

波変形に対する流れの影響のモデル化

Mohammad Mohiuddin*・富樫 宏 由**・平 山 康 志***

1. 序 論

流れ場における波の伝播は、海岸工学の分野において最も興味ある話題の 1 つである。何故ならば、(a) 現実には、波が静水中を伝播することは滅多にないこと (b) 波が 1 つの流れ領域から他の流れ領域へ伝播すると、波長、波速、波高、水粒子速度及び水粒子加速度等が変化すること、(c) 波と流れの相互干渉は、海浜底質運動、防波堤先端部の洗掘、及び海洋構造物に作用する波力等に影響すること等々の諸現象に関係してくるからである。実際的な状況を考えれば、波特性に与える流れ場の影響は無視できない。Hedges (1987) や Jonsson (1990) は、波に対する流れの影響については避けて通ることの出来ないものなのであるとする立場を明らかにした。

最近では色々な新しい形式の Boussinesq 方程式が波場の解析に使用されているが、しかし新形式の Boussinesq 方程式に基づいた波・流れのモデルが、流れ場における波変形について論じた報告は極めて少ない。本研究の目的は、流れ場における波変形を解析するために、新型の波・流れ分散関係式 (Mohiuddin ら, 1998) を有する Madsen タイプの拡張型 Boussinesq 方程式 (Madsen ら, 1992) に基づく 2 次元波・流れ数値解析モデルを構築することである。ここでは、波場と流れ場を別々に計算することなしに、波運動のみによる水粒子速度に対する流れ場の水粒子速度の影響を取入れることにより、両者の結合した波・流れ場の数値シミュレーション解析モデルを提示する。

2. 支配方程式

鉛直方向に全水深に亘って積分した拡張型 Boussinesq 方程式は以下のように書ける。

$$S_t + P_x + Q_y = 0; \quad P = \int_{-h}^s u dz, \quad Q = \int_{-h}^s v dz$$

.....(1)

$$\begin{aligned} P_t + (P^2/d)_x + (PQ/d)_y + g d S_x - k^2(B+1/3) \\ \cdot (P_{xxt} + Q_{xyt}) - B g h^3 (S_{xxx} + S_{xyy}) \\ - h h_x (P_{xt}/3 + Q_{yt}/6 + 2 B g h S_{xx} + B g h S_{yy}) \\ - h h_y (Q_{xt}/6 + B g h S_{xy}) = 0 \quad \text{.....(2)} \\ Q_t + (PQ/d)_x + (Q^2/d)_y + g d S_y - k^2(B+1/3) \\ \cdot (Q_{yyt} + P_{xyt}) - B g h^3 (S_{xxy} + S_{yyy}) \\ - h h_x (P_{yt}/6 + B g h S_{xy}) \\ - h h_y (Q_{yt}/3 + P_{xt}/6 + B g h S_{xx} + 2 B g h S_{yy}) = 0 \\ \text{.....(3)} \end{aligned}$$

ここで、 u 、 v はそれぞれ x 、 y 方向の水粒子速度、 d は全水深、 h は静水深、 S は水面変動、 g は重力加速度、 P 、 Q はそれぞれ x 、 y 方向の流量成分、そして $B(=1/15)$ は curve fitting parameter である。

波・流れ場の結合水粒子速度は、流れ場による水粒子速度に波動のみによる水粒子速度を加算する形で定義した (Skop, 1987)。波・流れ結合場で上記の支配方程式 (1) ~ (3) を適用するために、波・流れ結合速度ポテンシャルを用いて、次式 (4) に示す波・流れ分散関係式を導いた (Mohiuddin ら, 1998, 1999)。

$$\begin{aligned} -\omega^3 \{1 + k^2 h^2 (B+1/3)\} + \omega^2 U k \{1 - k^2 h^2 (B+1/3)\} \\ + \omega k^2 \{U^2 + g h (1 + B k^2 h^2)\} \\ - U k^3 \{U^2 - g h (1 + B k^2 h^2)\} = 0 \quad \text{.....(4)} \end{aligned}$$

ここで、 ω は角周波数、 k は波数、 U は波伝播方向の流れ速度成分 (等価一様流れ)。波速 C の項で表せば、上式 (4) は次式の形になる。

$$\begin{aligned} \frac{C^2}{gh} = \frac{CU}{gh} \left\{ \frac{1 - k^2 h^2 (B+1/3)}{1 + k^2 h^2 (B+1/3)} \right\} \\ + \frac{1}{gh} \left\{ \frac{U^2 + gh(1 + Bk^2 h^2)}{1 + k^2 h^2 (B+1/3)} \right\} \\ - \frac{U}{C} \frac{1}{gh} \left\{ \frac{U^2 - gh(1 + Bk^2 h^2)}{1 + k^2 h^2 (B+1/3)} \right\} \quad \text{.....(5)} \end{aligned}$$

