

ソリトン分裂波の増幅機構と 数値計算の誤差特性に関する一考察

岩瀬浩之*・竹田勝博**・後藤智明***

1. はじめに

津波が遠浅な浅海域を伝播する場合、水深変化に伴う波の非線形項と波数分散項の位相のズレからソリトン分裂を起こすことが知られている。浅海域でソリトン分裂をした津波は、波長が極端に短くなり、波形曲率効果の影響によって波高が著しく増幅する。1983 年の日本海中部地震津波では、北秋田県沿岸の浅海域で発生したソリトン分裂波が 4 トンの波消ブロックを散乱させる程の流体力を秘めていることが確認された。海岸構造物の防災対策にとってソリトン分裂の増幅過程を精度よく再現することは、その波力を評価することに直接関与するため重要な課題である。また、同津波では、秋田県の米代川や新潟県の石川を津波が波状段波として遡上し、停泊中の漁船へ被害を与える等、津波災害が沿岸部だけでなく河川上流域まで及ぼすことを示した。

津波がソリトン分裂波として河川流の様な逆流場を伝播する場合、逆流速の影響により通常の伝播距離に比べ相対的に短い伝播距離で分裂を起こし、急激に水位が増幅することが考えられる。また、ソリトン分裂波の生成および増幅過程を水位の変化のみならず波形形状の変化も精度よく捉えることが重要となる (岩崎ら, 1975, 1977)。しかしながら、河川を遡上するような逆流場中を伝播する場合のソリトン分裂波生成および増幅機構に関する詳細な研究はほとんど行われていないのが現状である。そこで本研究は、河川を遡上 (逆流場中を伝播) するソリトン分裂波を対象としてその増幅機構の特性と数値計算による計算精度に関して考察を行った。ソリトン分裂波の水位変化だけでなく、波形形状の変化も捉えることを目的として、形状波数という物理量を新たに導入し、水理実験からソリトン分裂波の増幅特性を調べた。また、第 1 次近似の非線形分散波理論を支配方程式とした数値計算におけるソリトン分裂波の増幅に伴う水位および波形形状の計算精度を検証し、ソリトン分裂波の波高水深比に対する精度限界を見いだした。

表-1 実験条件

	H_0 (cm)	h_0 (cm)	F_r
Case 1	3.2~3.4	10, 12, 15	0.00~0.20
Case 2	4.4~5.0	10, 12, 15, 20	0.00~0.20

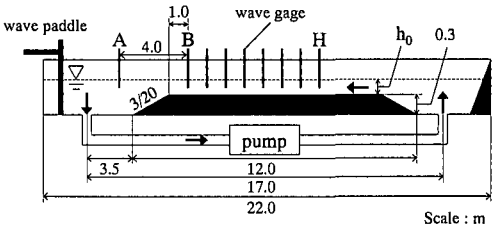


図-1 水理実験装置

2. 水理実験

(1) 実験概要と条件

水理実験では、図-1 に示す様に、ソリトン分裂波 (以下分裂波とする) 生成の促進と増幅過程の波形を観測し易くするために、3/20 の斜面と水平床から成る水底を有した幅 0.5 m、高さ 0.8 m、全長 22 m のピストン式造波水槽を使用した。また、同造波水槽はポンプを用いた水流の循環装置と電磁流量計を有しており、孤立波の伝播方向とは逆方向へ一定流量を作り出すことによって逆流場 (疑似河川流) を再現した。以下、逆流場の強さは流速と水深に関するフルード数 F_r として示す。各測定点での時間的波高は容量式波高計を用いた。波高計 A を数値計算用の入射波形記録用とし、水平床部開始地点から 1 m 離れた場所に波高計 B を設置し、波高計 B 以降は 1 m 間隔に設置、合計 9 本を用いて記録した。

実験条件は、表-1 に示すように 2 ケースの入射波高 (波高計 A) に対し、水平床水深 h_0 、フルード数 F_r を変えて計 35 ケースを行った。なお、フルード数 F_r については 0.05 間隔で変化させた。

