

Lagrange 型固液二相流モデルによる海洋投棄微細土砂の 拡散過程の数値解析

後藤 仁志*・Jørgen Fredsøe**

1. 緒 言

海洋工事の沖合展開に伴い、マウンドの造成や埋め立て工事に際しては、施工の経済性と効率を考慮して、底開バージによる捨て石・土砂の投入が一般的に実施される。この際に投入された土砂の堆積域の正確な予測が施工管理上不可欠であるとの観点から、これまでも現地観測および室内実験や数値モデルの提案が行われている。例えば、小田・重松ら(1990, 1992)は、粗砂粒子の運動を個別要素法でモデル化し、粒子混入により生じる密度変化を含めて流体の運動方程式を解くことにより、固相・液相の相互作用を考慮した数値解析を行った。さらに近年、生態系を含む周辺環境への配慮から土砂投入時に発生する濁りの環境への影響が危惧されるようになり、従来の多くの数値モデルの主たる解析対象であった捨て石や砂礫に加えて、微細土砂の堆積過程の予測が重要な課題となりつつある。このような認識に基づき投入微細土砂を対象とした研究(例えば、蔣ら, 1997)も始められつつあるが、土砂投入に伴う水面波の発生・伝搬および投入土砂の沈降に誘起される循環流の挙動に関して十分な再現性を有するモデルは得られていないのが現状である。

そこで本研究では、水面の激しい変化に単純なアルゴリズムで柔軟に対応できる計算法として注目されつつある粒子法の一つである MPS 法(Koshizuka ら, 1995; 越塚, 1997) のアルゴリズムに従って、流体相と土砂相の二相の相互作用を伴う固液二相流の基礎式を離散化し、沈降土砂との相互干渉で誘起される循環流系と水面変動との同時解析を実施する。

2. 粒子法による固液二相流モデル

2.1 固液二相流の支配方程式

本研究では、固相が微細土砂で構成される場合を主たる対象としているので、二流体モデルにより固液二相流の挙動を記述する。基礎式は、液相・固相のそれぞれに対する連続式と運動方程式(Navier-Stokes 式)であり、

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{u}_l) = 0; \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \mathbf{f}_{ls} + \rho_l \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho_s \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = -\nabla p_s + \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s - \mathbf{f}_{ls} + \rho_s \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (3)$$

と書ける。ここに、 \mathbf{u}_m : 流速ベクトル, p_m : 圧力, ρ_m : 各相の密度, \mathbf{f}_{ls} : 固相・液相間相互作用力ベクトル, \mathbf{g} : 重力加速度ベクトル, μ_m : 粘性係数であり、添字 $m=l, s$ は液相および固相を表している。

2.2 MPS 法による支配方程式の離散化

MPS 法では、各相を複数の構成粒子に分割し、個々の粒子の周囲に設定した影響域内での粒子間相互作用として上記の基礎式の各項を記述することにより離散化が行われるので、既存の Euler 的な方法と異なり、計算格子が不要である。

離散化の際には、均一で質量が変化しない粒子を用い、粒子数を一定に保つことで、質量保存(連続式)が厳密に満足される。さらに、粒子数密度(単位体積あたりの粒子数)を一定値 n_0 に保つことにより、非圧縮条件が満足される。

一方、運動方程式については、移流項、圧力項、粘性項、重力項、および二相間の相互作用項の各々について、粒子周囲の影響域内の他の粒子との相互作用を通じて離散化が行われる。流速ベクトルの更新は 2 段階プロセス

$$\mathbf{u}_{m,k+1} = \mathbf{u}_{m,k} + \Delta \mathbf{u}_{m,k}^* + \Delta \mathbf{u}_{m,k}^{**} \quad (m=l, s) \quad \dots (4)$$

