の数値解析技術の発達と電子計算機の飛躍的な進歩によって、CFD 技術が様々な分野で設計支援ツールとして利用されている。たとえば、車両の空力特性の検証や最適形状の決定に利用されたり、空調機の吹き出し位置や最適風量の決定などにも利用され、CFD 技術は設計支援ツールとしての地位を確立しつつある。

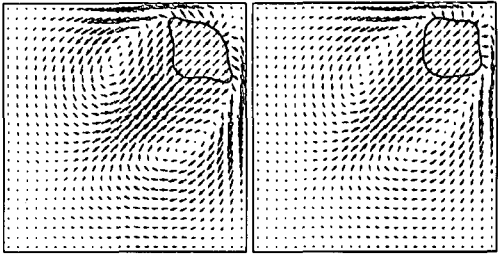
既存の数値解析技術の波浪解析への適用に関しては、近年の CFD 技術の発展に伴い、港湾構造物の計画・設計に盛んに取り入れられつつある(例えば、磯部ら(1999))。しかし、波浪解析に適用する場合、自由表面の定義や構造物で反射された波浪の入射境界での取扱いに関する諸問題を克服しなくてはならない。特に、自由表面の定義に関しては、その再現性が現象自体を決定付けるため、その取り扱い是非常に重要である。現在、自由表面解析に良く用いられる方法は、流体体積率を用いた VOF 法 (Volume Of Fluid) である。特に、自由表面近傍における圧力の急変による解析の不安定性を避けるために、単一流体のみを扱う一流体 VOF 法が多用される。しかしこの手法は、気相や界面の情報が正しく反映されないため、たとえば砕波によって取り込まれた気泡が発散されない(気泡として振舞わない)などの問題点を内蔵する。もちろん、最近の消波構造物などで頻繁に採用されている空気室を持つような構造物には応用できない。

本研究では、近年開発された気液界面情報を的確に反映できる手法を自由水面の境界条件に応用し、波浪計算への適用性について検討した。特に、空気室を有するような港湾構造物への適用性を確認するために、棧橋床版に下方から波力が作用する場合と、スリットケーソンを例として解析を行った。

2. MARS 法

(1) 計算方法

本研究は、功刀(1997)が開発した自由界面を有する多相流の直接解析法 (Multi-interface Advection and Re-



(a) VOF (b) MARS

図-1 形状保存性の比較

construction Solver, 以下 MARS 法) を組込んだ汎用流体解析ソフト STREAM ((株)ソフトウェアクレイドル社製) を波浪解析に応用したものである。従来から波浪解析で多用されてきた VOF 法は、界面格子内の VOF 値の保存性に優れているものの、界面の方向に関する情報を保持していない。そのため図-1(a)に示すように、格子を斜めに横切る輸送が生じると、元の正形状を保持できなくなる。一方 MARS 法は、VOF 法の持つ VOF 値の保存性に加え、界面法線ベクトルから界面勾配を計算し、後述する line-segment 関数を利用して輸送される流体率を解析的に求めることができ、さらに格子境界に接する部分の流体率(面積率)を隣接する格子で共有しているために格子界面での連続性を満たすことができる。その結果、図-1(b)に示すように、斜め方向の輸送でも、元形状をかなり正確に保持することができる。そこで、このような特徴を持つ MARS 法について、以下に説明する。

MARS 法で使用する基礎式は、次の多相流の連続式、運動量保存式、および体積率輸送式である。

$$\frac{\partial \langle F \rangle}{\partial t} + \sum_{m=1}^2 \left(\frac{\partial F_m u_i}{\partial x_i} \right) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i + \frac{F_{vi}}{\langle \rho \rangle} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial F_m}{\partial t} + \frac{\partial F_m u_i}{\partial x_i} - F_m \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 F_m ($m=1, 2$) は第 m 番流体の流体体積率、 u_i は