(2) 波数と波長の定義

分裂波の水位の増幅変化だけでなく、波形形状の空間的な変化も捉えることを目的に波数と波長の定義および

* 正会員 東海大学技術員 工学部土木工学科
** 富山県庁
*** 正会員 工博 東海大学教授 工学部土木工学科

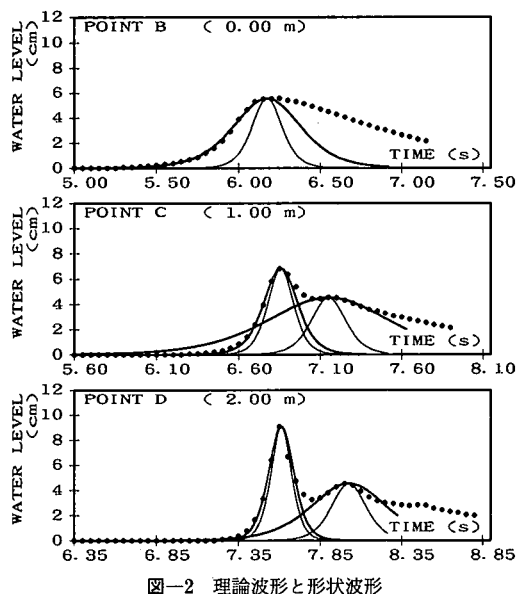


図-2 理論波形と形状波形

導入を行う。

いま, KdV の式における第1次近似定常解,

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{3H}{4h^3}}(x-ct) \quad (1)$$

より, 正弦波との比較から,

$$\beta_s = \sqrt{\frac{3H}{4h^3}} \quad (2)$$

$$L_\beta = \frac{1}{\beta_s} \quad (3)$$

とし, それぞれ理論波数 β_s および理論波長 L_β とする。ここで, H は波高, h は静水深, g は重力加速度であり, c は,

$$c = \sqrt{gh} \left(1 + \frac{H}{2h} \right) \quad (4)$$

である。

一方, 実験で得られた各点における時間波形については, 第1分裂波形の波峰より前面部に対し,

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \beta c t \quad (5)$$

による孤立波形を, SDFP (Scaled Davidson Fletcher Powell) 法を用いた同定法によってあてはめ得られたものである。波速 c の精度の問題等, 厳密な同定は困難であるが, 近似値としての β を求めることができ, これを本研究では観測波形に対する形状波数 β として定義する。一例として, $h_0 = 10.0$ cm, $H_0 = 4.9$ cm, $F_r = 0.00$ の形状波形および理論波形を, 図-2 に示す。図中, (●) は観測波形であり, 太線が形状波形, 細線が理論波形を意味する。

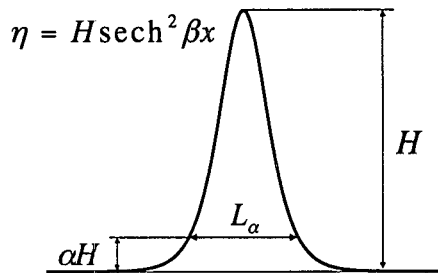


図-3 孤立波見かけ上の波長

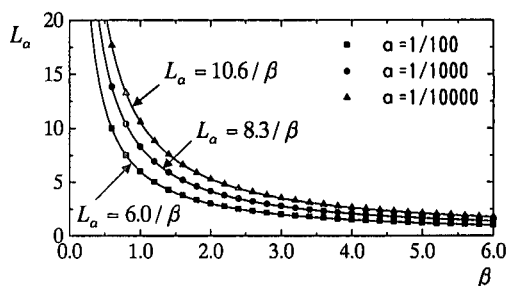


図-4 形状波数と見かけ上の波長の関係

また, 形状波数 β の導入により, 孤立 (分裂) 波の見かけ上の波長 L_α を以下のように比較的簡単に定義することが可能となる。いま, 図-3 のように水位 H の α 倍となる区間を L_α とする。図-4 は, 式 (5) における形状波数 β と $\alpha = 1/100, 1/1000, 1/10000$ とした場合の見かけ上の波長 L_α との関係を描いたものである。同図より, $\alpha = 1/100$ で定義した波長を考えると, 形状波数 β から見かけ上の波長 $L_{1/100}$ への変換が比較的簡単な関係式で結ばれる。よって, 孤立波の見かけ上の波長 $L_{1/100}$ は, 形状波数 β を用いて,