3. 数値解析

3.1 差分法

支配方程式を数値解析するために、2 次精度の差分法を用いた。計算する場合、水面変動 S は陽的手法で、また流量成分 P 、 Q は準陰的手法で計算を行った。図-1 は、全ての変数が分離独立した格子点で定義される 3 次

* 正 会 員 工博 長崎大学助手 工学部社会開発工学科
** フェロー 工博 長崎大学教授 工学部社会開発工学科
*** 長崎大学技官 工学部社会開発工学科

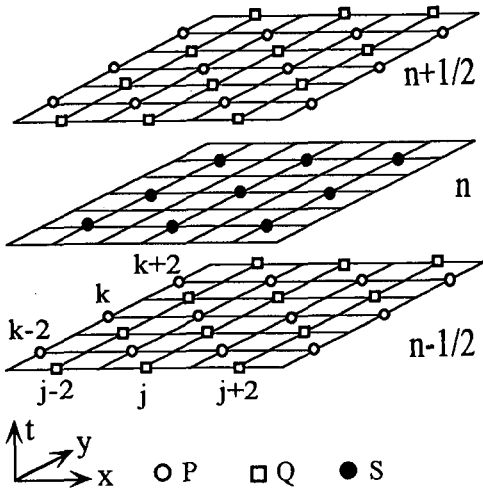


図-1 3次元計算格子の space-staggered scheme

元計算格子から成る space-staggered scheme を示す。式(1), (2), (3)はそれぞれ式(6), (7), (8)となる。式(7)と(8)は、それぞれ x , y 方向の3重対角行列を形成するが、これらの行列は double sweep method で解ける (Abbott, 1979)。

$$S_{j,k}^{n+1} = S_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{j+1,k}^{n+1/2} - P_{j-1,k}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (Q_{j,k+1}^{n+1/2} - Q_{j,k-1}^{n+1/2}) \dots \dots \dots (6)$$

$$A'_{j+1,k} P_{j-1,k}^{n+1/2} + B'_{j+1,k} P_{j+1,k}^{n+1/2} + C'_{j+1,k} P_{j+3,k}^{n+1/2} = D'_{j+1,k} \dots \dots \dots (7)$$

$$A''_{j+k+1} Q_{j,k-1}^{n+1/2} + B''_{j+k+1} Q_{j,k+1}^{n+1/2} + C''_{j+k+1} Q_{j,k+3}^{n+1/2} = D''_{j,k+1} \dots \dots \dots (8)$$

式(7)と(8)において、各変数 P と Q の左辺の全ての係数及び右辺のもう1つの係数は、各運動方程式から計算される。

3.2 境界条件

解析領域の入射境界線上で、水面変動 S が時間の関数として入力される。流れを伴った入射波場が入射境界条

件として与えられ、波速成分は波・流れ分散関係式から計算される。計算は岸境界からの反射波が対象領域の末端に到達する前に打ち切った。計算領域全域に亘って初期条件を設定するために、先在する流れ場とそれによる相応の平均水面の低下が予め考慮されている。

4. 1次元モデルによる検証

構築した数値モデルの適用性を調べるために、1次元数値解析モデルによる計算結果を、水理実験結果及び波・流れの解析解と比較する (Jonsson, 1990)。図-2は、波・流れ場の実験装置概要図である。実験は全て非碎波の規則波で行った。ここでは、逆方向流れ(流れの向きが波伝播方向と反対になっている流れ)に乗った波に対する実験結果の一部を示す。