から成り(k : 計算ステップ), 第 1 段階は、粘性項と重力項を与えて粒子の速度(流速)を更新する陽的なプロセスであり、この段階での各相の速度修正値は、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \mathbf{u}_{l,k}^* &= (v_l \nabla^2 \mathbf{u}_l)_{k-1} \Delta t + \mathbf{g} \Delta t \\ \Delta \mathbf{u}_{s,k}^* &= (v_s \nabla^2 \mathbf{u}_s)_{k-1} \Delta t + \mathbf{g} \Delta t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となり(Δt : 計算時間ステップ), 仮流速, 仮の粒子位置(移流過程に相当)はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_{m,k}^{**} &= \mathbf{u}_{m,k} + \Delta \mathbf{u}_{m,k}^* \\ \mathbf{r}_{m,k}^{**} &= \mathbf{r}_{m,k} + \Delta \mathbf{u}_{m,k}^* \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} (m=l, s) \quad \dots\dots\dots (6)$$

と書ける。このように、MPS 法では、逐次更新される局所流速をもとに移流計算がされるので、通常の Euler 的方法で問題となる移流項の差分近似に起因する数値拡散

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻
** Ph.D. デンマーク工科大学教授 ISVA(水理水工学研究所)

を回避できる。

以上の移流計算の後の粒子数密度 n_k^* は一定値 n_0 に一致せず、第1段階で更新された仮の場では、質量保存が満足されていない。第2段階では、第1段階で除外した圧力項および固液相互作用項による個々の粒子の速度変化 $\Delta u_{m,k}^{**}$ の結果として生じる数密度の再修正量 Δn_k^{**} が

$$n_k^* + \Delta n_k^{**} = n_0 \dots\dots\dots (7)$$

なる質量保存の関係を満足するように、圧力場の陰的解法が行われる。第2段階の各相の速度修正量 $\Delta u_{m,k}^{**}$ は、

$$\left. \begin{aligned} \rho_l \Delta u_{l,k}^{**} &= -\nabla p_{l,k+1} \Delta t + f_{ls} \Delta t \\ \rho_s \Delta u_{s,k}^{**} &= -\nabla p_{s,k+1} \Delta t - f_{ls} \Delta t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

と書いて、両式を加え、固相・液相の圧力を統一すると、固相・液相間の相互作用項が消去できて、

$$\Delta u_{l,k}^{**} + \frac{\rho_s}{\rho_l} \Delta u_{s,k}^{**} = -\frac{1}{\rho_l} \nabla p_{k+1} \Delta t \dots\dots\dots (9)$$

が得られる。さらに、速度と数密度の第2段階修正量が質量保存則を満足することから

$$\frac{1}{n_0} \Delta n_k^{**} + \nabla \cdot \left(\Delta u_{l,k}^{**} + \frac{\rho_s}{\rho_l} \Delta u_{s,k}^{**} \right) \cdot \Delta t = 0 \dots\dots\dots (10)$$

が得られ、これに式(9)を代入すると、液相に関する圧力に関する Poisson 方程式

$$\nabla^2 p_{k+1} = \frac{\rho_m}{(\Delta t)^2} \frac{n_k^* - n_0}{n_0} \quad (m=l, s) \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。なお、固相に関してもほぼ同様のプロセスで式(11)が誘導されるので、式(11)では固相・液相を統一して記述した。第2段階での速度修正の結果を用いて、各相粒子の速度を

$$u_{m,k}^* + \Delta u_{m,k}^{**} = u_{m,k+1} \dots\dots\dots (12)$$

と更新する。以上が、計算のアルゴリズムである。

計算時間ステップ Δt については、Koshizuka ら(1996)に習い、Courant の安定条件を考慮して、

$$\Delta t = \min(\alpha_{dt} d_0 / v_{\max}, 1.0 \times 10^{-3}) \dots\dots\dots (13)$$

のように調整する。ここに、 α_{dt} : 時間ステップと Courant 数の比 ($\alpha_{dt}=0.1$ とする) d_0 : 粒子径、 v_{\max} : 各ステップにおける流体粒子の最大速度である。

なお、二相流に対する MPS 法の適用は、Koshizuka, Ikeda ら(1997, 1998)により気液二相流を対象に行われ、二相間の質量遷移も考慮して水蒸気爆発現象が再現されているが、単相流と同様のアルゴリズムが二相流に拡張される過程に関しては詳細な記述が省略されている。そこで、この節では、より単純な二相間の質量遷移がない場合の固液二相流に関して、単相流と同様のアルゴリズムがどのようにして適用可能であるかを示すこととした。