* 正会員 博(工) (株)フジタ 技術センター土木研究部
** 工 博 (株)ソフトウェアクレイドル 技術部

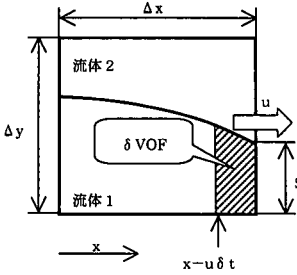
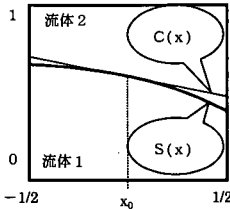
図-2 流体界面と δVOF との関係

図-3 流体界面の一次関数近似

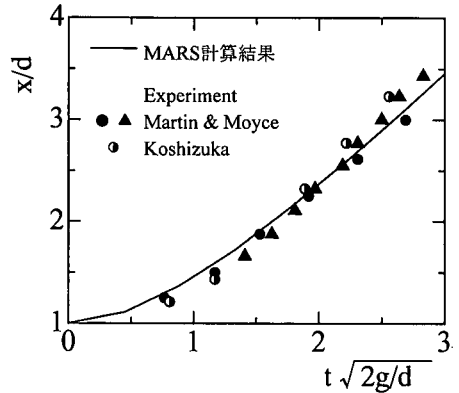


図-4 ダム崩壊問題の結果

速度の i 方向成分, ρ は密度, P は圧力, g は重力加速度, F_v は後述する CSF モデルで記述される表面張力による体積力を表す。また, $\langle \rangle$ および τ_{ij} は次式で定義される。

$$\langle \rho \rangle = F_1 \rho_1 + F_2 \rho_2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\tau_{ij} = \langle \langle \mu \rangle \rangle / \langle \langle \rho \rangle \rangle (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\langle \langle \phi \rangle \rangle = [\phi_1 \{ \text{sign}(F_1 - F_2) + 1 \} + \phi_2 \{ 1 - \text{sign}(F_1 - F_2) \}] / 2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

自由表面を有する流れを解析する場合, 自由表面に作用する表面張力を考慮しなくてはならない。本研究では, Blackbill ら (1992) の提唱した表面張力モデル (CSF モデル) を用いて, 表面力を体積力に置き換えて扱う。

$$F_{vi} = \sigma \kappa n_i \langle \rho \rangle / \bar{\rho}, \quad \bar{\rho} = (\rho_1 + \rho_2) / 2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで, σ は表面張力係数, κ は曲率, n_i は界面法線ベクトルの i 方向成分をそれぞれ表す。

MARS 法の最大の特徴は, 界面勾配を考慮した界面輸送を行えることである。そこで, MARS 法による界面輸送法の概略を次に述べる。界面勾配を考慮した VOF 値の輸送で最も重要なことは, 隣接格子に輸送される VOF 値 (δVOF) を正確に求めることである。例えば, 図-2 に示す計算格子を考えると, 単位時間 δt 後に隣接格子に輸送される δVOF は, 界面形状を $S(x)$ で表すと, 以下のように定義される。

$$\delta VOF = \int_{x-u\delta t}^x S(x) dx \quad \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) より界面輸送問題は, $S(x)$ を如何にして正確に求めるかに置き換えられる。そこで, $S(x)$ を求めるにあたり, 図-3 に示す格子内で連続な一次関数 $C(x)$ (line-segment 関数) を導入する。この一次関数 $C(x)$ は, 単純化した界面形状に対し格子内での界面曲率が無視できる場合, $S(x)$ の分布を近似する関数として定義できる。したがって, 何らかの方法で $C(x)$ を明確に与えることができれば, $S(x) \approx C(x)$ と式 (8) より, δVOF を台形公式から解析的に求めることができる。そこで, $C(x)$ を決定するために, 解析格子を格子幅 Δx と Δy で規格化し, 界面勾配を求める x 座標を x_0 と置くと, $C(x)$ は以下のように表すことができる。

$$C(x) = f'x + 0.5, \quad f' = \partial F / \partial x|_{x_0} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで, $C(x)$ は $x = x_0 = 0$ のとき $C(x) = 0.5$ となるように定義する。明らかに, $C(x)$ を一意に決めるには x_0 の定義が重要である。この x_0 の求め方については, 紙面の都合上省略する (具体的な求め方については, 功刀 (1997) を参照)。以上が MARS 法の概略である。

