

粒子法による構造物の解析手法の開発と その沿岸構造物への適用

近澤佳隆*・越塚誠一**・岡 芳明***

1. 序 論

沿岸構造物の設計において、砕波や越波があるときの構造物にかかる波圧を推定することが重要である。そのためには液面が大変形をする場合の流体計算をおこなう必要があり、そのための手法として従来より VOF 法や CIP 法などが開発されてきた。しかしいずれの手法でもメッシュを用いる必要があるので、数値拡散による水面形状の不鮮明化が問題である。

MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法は非圧縮流体の計算手法で、メッシュの代わりに流体を粒子で表現する (Koshizuka et al., 1995)。MPS 法を用いた場合、流れが粒子の移動そのものなので移動境界を簡単に表現でき、砕波や越波など境界の大変形を伴う計算に適する。これまでに海岸工学の分野では砕波 (Koshizuka et al., 1998), 砕波と越波 (後藤ら, 1999), 土砂の拡散 (後藤・Fredsoe, 1999) が MPS 法によって解析されている。また薄肉構造物の粒子計算モデルも開発され、これと MPS 法を組み合わせる薄肉構造物と液面の連成振動が解析された (近澤ら, 1999)。

本研究では厚肉構造物に対する新しい粒子計算モデルを開発する。さらに MPS 法と組み合わせることにより、波と沿岸構造物の同時解析をおこなう。

2. 厚肉弾性体の粒子計算モデル

2 次元における弾性体の支配方程式は変位を $\vec{u}=(u, v)$ として

$$\begin{cases} (\lambda+\mu)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=-f_x \\ (\lambda+\mu)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)=-f_y \end{cases} \quad \cdots(1)$$

である。ただし λ, μ はそれぞれ、ヤング率を E , ポアソン比を ν とすると

$$\lambda=\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-\nu)} \quad \cdots(2)$$

$$\mu=\frac{2E}{(1+\nu)} \quad \cdots(3)$$

である。これを変位の拡散項と回転の除去の項と体積歪みの項に分離して考える。

$$\begin{cases} 2\mu\nabla^2 u+\mu\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\lambda\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-f_x \\ 2\mu\nabla^2 v-\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\lambda\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-f_y \end{cases} \quad \cdots(4)$$

各粒子に独立変数として変位 $\vec{u}=(u, v)$, 回転 $R=\nabla \times \vec{u}$, 発散 $D=\nabla \cdot \vec{u}$ を与える。支配方程式をマトリックスで記述すると

$$\begin{bmatrix} 2\mu\nabla^2 & 0 & \mu\frac{\partial}{\partial y} & \lambda\frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 2\mu\nabla^2 & -\mu\frac{\partial}{\partial x} & \lambda\frac{\partial}{\partial y} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & -1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ R \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_x \\ -f_y \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \cdots(5)$$

本手法ではメッシュを用いずに粒子間の相互作用から各項をモデル化する。粒子間の相互作用は重み関数で与えられる。

$$w(r)=\begin{cases} \frac{r_e}{r}-1 & r \leq r_e \\ 0 & r > 0 \end{cases} \quad \cdots(6)$$

ただし r は粒子間の距離である。

粒子 i における回転のモデルは変位差 $\vec{u}_j - \vec{u}_i$ が十分小さいことを仮定し

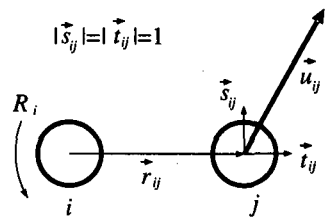


図-1 モデル

* 学生会員 東京大学大学院 工学系研究科システム量子専攻
** 博(工) 東京大学 原子力工学研究施設
*** 博(工) 東京大学 原子力工学研究施設

$$R_i = \sum_{j \neq i} \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{s}_{ij}}{r_{ij}^2} \frac{w(r_{ij})}{n_i} d \quad \dots\dots\dots (7)$$