2.3 圧力項および粘性項の記述法

圧力項および粘性項の離散化は、Koshizuka ら(1996)により示された標準的方法をそのまま踏襲する。圧力項

は、

$$-\frac{1}{\rho_m} \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho_m} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|r_{ij}|^2} (r_{ij}) \cdot w(|r_{ij}|) \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$r_{ij} = r_j - r_i \dots\dots\dots (15)$$

粘性項は、

$$v_m \langle \nabla^2 u \rangle_i = \frac{2v_m D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (u_j - u_i) w(|r_{ij}|) \dots\dots\dots (16)$$

$$\lambda = \sum_{j \neq i} w(|r_{ij}|) |r_{ij}|^2 / \sum_{j \neq i} w(|r_{ij}|) \dots\dots\dots (17)$$

と記述される。 D_0 : 次元数であり、重み関数 $w(r)$ は、当該粒子との相互作用の計算対象域を有限にするため、

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

なる表現が導入される。これにより、当該粒子より距離 r_e 以上遠方にある粒子との間の重みは全てゼロに設定される。なお、閾値 r_e に関しては、Koshizuka ら(1996)による標準値を参考に、圧力項ついて $r_e=2.1d_0$ 、粘性項について $r_e=3.1d_0$ を用いた。なお、粒子数密度は、重み関数を用いて、

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|r_{ij}|) \dots\dots\dots (19)$$

と定義される。

いわゆる二流体モデルの適用に際して問題となるのが、固相の動粘性係数の評価である。Choi and Chung (1983)は、固気二相流について固相と気相の動粘性係数の比を両相の渦動粘性係数の比と同一に置き、さらには、固気混合体の渦動粘性係数を単相流と関連づける簡便な評価式として Owen (1969) の式を導入した。ここでは、それらを参考に、粘性項を以下のようにモデル化した。

$$v_m \nabla^2 u_m = v_{\text{mix}} (\nabla^2 u_i + \nabla^2 u_s) \quad (m=l, s) \dots\dots\dots (20)$$

$$v_{\text{mix}} = \frac{v}{\sqrt{1 + \frac{\rho_s}{\rho_l} c}} \dots\dots\dots (21)$$

なお、固相の濃度 c に関しては、粘性項の影響域内の粒子に関して

$$c = \frac{\sum_{j \neq i} \delta_{sj} w(|r_{ij}|)}{\sum_{j \neq i} \delta_{sj} w(|r_{ij}|) + \sum_{j \neq i} (1 - \delta_{sj}) w(|r_{ij}|)} \dots\dots\dots (22)$$

$$\delta_{sj} = \begin{cases} 0 & \text{for liquid particle} \\ 1 & \text{for solid particle} \end{cases} \dots\dots\dots (23)$$

に基づいて計算した。

2.4 境界条件

計算は、幅 154.0 cm、水深 17.0 cm の水槽の中央の水面に底開バージを模して配置したポップーから土砂を投入した場合を対象に実施した。液相・固相とも粒子の粒