次に, 本研究で採用した数値解法について説明する。本研究で使用した汎用熱流体解析コード STREAM はスタッガード格子を用いた有限体積法を採用している。連続の式と運動量保存式の解法は, 2 段階分離法 (Chorin, 1968) を用いる。運動量保存式の移流項には 1 次精度風上差分法を用い, 時間項については完全陰解法を採用している。また圧力解法には, MICCG 法を用いる。式 (3) の VOF 値の輸送に関しては, ドナー・アクセプタ法を用いて, VOF 値の移流を行っている。

(2) ダムブレイク解析による検証

MARS 法による各種波浪解析の結果を示すが, その前に自由表面解析のベンチマーク問題としてよく知られているダム崩壊問題の結果を示す。図-4 は, 水柱崩壊後の下底の自由表面先端位置 (x) を, 時間を追って示した図である。ここで, 横軸は重力加速度と水柱幅 (d) で無次元化した時間を, 縦軸は自由表面先端位置をそれぞれ表す。MARS 法の結果は, 既存の実験結果 (越塚, 1997) と良く一致することが分かる。

3. 棧橋床版に作用する揚圧力の解析

(1) 計算条件

様々な形式の港湾構造物に, 本計算手法を適用させて解析を行った。まず, 鉛直壁の前面に設置された棧橋床版に下方から揚圧力が作用する条件に関して検討する。解析条件は, 榎木・後野 (1987) が行った実験にしたがって, 水深 $h = 56$ cm, 周期 $T = 1.17$ s, 波高 $H = 10.1$ cm

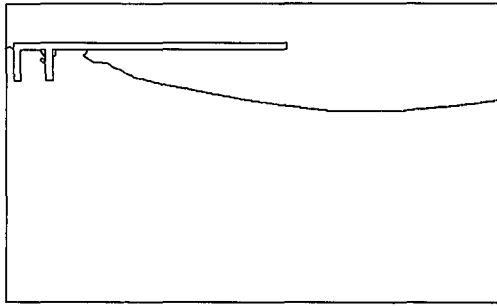


図-5 VOF法計算結果

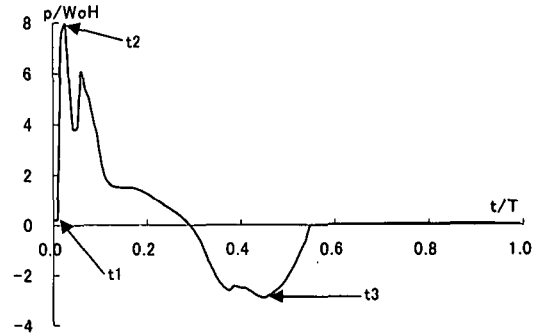
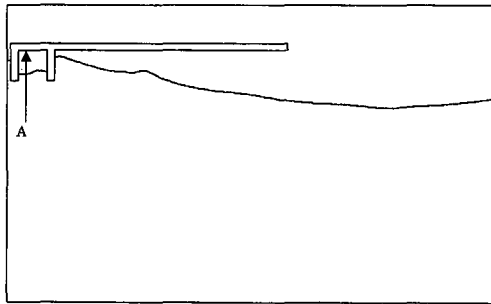
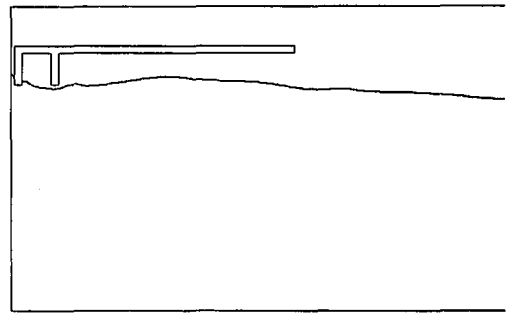