とする。発散のモデルは

$$D_i = \sum_{j \neq i} \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{t}_{ij}}{r_{ij}^2} \frac{w(r_{ij})}{n_i} d \quad \dots\dots\dots (8)$$

とする。変位の拡散項は以下のようにモデル化する。

$$\begin{cases} \frac{d}{n_i^0} \sum_{j \neq i} \left\{ 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{t}_{ij}}{r_{ij}^2} t_{ij,x} + 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{s}_{ij}}{r_{ij}^2} s_{ij,x} \right\} w(r_{ij}) = -f_{i,x} \\ \frac{d}{n_i^0} \sum_{j \neq i} \left\{ 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{t}_{ij}}{r_{ij}^2} t_{ij,y} + 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{s}_{ij}}{r_{ij}^2} s_{ij,y} \right\} w(r_{ij}) = -f_{i,y} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで添字 i は i 番目の粒子を表しており、添字 x は x 成分を表す。 $\vec{t}_{ij}$, $\vec{s}_{ij}$ は図-1 に示す単位ベクトルである。

拡散モデルに回転除去項と体積歪みの項を付け加えると

$$\begin{cases} \frac{d}{n_i^0} \sum_{j \neq i} \left\{ 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{t}_{ij}}{r_{ij}^2} t_{ij,x} + 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{s}_{ij}}{r_{ij}^2} s_{ij,x} - 2\mu \frac{(R_i + R_j)/2}{r_{ij}} s_{ij,x} + \lambda \frac{(D_i + D_j)/2}{r_{ij}} t_{ij,x} \right\} w(r_{ij}) = -f_{i,x} \\ \frac{d}{n_i^0} \sum_{j \neq i} \left\{ 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{t}_{ij}}{r_{ij}^2} t_{ij,y} + 2\mu \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{s}_{ij}}{r_{ij}^2} s_{ij,y} - 2\mu \frac{(R_i + R_j)/2}{r_{ij}} s_{ij,y} + \lambda \frac{(D_i + D_j)/2}{r_{ij}} t_{ij,y} \right\} w(r_{ij}) = -f_{i,y} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (10)$$

上述のモデルを用いて式 (5) 左辺のマトリックスを離散化し、これを解くことにより変位の分布が求められる。

3. 計算結果

正方形板の引き張りの計算をおこなった。計算体系を図-2 に示す。計算粒子数 289, $r_e = 3.0h$ の計算結果を解析解と比較して図-3 に示す。計算結果は解析解とよく一致した。

次に矩形の片持ち張りの先端に剪断力を与えた場合の計算をおこなった。計算体系を図-4 に示す。計算粒子数 153, $r_e = 3.0h$ の計算結果を解析解

$$v(x) = -\frac{2P}{Eh^3} \{ (x^3 - 3l^2x + 2l^3) + 6(1+\nu) \left(\frac{h}{2} \right)^2 (l-x) + 3\nu xy^2 \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

と比較したものを図-5 に示す。これも計算結果は解析解とよく一致した。計算精度と粒子数の関係を FEM (Yang, 1986), EFGM (長嶋ら, 1996) と比較して図-6 に示す。計算結果は解析解からわずかにずれて収束したが、誤差は 1 パーセント未満である。応力計算の結果

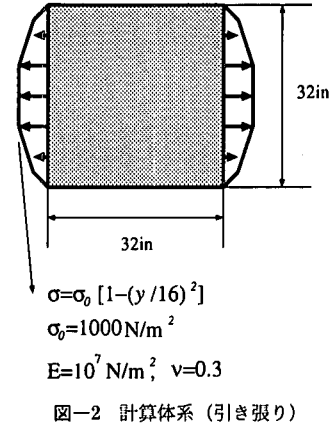


図-2 計算体系 (引き張り)