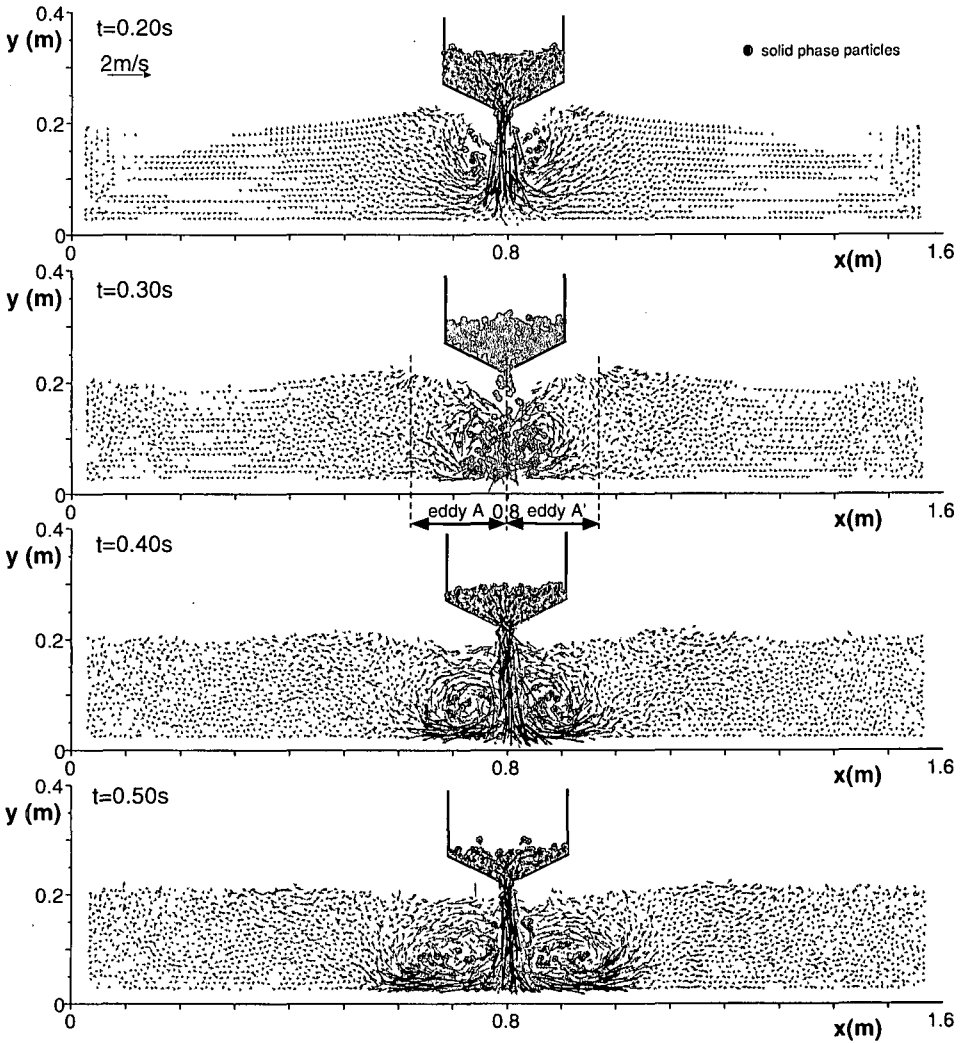


図-1 投入土砂の沈降拡散過程(1)

径は1.0 cmであり、粒子数は液相で約3200個、固相で約480個である。固定壁は数列の粒子で構成され、流体粒子と接する壁面粒子に関しては圧力を変数として与えて流体粒子とともに圧力の更新計算が施され、粒子数密度の計算も行われる。壁粒子群の厚みは、重み関数の閾値 r_e より大きく設定すれば数密度計算で不都合が生じない。なお、流体粒子と接することのない壁粒子では圧力の計算を行わない。

壁面の流速に関しては近似的 non slip 条件として、固定壁粒子の速度をゼロとした。さらに、自由水面を

$$n_i^* < \beta \cdot n_0 \dots\dots\dots (24)$$

により判定し ($\beta=0.97$)、圧力の境界条件 ($p=0$) を与えた。

3. 投入土砂の沈降拡散過程

図-1, 2にホッパーから投入された土砂の沈降拡散の状況とその際に誘起される循環流および水面波の状態をまとめて示す。なお、時刻 $t=0$ sはホッパーの底面が開いて土砂投入が開始される瞬間であり、全時刻を通じての最大流速の5%以下の流速ベクトルは非表示とした。

時刻 $t=0.2$ sには、ホッパー直下で水面が大きく低下し、土砂の沈降に誘起された顕著な下降流が生じ、側方にそれを補償する上昇流が生じつつある。時刻 $t=0.3$ sには、土砂が底面に到達し、土砂の沈降で生じる下降流とその側方の上昇流によりホッパーの左右に1対の渦(eddy A, A')が生じている。また、土砂の投入に伴って生じた水面波の峰は渦対の外縁よりやや側方に移動している。時刻が $t=0.4, 0.5$ sと経過するにつれて、土砂が