図-7 波力計算結果

図-6 MARS法計算結果 (t_2)図-8 MARS法計算結果 (t_1)

として微小振幅波理論で求めた水平流速を与え、構造物からの反射波が入射境界に到達する前に計算を終了させた。また、棧橋のリップの高さと間隔は $R_h = R_w = 8$ cm, リップと静水面との間隔 $D' = 2$ cm である。格子間隔は、鉛直方向に 1 cm, 波の進行方向のリップ周辺で 0.5 cm, その他の部分で 1 cm とし、時間間隔は $\Delta t = 0.01$ s として、気相は非圧縮とした鉛直 2 次元断面における気液混相流解析を行った。境界条件は、底面や構造物で Free-slip とし、計算領域の上面は自由流出境界とした。上面に自由流出条件を設定した理由は、波動によって気相にも流れが発生し、その圧力変化などによって新たな水面変動を起こさないようにするためである。

(2) VOF法との比較

図-5 は、一流体 VOF 法によって計算した結果のうち、棧橋下部の水面がもっとも高くなった時刻の水面形である。樫木・後野 (1987) の実験結果によるとこの条件下では、リップブロック内に閉じ込められた空気が圧縮されて圧力のピークが生じる Bagnold 型の圧力分布が観測されている。しかし、VOF 法による解析結果では、完全にリップ内は水で満たされており、このような状況を再現することができない。図-6 は、図-5 とまったく同時刻での MARS 法による解析結果であり、リップ内の圧力がもっとも高くなった瞬間のものである。リップ内には、空気が閉じ込められている。また、水面形が乱されており、VOF 法に比べて再現性が良好であることが分かっ

た。

(3) 波 圧

図-6 中の点 A の波圧を無次元化して示したのが、図-7 である。また、図中に $t_1 \sim t_3$ で示した時刻の水面形を図-8, 9 に示す。まず、沖側のリップに水面が接する直前に A 点の圧力は急に上昇を始め (図-8), 接触直後に圧力のピークを迎え (図-6), その後急速に減少して負圧となって最低圧力となる (図-9)。この時、波浪によって水面は降下しており、リップブロックの開口部が開こうとしている瞬間であることがわかる。樫木・後野 (1987) の実験結果と比較したところ、気相を非圧縮として解析しているものの、ピークの値ならびに負圧時の最小値も同程度であることが確認された。ただし、実験結果には

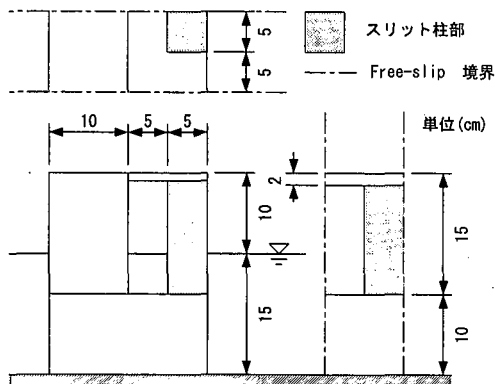
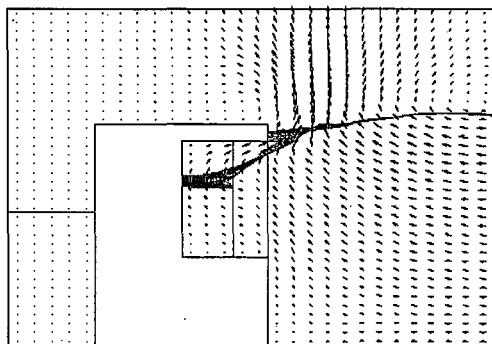
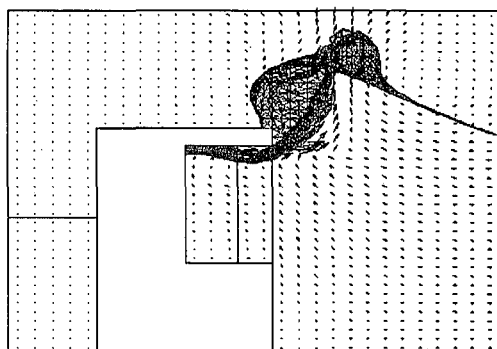
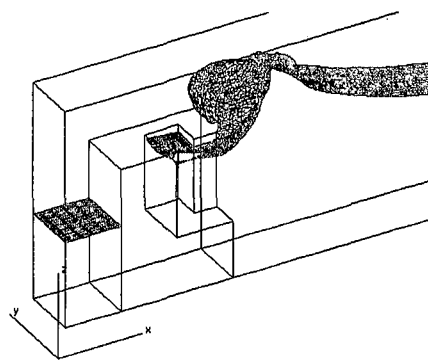