$$L_{1/100} = \frac{6.0}{\beta} \quad (6)$$

と表すことができる。またこれは, 正弦波における波数の定義 ($2\pi/L$) に近い形となっている。

3. ソリトン分裂波の増幅機構

(1) えりわけ距離と波数変化

ここでは, 第1分裂波を対象に, 分裂波の伝播に伴う増幅過程の形状波数 β と理論波数 β_s の関係を考察した。但し, フルード数 F_r の影響による相対的な伝播距離に伴う増幅変化も考慮する必要がある。そこで, すべての実験ケースを同じ空間スケールで比較できるように, 伝播距離の無次元化を行う。波高計 B の観測波形による形状波数 β_0 を用い, 分裂波の伝播距離を基準となる形状波数 β_0 に関連するえりわけ距離 (岩崎ら, 1978) とし無次元化を行った。 β_0 として波高計 B における形状波数を

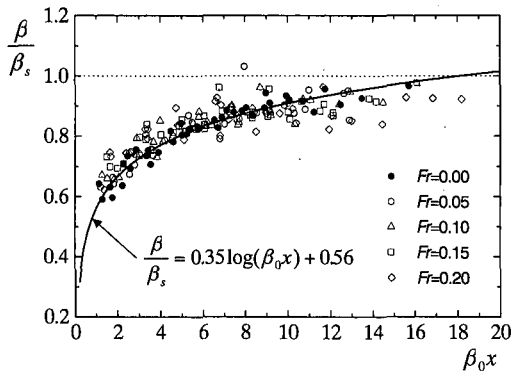


図-5 えりわけ距離と波数比の変化

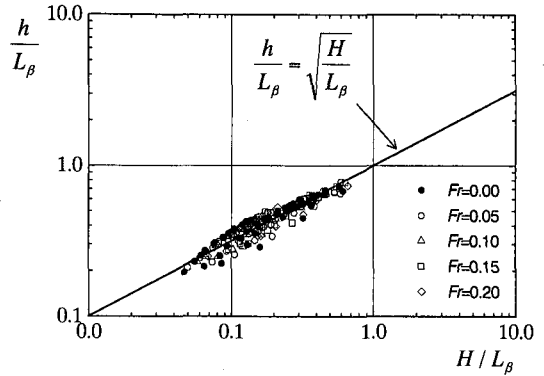


図-7 波形勾配と相対水深

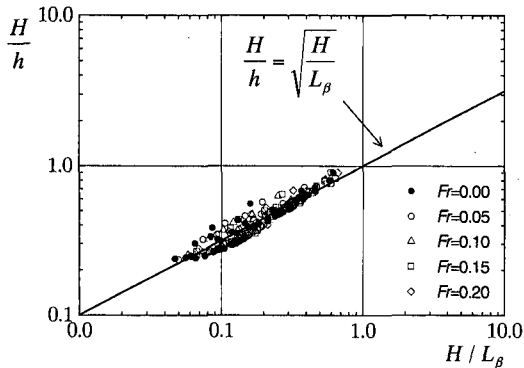


図-6 波形勾配と波高水深比

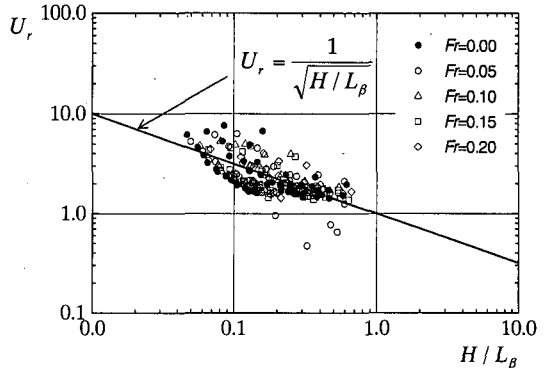


図-8 波形勾配とアーセル数

採用した理由は、本実験において便宜上水平床水底の原点として採用しているためである。

逆流場を含む全ての実験ケースに対して、えりわけ距離 $\beta_0 x$ と波数比の変化 β/β_s の関係をまとめたものが図-5である。同図が示す様に増幅過程にある分裂波は、フルード数 Fr (逆流場の影響) に依らず $\beta_0 x$ と β/β_s に比較的良好な相関関係がみられ、平均的に、

$$\frac{\beta}{\beta_s} = 0.35 \log(\beta_0 x) + 0.56 \quad \dots\dots\dots (7)$$