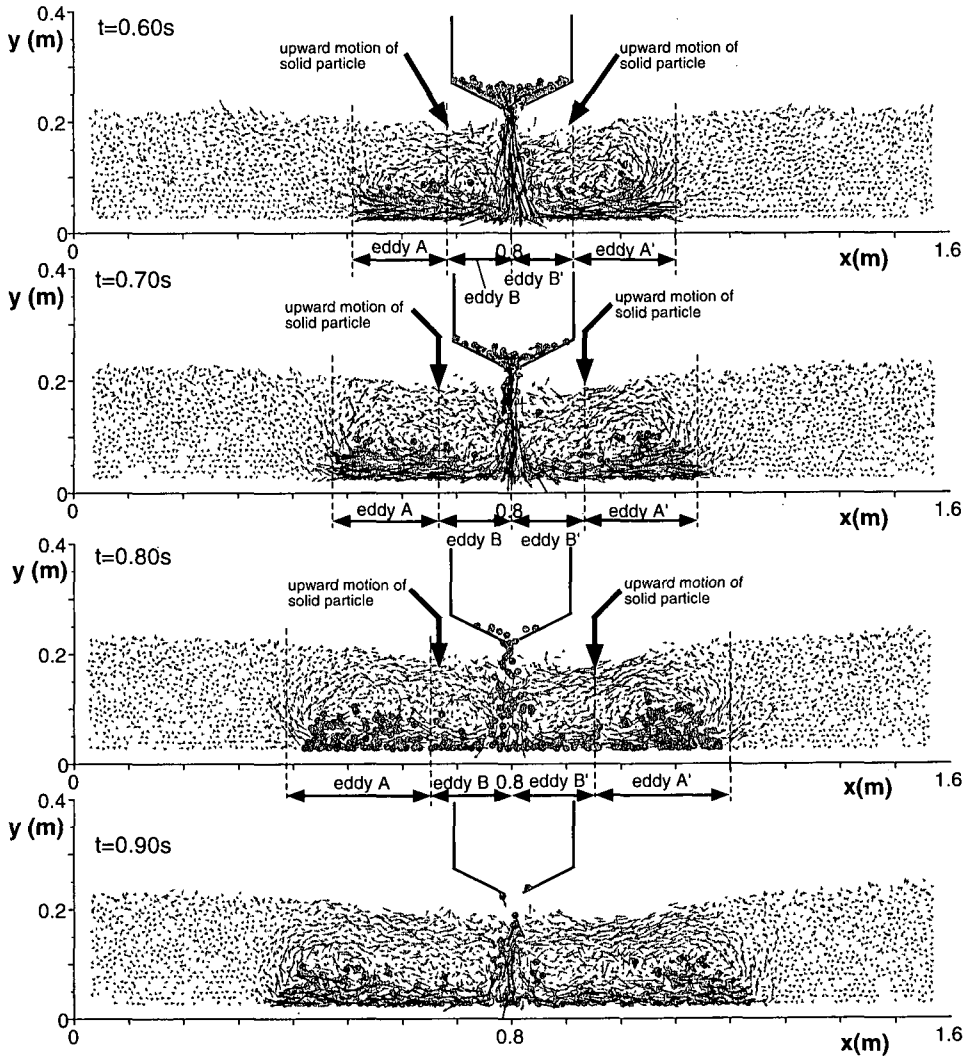


図-2 投入土砂の沈降拡散過程(2)