図-10 スリットケーソン

図-11 スリットケーソン計算結果 ($t=1.4$ s)図-12 スリットケーソン計算結果 ($t=1.5$ s)

細かな振動なども観測されているが、解析結果には、あまり大きな振動は見られない。この相違に関して、気相の圧縮性を取り扱っていないことや、格子幅や時間間隔の影響など、いくつかの要因が考えられるが、現状では特定することができない。

以上のように、桟橋床版のリブブロックなどの空気が、波浪によって押し出されたり閉じ込められたりすることによって起こる圧力上昇や波圧を本手法によって精度よく再現できることが明らかになった。

4. スリットケーソン

(1) 計算条件

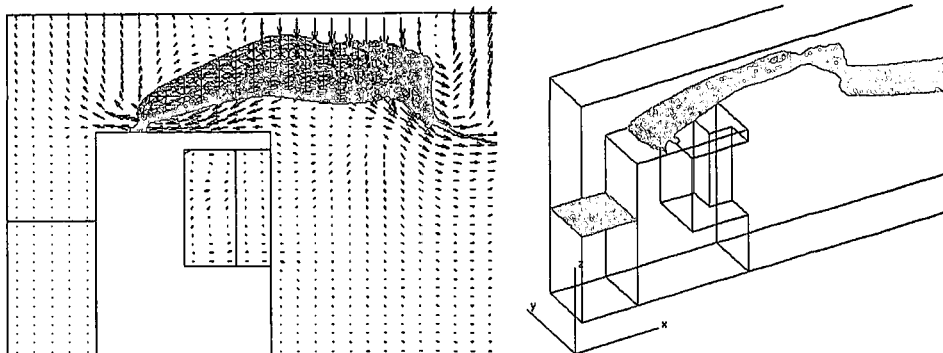
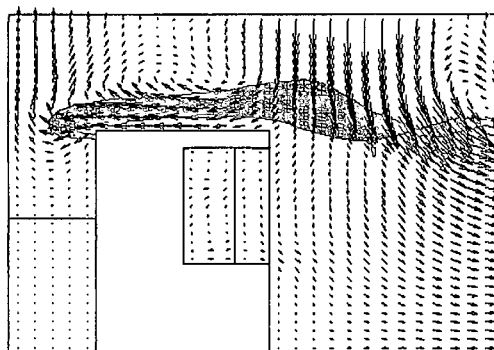
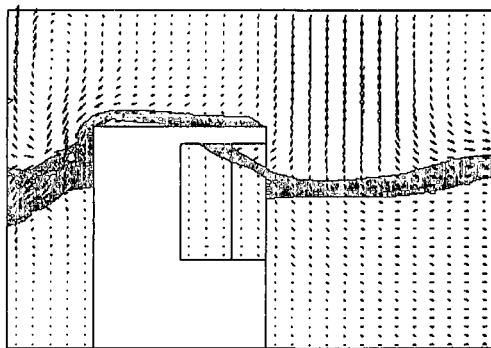
スリットケーソンは、防波堤前面での反射を低減するため、近年多用されている防波堤の形式で、スリット部での縮流などでエネルギーロスによる消波機能等が期待できる。スリットケーソンには、床版を下方から持ち上げる揚圧力などの波力が作用するが、これらの波力の検証には従来から模型実験が多用されてきた。しかし、このような構造物に作用する波力の検証には、数値解析法を用いれば、効率良く検証できると思われる。そこで、本研究では、遊水室内の空気が押し出される様子や構造物を越波する場合への適用性、港内への水塊の突入など