に沿って KdV 式の定常解の波形まで増幅する。なお、式(7)の係数は上述による基準となる形状波数 β_0 の定義によって異なる。しかしながら、分裂波の増幅過程は $\beta/\beta_s \rightarrow 1$, すなわち、形状波数 β が理論波数 β_s に近づくように分裂波は増幅を行う特性を持ち、しかもそれはフルード数 Fr の影響を受けない。

(2) 無次元諸量

増幅する分裂波の空間的な特徴を具体的に捉えることを目的に、分裂波形の波形勾配 (H/L_β) による増幅特性をまとめた。図-6は、波形勾配と波高水深比 (H/h) の関係を描いたものである。同図から、波高水深比と波形勾配の間には、

$$\frac{H}{h} = \sqrt{\frac{H}{L_\beta}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

すなわち、

$$\frac{HL_\beta}{h^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となるような相関関係があり、その関係を保ちつつ分裂波は増幅する特性を有する。また、波形勾配と相対水深 (h/L_β) の関係は、図-7より、

$$\frac{H}{h} = \sqrt{\frac{H}{L_\beta}} \rightarrow \frac{h^2}{HL_\beta} = 1 \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。これは、式(9)からの書き換えとしても確認できる。同様に、波形勾配とアーセル数 U_r の関係は、図-8より多少相関関係が劣るが、

$$U_r = \frac{1}{\sqrt{H/L_\beta}} \rightarrow \left(\frac{HL_\beta}{h^2}\right)^3 = 1 \quad \dots\dots\dots (11)$$

の関係となる。式(9)に比べ相関性が劣る原因としては、3乗表現の関係式となるためであると考えられる。

したがって以上の結果から、分裂波の増幅過程ではフルード数の影響に依らず、式(9)の関係を保ちながら増幅する特徴があると言える。

また、第1分裂波の波峰部前面に対する面積 S' は、近

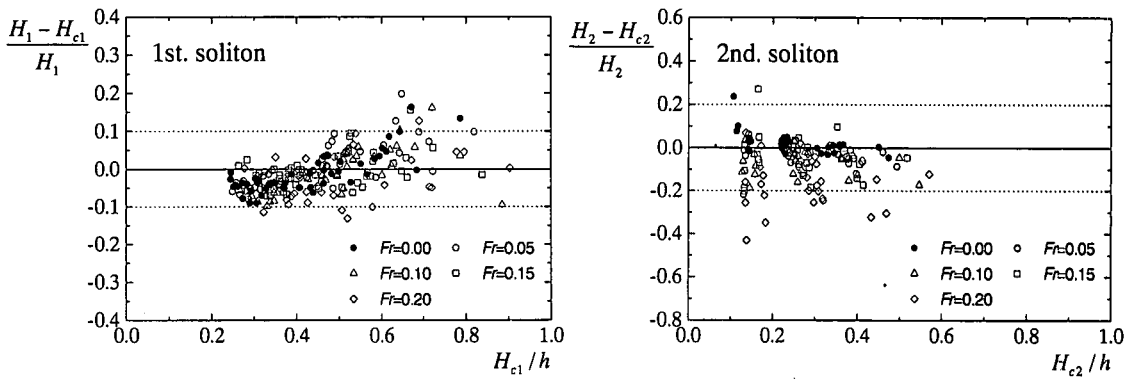


図-9 水位に関する計算精度

似的に式 (5) より,

$$S = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} H \operatorname{sech}^2 \beta dx = \frac{H}{\beta} \quad (12)$$

となる。ここで、式 (9) を考慮することによって、

$$S = h^2 \quad (13)$$

が導かれる。故に、分裂波の増幅過程において、波峰部前面の波の面積 S は $S = h^2$ の関係を満たしている。

4. 数値計算の誤差特性

(1) 計算方法

ここでは、数値計算の立場から分裂波の波高水深比に関する実験値と計算値の水位および波形勾配の誤差を考察した。全ての実験ケースに対し、分裂波が碎波する直前までの増幅過程にあるデータを議論の対象とする。

数値計算で使用した支配方程式は、津波計算において利用される長波近似により導かれた第1次近似としての非線形分散波理論式、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{M^2}{D} \right] + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} \quad (15)$$