図-3では、数値シミュレーションによって計算された水面波形と、水理実験中は設置箇所異なる波高計位置で記録された実験波の時系列波形とを比較検討する。

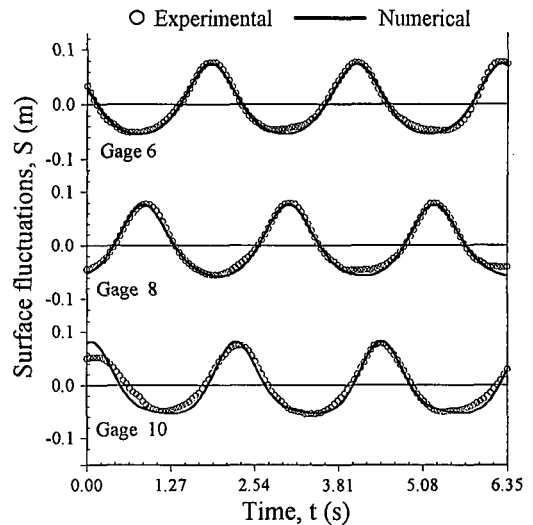


図-3 種々の波高計位置における水面変動波形の比較, 入射波・流れ条件: $T_i=2.2s$, $H_i=0.12m$, $U=-0.31m/s$

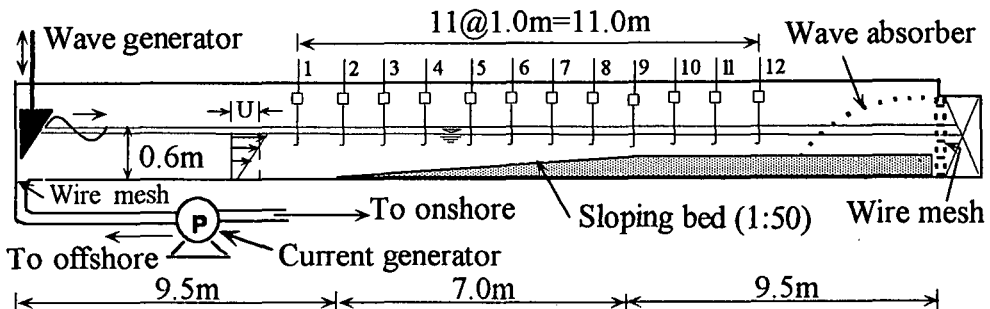


図-2 波・流れ共存場実験装置概要図

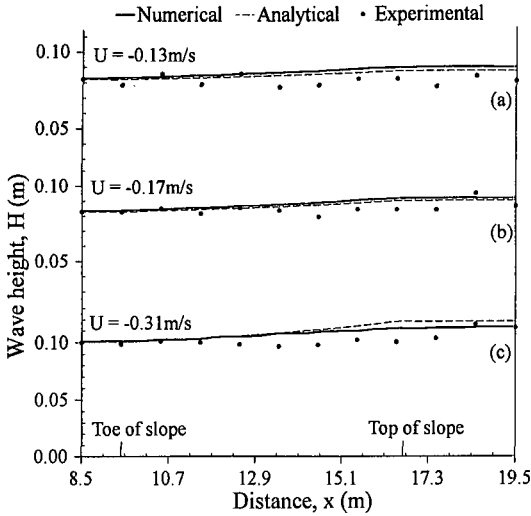


図-4 波高空間分布の比較 (逆方向流れ上の波), 入射波周期: $T_i = 2s$

実験波形と計算波形の間の位相差は調節されており, また経過時間 t は安定した波形記録が得られた瞬間から始まっている。図-3 は, 波動水槽中 (図-2) の幾つか異なった波高計位置における計算結果と測定結果の間の比較を示している。浅水域における計算結果の水面変動は測定値より多少逸れている。観察されるずれは波谷のみに関係しているが, 両者を比較して見ると, 波谷の計算値は測定値よりも若干大きい。また, この相違は波が岸側の浅水域に進行するにつれてより大きくなる。

波高の空間分布の比較を図-4 に示す。実験結果と比較すると, 数値モデルと解析解の両者は, 傾斜底面上と岸側浅水域で波高を過大評価している。種々行ったシミュレーション解析の結果によれば, この遷移水深ゾーンでは, もし非線形性が弱ければこの数値モデルは解析

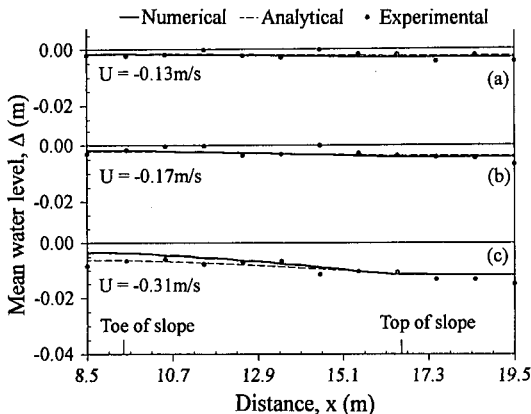


図-5 平均水位空間分布の比較 (逆方向流れ上の波), 入射波周期: $T_i = 2s$

解と良く一致する。非線形性が中間的かまたは強く且つ逆方向流れの大きさがより大きい場合には, 数値解は浅水域で解析解と相違してくる (図-4c)。もし逆方向流れ速度が次第に増加すれば, モデル・シミュレーションと実験の間の相違もまたより大きくなるであろう。モデル・シミュレーションと実験に用いられた最大流れ速度は, 限界流れ速度以下で充分小さい。[限界流れ速度 = $0.5 \times$ (局所的波速), (Mei, 1982)].