が再現できるかどうかを確認した。

解析条件は、長さ 4 m、幅 10 cm、水深 15 cm の波動水槽に、図-10 のような天端の高さが静水面 +10 cm のケーソンを設置した場合を想定した。スリットと柱を各 5 cm として波高 10 cm の孤立波を作用させて 3 次元解析を行った。壁面の境界条件は、解析領域の上部を自由流出条件として、その他は Free-slip とした。格子間隔は、 $\Delta x=2.0$ cm、 $\Delta y=0.5$ cm、 $\Delta z=1.0$ cm とした。時間間隔は $\Delta t=0.002$ s で、気相は非圧縮条件である。

(2) 計算結果

図-11 に波峰が構造物に近づいた時点での水面形と流速ベクトルを示す。流速は、スリット部で柱に最も近い断面のものである。波浪がスリット内に入ってくると、スリット内の遊水室が徐々に狭くなり、水面と床版のわずかな隙間から空気が抜け出ている様子が分かる。さらに、0.05 秒後の図-12 では、スリットからは空気が未だに流出しているが、図面奥側の柱部では既にケーソンの天端上に水塊が超えようとしている。図-13 では、越流が遅れつつあったスリット部も水塊の乗り上げる様子が再現されている。さらに、図-14 ではケーソン上を乗り越え、図-15 のように水塊が防波堤の背部に突入している様子が再現できている。

図-13 スリットゲート計算結果 ($t=1.7$ s)図-14 スリットゲート計算結果 ($t=1.8$ s)図-15 スリットゲート計算結果 ($t=2.1$ s)

以上のように、遊水室を有するような港湾構造物に関しても、本解析法が設計を支援するためのツールとして十分適用できることがわかった。

5. おわりに

流体率の正確な輸送、界面形状の正確な捕獲、そして格子界面での流体率の連続性を保持する MARS 法を波浪解析へ適用しその有効性を検証した。その結果、以下のようなことが分かった。

- ① MARS 法を用いると、従来用いられている VOF 法と比較して、水面形や波圧の精度良い解析結果が得られた。また、MARS 法は二流体を扱っているため、大気と海水が混合するような特徴的な港湾構造物に作用する波浪の解析に応用できる。
- ② 遊水室の空気を非圧縮の条件で計算しても、揚圧力などの波力を正しく計算できる。

本研究では、無反射境界条件を組み込んでいないため、構造物周辺の計算に限定した。複雑な形状を有する港湾構造物の 3 次元解析では、多くの要素に離散化する必要

があり、計算に大変な時間が必要である。しかし、電子計算機の能力向上は目覚しく、近い将来解析に十分な能力を持つと考えられる。反射波の透過や不規則波の取り扱いなどへ改良をすすめ、さらに大規模な海域へ適用範囲を広げ、模型実験の代替手法として整備したいと考える。

参考文献

- 磯部雅彦・余 鋤平・梅村幸一郎・高橋重雄 (1999): 数値波動水路の開発に関する研究, 土木学会海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 36-40.
- 功刀資彰 (1997): 自由表面を含む多相流の直接数値解析法, 機械学会論文集 B 編, 63 巻 609 号, pp. 1576-1584.
- 越塚誠一 (1997): 数値流体力学, 培風館, p. 178.
- 榎木 亨・後野正雄 (1987): 棧橋床版に作用する揚圧力特性に及ぼす空気層の効果に関する研究, 土木学会論文集, 第 381 号, II-7, pp. 141-149.
- Brackbill, J. U., D. B. Kothe, and C. Zemach, (1992): A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys.*, Vol. 100, pp. 335-354.
- Chorin, S. J. (1968): Numerical solution of the Navier-Stokes equation, *Math. Comput.*, Vol. 22, pp. 745-762.