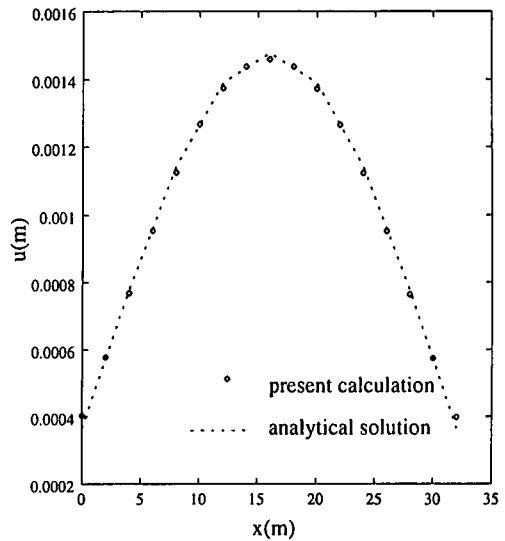


図-3 計算結果 (引き張り)

を図-7, 図-8 に示す。これらも境界でわずかにずれがあるもののほぼ解析解に一致している。

4. 波を受ける沿岸構造物

流体-構造物の同時解析として波を受ける沿岸構造物の解析をおこなった。流体の計算には従来の MPS 法を構造物の計算には今回開発した粒子法を用いた。各時間ステップで MPS 法を用いて流体の計算をおこない、沿岸構造物上の波圧の分布を得て、その結果を用いて構造物の計算をおこなう。計算体系を図-9 に示す。左の wave maker を

$$A(x) = A_0 \sin(t/T) \quad \dots\dots\dots (12)$$

で動かし波を発生させる。ここで wave maker の振幅 $A_0 = 0.05$ m, 周期 $T = 1.0$ s である。計算に用いた粒子数は 5878 で Δt は 10^{-3} s である。また構造物の物性はヤング

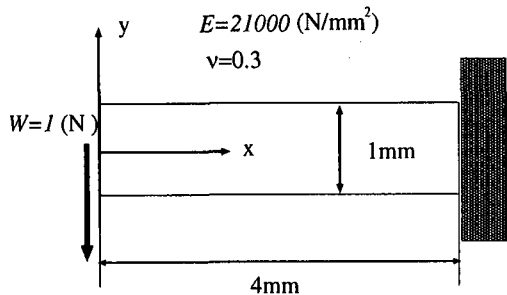


図-4 計算体系 (片持ち梁)

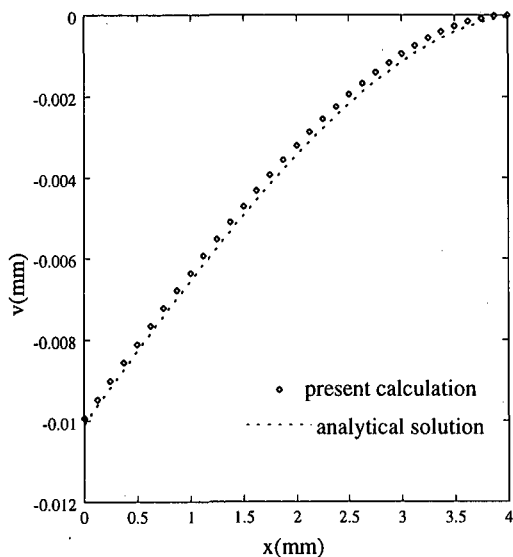


図-5 変位分布 ($y=0.0$)