平均水位の空間分布を比較した結果を図-5 に示す。これによれば, この数値モデルは平均水位の空間分布を非常に良くシミュレートすることも分かった。また, 波が同方向流れを伴う場合には, 数値シミュレーションモデルによる数値解も実験値及び解析解と良い一致を示した (Mohiuddin ら, 1999)。

5. 2次元モデルによる適用計算

5.1 没水式球形 shoal (浅瀬マウンド工) のある流れ場における波

2次元シミュレーションとして, 流れ場にある浅瀬マウンド工まわりの規則波の変形を解析するために, 大きさ $26m \times 26m$ なる領域の平坦な海底地形上に1つの球形浅瀬マウンド工を設置した。このマウンド工とその周辺の流れ変化の結合効果は, この領域中の波伝播に影響する。領域中の静水深は $0.6m$, マウンドの天頂高は $0.4m$ である。このシミュレーションでは, 垂直入射波 ($\theta = 0^\circ$) から斜め入射波 ($\theta = 45^\circ$) まで考慮し, 流れ場は1つの x 方向流れか1つの y 方向流れのいずれかを与える。ここで, $x(y)$ 方向逆向き流れとは流れ速度が x の負方向に向かっている流れであり, また $x(y)$ 方向同向き流れとは流れ速度が x の正方向に向かっている流れを意味している。本研究では, 入射波高は, $0.1m$ の1種類のみである。垂直入射波及び斜め入射波の伝播に対して, 次の3つの事例: (1) 流れ場がない時の波 (2) 同方向流れがある時の波 ($U = 0.1, 0.25 m/s$), 及び (3) 逆方向流

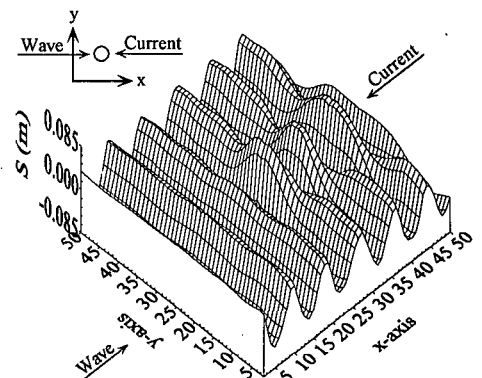


図-6 水面波形, 波・流れ条件 $T_i = 2.2s$, $U = -0.25m/s$

れがある時の波 ($U = -0.1, -0.25 \text{ m/s}$) について計算を行った。

図-6 は、 x 方向逆向き流れ場を垂直入射波が伝播する場合のある時点における計算水面波形である ($U = -0.25 \text{ m/s}$)。波伝播方向では、浅瀬マウンドを設置した場所の付近で波振幅が増幅している。この現象は、伝播した波に対する shoaling 効果と流れの影響によるものである。

次に、領域の格子点 $x=30$ 及び $y=25$ を通る断面に沿った波高の空間分布について、流れ速度をパラメータとして示した計算結果を比較考察する。ここで、比較考察は全て実線で示す流れがない場合の波高を基準として行われる。図-7 では、逆方向流れはマウンド上で波高を増大させて上端部近傍で最大とし、逆にまた側方周辺では波高を減少させて下端縁辺部で最小とすることを示している。しかし、同方向流れ場では、マウンド上で波高が僅かに減少するけれども、概して波高に対する影響は比較的小さい。

図-8 は、格子点 $y=25$ のマウンド上中心を通る断面

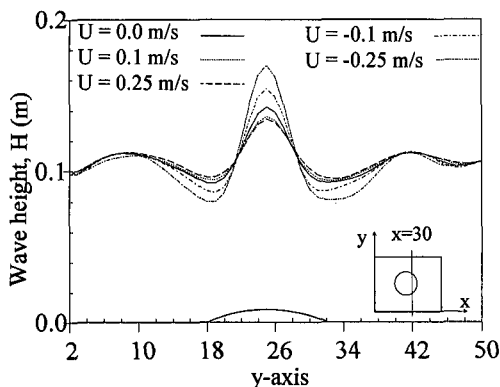


図-7 格子点 $x=30$ を通る断面に沿った波高の空間分布、波・流れ条件: $T_i = 2.2 \text{ s}$, $U = 0, \pm 0.1, \pm 0.25 \text{ m/s}$