を用いた(岩瀬ら, 1998)。ここで、 M は流量フラックス、 D は全水深である。なお、実験対象が碎波を起こす前の増幅過程に限定していることから、碎波計算は考慮していない。計算法は、原ら (1998) 同様に移流項を中央差分し、運動の式を2つに分けて計算を行う2段階の混合差分法を利用した。以下に運動の式における差分表示を示す。

[1 段階]

$$\frac{1}{\Delta t} [M_{i+1/2}^* - M_{i+1/2}^{n-1/2}] + \frac{1}{\Delta x} g D_{i+1/2}^n [\eta_{i+1}^n - \eta_i^n] = 0 \quad (16)$$

[2 段階]

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} [M_{i+1/2}^{n+1/2} - M_{i+1/2}^{n-1/2}] \\ & + \frac{1}{4\Delta x} \left[M_{i+3/2}^{n+1/2} \left(\frac{M}{D} \right)_{i+3/2}^{n-1/2} - M_{i-1/2}^{n+1/2} \left(\frac{M}{D} \right)_{i-1/2}^{n-1/2} \right] \\ & + \frac{1}{4\Delta x} \left[M_{i+3/2}^{n-1/2} \left(\frac{M}{D} \right)_{i+3/2}^{n-1/2} - M_{i-1/2}^{n-1/2} \left(\frac{M}{D} \right)_{i-1/2}^{n-1/2} \right] \\ & = \frac{h^3}{\Delta t \Delta x^2} [M_+^n - M_-^n] \quad (17) \end{aligned}$$

$$M_{\pm}^n = (M_{i+1/2}^{n+1/2} - 2M_{i+1/2}^{n-1/2} + M_{i+1/2}^{n-3/2}) \quad (18)$$

また、時間・空間間隔はそれぞれ、 $\Delta t = 0.005$ s, $\Delta x = 0.02$ m とし、波高計 A の波形記録を境界値として入力した。

(2) 水位に関する計算精度

図-9 は、分裂波の第1波峰および第2波峰を対象に、波高水深比における実験値 (H) と計算値 (H_c) 水位の精度 $(H - H_c)/H$ をまとめたものである。第1波峰に関しては、第1分裂波の波高水深比が平均的に見ると $H_c/h < 0.5$ では計算値が過大評価となるが、 $H_c/h = 0.5$ 付近を境に $H_c/h > 0.5$ で計算値は実験値に比べ過小評価となる。本実験における碎波近傍 ($H_c/h > 6.0$) では、急激な水位増幅を精度良く計算できないが、 $H_c/h < 6.0$ の範囲では計算精度10%以内で水位の計算が再現できる。一方、第2波峰に関しては、第1波峰に比べ計算精度が劣り、全体的に計算値が実験値にくらべ過大評価となり、フルード数 F_r が大きい程精度が低下する傾向にあるが、計算精度20%以内で再現が可能である。

(3) 波形形状に関する計算精度

分裂波の水位としてだけでなく空間的な波形形状としての計算精度を評価するために、第1分裂波に対する形状波数および波形勾配による精度の考察も行った。

図-10 は第1波峰に対し、実験値 (β) および計算値 (β_c) の形状波数の関係を示したものである。同図より、 $\beta_c = 2.5$ 付近より次第に計算結果 β_c が過小評価となり、 $\beta_c = 4.0$ 以上の範囲ではより実験値と計算値に大きな差