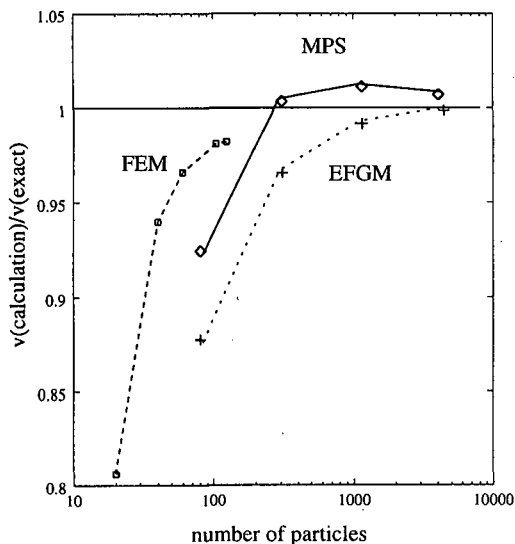


図-6 計算精度と粒子数の関係

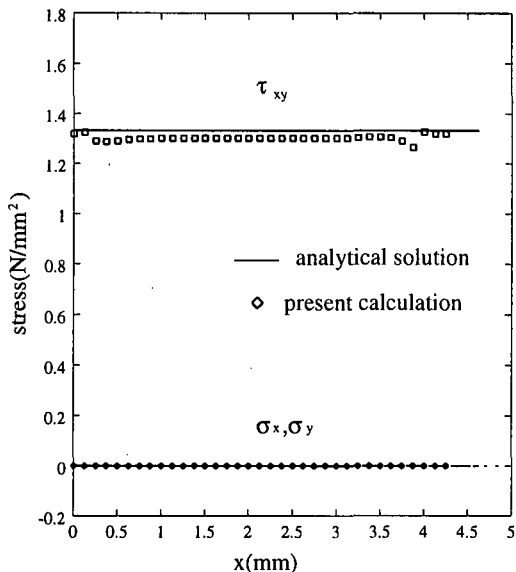


図-7 応力分布 ($y=0.0$)

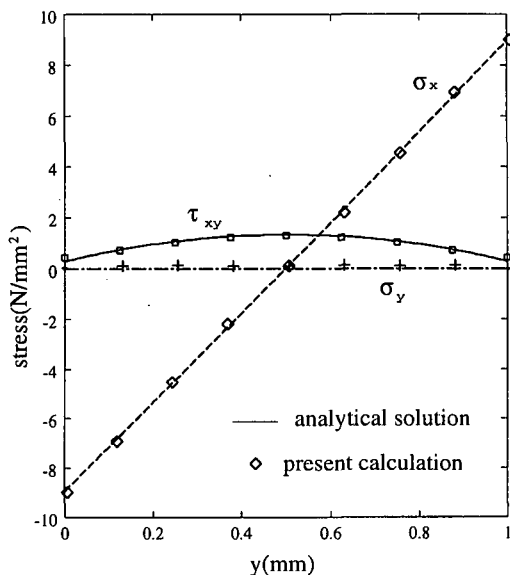


図-8 応力分布 ($x=2.0$)

率が $2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, ポアソン比が 0.3 とした。

波の進行の様子を図-10 に示す。海岸勾配の無いので重複波になっている。図-11 に構造物にかかる総圧力、図-12 に $t=5.16 \text{ s}$ の波圧の分布を、Sainflou の理論と比較して示す。総圧力と波圧はともにほぼ理論に一致している。図-13 は $t=5.16 \text{ s}$ の波圧によって生じた沿岸構造物の変位を 10^5 倍して出力したものである。

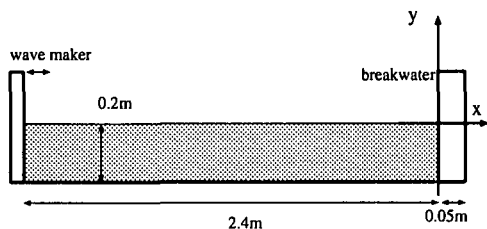


図-9 計算体系 (沿岸構造物)