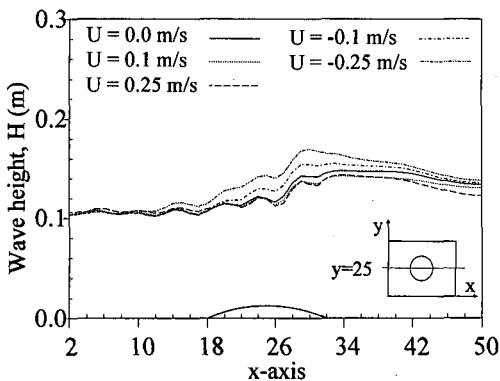


図-8 格子点 $y=25$ を通る断面に沿った波高の空間分布、波・流れ条件: $T_i = 2.2 \text{ s}$, $U = 0, \pm 0.1, \pm 0.25 \text{ m/s}$

における計算波高の空間分布の比較結果である。この図によれば、流れがない時の最大波高の位置はマウンドを越えた外側に出来るが、逆方向流れになるとこの位置はマウンド内側に移行する。更には、逆方向流れに乗った波の場合は、沖合領域と比べて、マウンド上とその下流岸側全体に亘って波高が増大する。一方、波が同方向流れに乗って伝播する場合は、マウンド上とその岸側領域で波高は減少するけれども、逆方向流れ上の波の場合と比較して、同方向流れが波高分布に与える影響は全体的にやや小さい。

次いで、図-9 に示すように、平均水位の低下については、逆方向流れ及び同方向流れの両者の場合共に、マウンド上で増大するが、最大の平均水位低下は $U = -0.25 \text{ m/s}$ なる逆方向流れ上の波の場合に起こることが分かる。また、流れがない時の最大の水位低下は、領域の岸側で見られる。

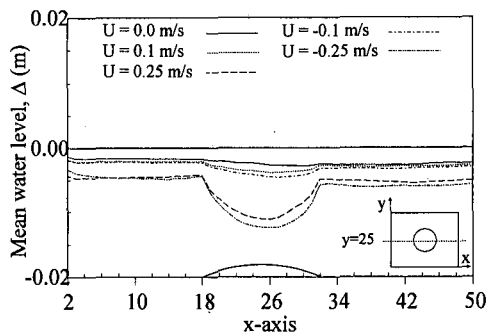


図-9 格子点 $y=25$ を通る断面に沿った平均水位の空間分布、波・流れ条件: $T_i = 2.2 \text{ s}$, $U = 0, \pm 0.1, \pm 0.25 \text{ m/s}$

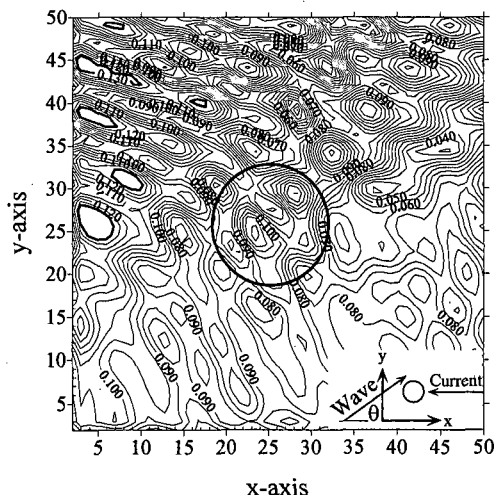


図-10 逆方向流れ上の波に対する等波高線分布図、入射波・流れ条件: $T_i = 2.2 \text{ s}$, $U = -0.25 \text{ m/s}$, $\theta = 45^\circ$, 図中の数字は m 単位の波高を表す