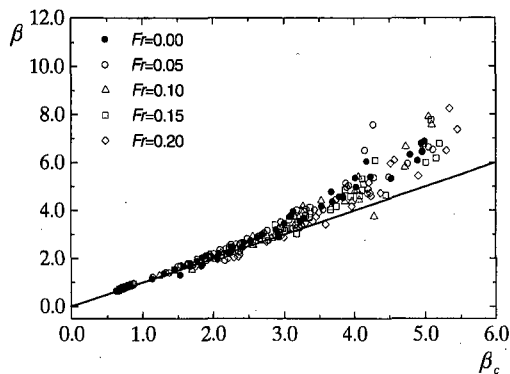


図-10 形状波数に関する比較

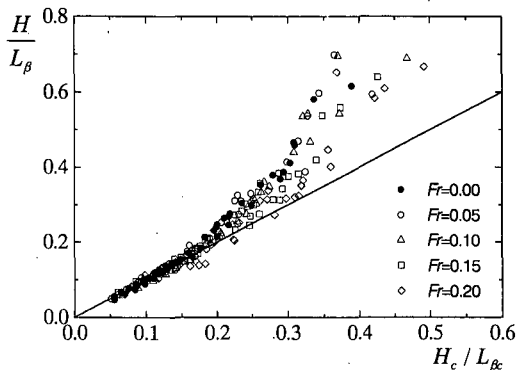


図-11 波形勾配に関する比較

が出てくる。また、波形勾配に関する実験値 (H/L_β) と計算値 ($H_c/L_{\beta c}$) の比較 (図-11) では、 $H_c/L_{\beta c} > 0.2$ 付近より次第に計算値が実験値に比べ過小評価となり、 $H_c/L_{\beta c} > 0.3$ 以上では波数同様に大きな差が生じる。

また、分裂波の波高水深比に対する波形勾配の計算誤差 $(H/L_\beta - H_c/L_{\beta c}) / (H/L_\beta)$ に着目すれば、図-12 のようになり、 $H_c/h < 0.5$ であれば水位の精度に比べ劣るものの、誤差 20% 以内で再現計算が可能である。

5. おわりに

逆流場中を遡上するソリトン分裂波の増幅機構を水理実験から考察し、使用した支配方程式の誤差特性を見いだした。ソリトン分裂波は、フルード数 (逆流場) の影響に依らず、式 (9) あるいは第 1 分裂波峰前面部の面積が、式 (12) の関係を満たしながら、KdV の式の定常解へと平均的に式 (7) に沿って収束する様に増幅変形を行う。また、式 (14)～式 (15) を支配方程式とする数値計算の精度は、第 1 ソリトン分裂波の水位の誤差として、波高水深比 H_c/h が 0.6 以下の範囲であれば 10%、第 2 分裂波としては全体的に計算値が過大評価となるが 20% 以内の計算精度で再現が可能である。一方、波形形状としての計算精度は、形状波数 β_c で $\beta_c = 2.5$ 、波形勾配で $H_c/L_{\beta c} = 0.3$ までが限界であり、波形勾配の精度としては、波高水深比 H_c/h が 0.5 以下の範囲であれば 20% 以内の計算精度でソリトン分裂波を再現できる。

謝辞：数値計算データをまとめるにあたり、卒研究生諸君の助力を得た。また、本研究の一部は文部省科学研

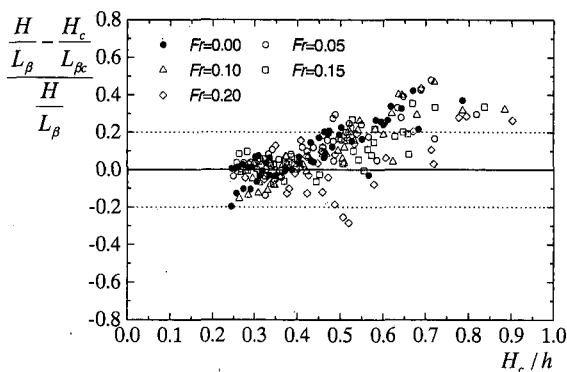


図-12 波高水深比による波形勾配の精度

究補助金基盤研究 (C) (代表：後藤智明，課題番号：12650520) により行われた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 岩崎敏夫・真野 明・小杉達郎 (1975): 孤立性段波のソリトン分裂に関する研究, 第 22 回海岸工学講演会論文集, pp. 47-51.
- 岩崎敏夫・鈴木義和 (1977): 孤立性段波のソリトンの変形と碎波に関する研究, 第 24 回海岸工学講演会論文集, pp. 45-49.
- 岩崎敏夫・首藤伸夫・鈴木義和・栗田 悟 (1978): 孤立性段波のえりわけ距離に関する研究, 第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 132-136.
- 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明 (1998): 非線形分散波理論を用いた実用的な津波計算モデル, 土木学会論文集, No. 600/II-44, pp. 119-124.
- 原 信彦・岩瀬浩之・後藤智明 (1998): 非線形分散波理論式に関する多段階混合差分スキームの提案, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 26-30.