 $t=6.4\text{ s}$  $t=6.8\text{ s}$  $t=7.2\text{ s}$

図-10 波の進行の様子

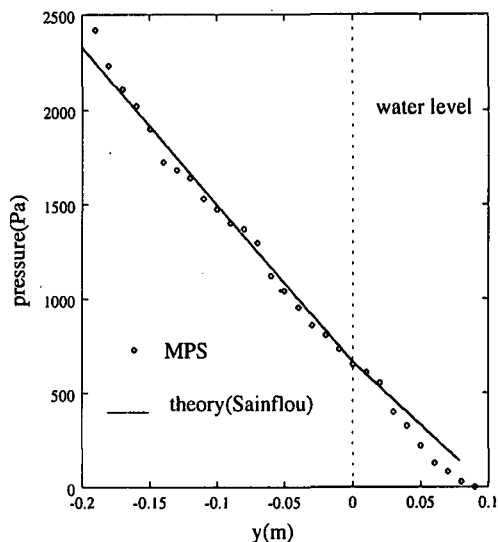


図-12 波圧の分布



5.16s

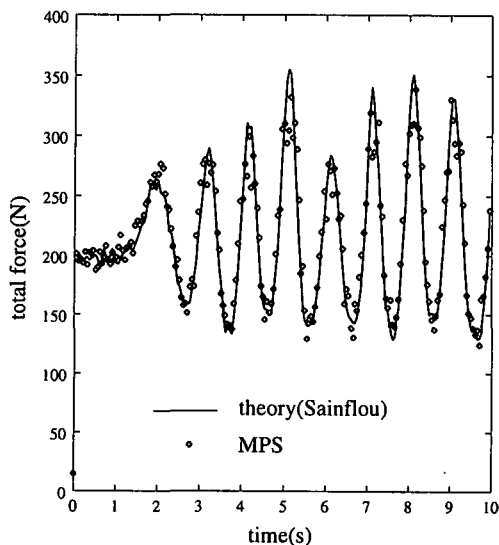
図-13 沿岸構造物の変位 ($\times 10^3$)

図-11 総圧力

5. 結 論

粒子計算モデルによる新しい厚肉構造物解析手法を開発した。引き張り計算と片持ち張り計算で本手法による結果は解析解とよく一致した。さらに従来の流体解析の

ための MPS 法と組み合わせることで流体と構造物の同時解析を可能にし、波を受ける沿岸構造物の解析をおこなった。沿岸構造物の受ける総圧力や波圧の分布は理論解とほぼ一致し、その波圧分布によって沿岸構造物の変形が計算された。

粒子法ではメッシュが必要ないため、界面の大変形やそのトポロジーが変化した場合にも通用することができる。本研究により、流体だけでなく構造物に対しても大変形を扱う粒子計算モデルが開発された。

粒子法は複雑形状における複雑なメッシュ生成が必要ないという利点もあり、今後は沿岸構造物に限らず広い応

用が期待できる。

謝辞：本研究は文部省科学研究費補助金（奨励研究（A）11750131）の援助を受けた。

参 考 文 献

- 後藤仁志・酒井哲郎・目見田 哲・沖 和哉・林 稔 (1999): 粒子法による直立護岸前面の碎波・越波過程の数値解析, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 46-50.
- 後藤仁志・Jørgen Fredsøe (1999): Lagrange 型固液二相流モデルによる海洋投棄微細土砂の拡散過程の数値解析, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 986-990.

- 近澤佳隆・越塚誠一・岡 芳明 (1999): MPS 法を用いた液面と構造物の大変形を伴うスロッシングの数値解析, 機械学会論文集 B, 65 巻, 637 号, pp. 2954-2960.
- 長嶋利夫・奥田洋司・矢川元基 (1996): 節点単位の処理に基づくメッシュレス法の開発 (定式化および二次元弾性問題への適用), 機械学会論文集 A, 62 巻, 603 号, pp. 2474-2480.
- Belyschko, T., et al. (1994): Int. J. Num. Methods Eng., Vol. 37, pp. 239-249.
- Koshizuka, S., H. Tamako and Y. Oka (1995): Computational Fluid Dynamics J., Vol. 4, pp. 29-46.
- Koshizuka, S., N. Nobe and Y. Oka (1998): Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 26, pp. 751-769.
- Yang, T. Y. (1986): Finite Element Structural Analysis, Prentice-Hall Inc.