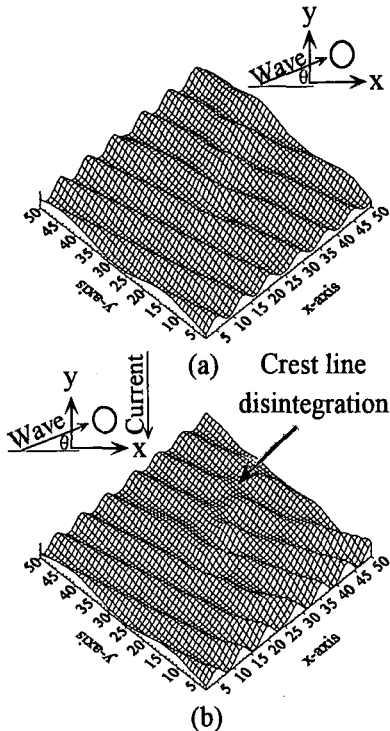


図-11 波峰線 (a) 流れがない場合, (b) 逆方向流れの場合 ($U = -0.5 \text{ m/s}$). 入射波条件: $T_i = 1.8 \text{ s}$, $H_i = 0.1 \text{ m}$, $\theta = 15^\circ$

$\theta = 45^\circ$ の斜め入射波が伝播する場合, 流れ速度の大きさや方向をパラメータとして色々異なった計算条件について, 等波高線分布図の比較考察を行った。その結果, 流れがない時の波及び同方向流れ場における波の場合は, 波伝播方向に波高が増大することが分かった。しかし, 逆方向流れ場における波の場合は, 図-10 の濃い線が示すように, 波高が増大する領域はマウンドの左側であることが分かる。従って, 流れの方向は, 斜め入射波が流れ場を伝播する場合の波高増大場所を支配し, また結果的には球形浅瀬マウンド工との相互干渉も支配することが分かる。

5.2 波峰線の変形

前節 5.1 で述べたのと同じ底面地形を用いて, 波峰線に対する流れの効果を調べた。ここで, 流れ場は y 方向のみにあると仮定する。図-11(a)では, 流れがない場合, 波峰線の不規則性はマウンドの存在のみによって決まることを示す。しかし, 領域の中に流れ場がある場合は, 波峰線の変形は流れ速度の方向と大きさによって決定される。図-11(b)に示すように, y 方向逆向き流れ場に斜め入射する波では, 領域の一部で波峰線が分裂する。マウ

ンド周辺の波峰線は突然の流れ速度の変化を受けることにより, 波峰線の一部は強い流れ帯上にあり, 勿もその流れ速度は限界流れ速度に近いものであるし, また他の波峰線の一部は相対的に弱い流れ速度場にあることになる。この突然の流れの変化は, 領域中の特定な範囲(マウンド域とその周辺)の波速を減少させる結果となり, これが波峰線分裂現象の原因となっている要因の一つであると考えられる。

6. 結 論

波変形に対する流れの影響を取入れ, 2次元の拡張型 Boussinesq 方程式と1次元・2次元同型となる新型の分散関係式を波・流れ共存場に適用することにより, 新たな波・流れ数値解析モデルを構築して提示した。

1次元数値モデルによる計算は一樣傾斜底面上の波・流れ共存場で行ったが, 流れ場における波変形計算結果の数値解は実験値及び解析解と非常に良く一致することを示し, このモデルの妥当性を検証した。

また, 2次元数値モデルについては, 水平な海底地形上に設置した没水式球形浅瀬マウンド工がある場合に, 種々の波・流れ条件における波変形に対する流れの影響に関するシミュレーション解析を行った。その結果, この波・流れ数値モデルは流れ場における波特性をかなり良くシミュレートすることを示した。

参 考 文 献

- Mohammad Mohiuddin・富樫宏由・平山康志 (1999): 傾斜海底地形上における波・流れ相互干渉のモデル構築, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 71-75.
- Abbott, M. B. (1979): Computational Hydraulics, Pitman, London, 324 p.
- Hedges, T. S. (1987): Combinations of Waves and Currents: An Introduction, Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 1, pp. 567-585.
- Jonsson, I. G. (1990): Wave-Current Interactions, The Sea, Vol. 9, Part A, Chapter 1.1.3, Ocean Engineering Science, John Wiley & Sons, New York, pp. 65-120.
- Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1992): A New Form of the Boussinesq Equations with Improved Linear Dispersion Characteristics. Part 2. A Slowly-Varying Bathymetry, Coastal Eng., Vol. 18, pp. 183-204.
- Mei, C. C. (1982): The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, John Wiley & Sons, New York, 740 p.
- Mohiuddin, M., H. Togashi and Y. Hirayama (1998): An Extended Boussinesq Equation Model for Wave-Current Interactions: Experimental Study and Numerical Simulation, Proc. (on CD-ROM) 3rd ICHE, Vol. III, pp. 1-16.
- Skop, R. A. (1987): An Approach to the Analysis of the Interaction of Surface Waves with Depth-Varying Current Fields, Appl. Math. Modelling, Vol. 11, pp. 432-437.