底面に沿って側方に流動し、それに引きずられるようにして渦対が側方に引き延ばされていく。

次いで、時刻 $t=0.6\text{ s}$ になると、eddy A, A' の内側に第2の渦 (eddy B, B') が生じ、内側の渦の作り出す上昇流により土砂粒子の巻き上げが生じて、底面付近の土砂の流動層に小さな角状の突起部が見られるようになる。時刻が $t=0.7, 0.8\text{ s}$ と経過するにつれて、土砂層の側方への流動が進行し、それに伴って渦が側方へ引き延ばされて内側の渦 (eddy B, B') も成長し、eddy A, A' と eddy B, B' との境界点に生じる上昇流の位置も側方に移動する。この上昇流の移動に伴って土砂層の角状の突起も側方に移動していく。なお、水面変化に関しては、時刻 $t=0.6-0.7\text{ s}$ で水面波の峰が不鮮明化し、土砂層の先端部の x 座標付近から内向きの緩やかな水面勾配が生

じて、土砂層の側方流動によって生じた土砂層の外縁部の上昇流とホッパー直下で生じる下降流を繋ぐ内向きの比較的高速な流れを安定化させている。

図-3 に蔦ら (1997) によるホッパーから投入された微細土砂の拡散過程における水底面付近での土砂濃度の計測結果を示す。濃度時系列は、土砂の側方流動に伴って指数的に減衰するものの、減衰過程には顕著な濃度変動を伴い、特に土砂のフロント部の観測点到達直後には一旦顕著な濃度低下が生じた後、濃度が急上昇し、時系列には2つの顕著なピークが存在することが示されている。図-4 は、本モデルで計算された濃度時系列を示している。ホッパー直下の Point A では、内側の渦による上昇流の影響が顕著に生じず、第2ピークは不鮮明であるが、ホッパー直下から側方にシフトした Point B, C で

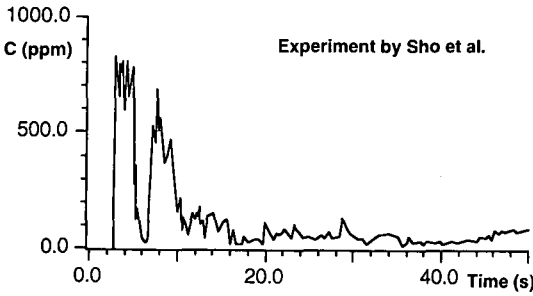


図-3 土砂濃度時系列の計測結果(蔣ら, 1997)

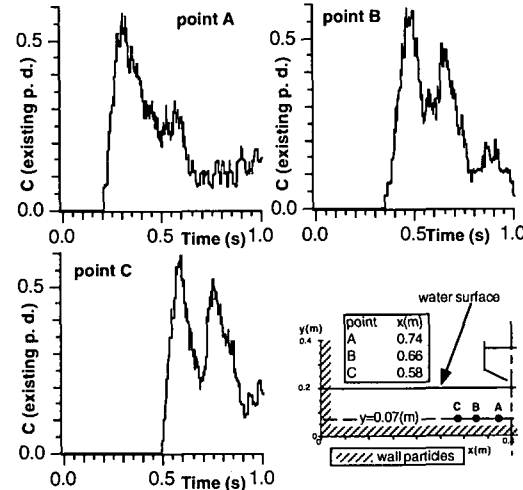


図-4 土砂濃度時系列のシミュレーション結果

は、次第に濃度の増減傾向が鮮明化し、第2ピークが顕在化する。例えば、Point Cでの第2ピークの発生時刻付近の $t=0.8$ s のスナップショット (図-2) を見ると、Point C に対応した位置で顕著な上昇流が生じており、それによって巻き上げられた土砂粒子の存在が確認できる。

4. 結 語

本研究では、Koshizuka ら (1995) により提唱された MPS 法を用いて、流体相と土砂相の二相の相互作用を伴う固液二相流の基礎式を離散化し、沈降土砂との相互干渉で誘起される循環流系と水面変動の同時解析を実施し、これらの流れの構造が土砂層の側方流動特性に与え

る影響が、実験で観測される濃度変動特性の説明に有効であることを明らかにした。計算機の演算性能の制限から、実験と同一のスケールで計算することができなかったため、現時点では定性的なレベルでの比較に留まっているが、定量的予測に関しても継続検討する予定である。

さらに、本研究では水面に固定したホッパーからの土砂投入に現象を単純化して解析したが、土砂投入に伴って急速に上昇する底開バージの運動自体が水面波や循環流系に与える影響などについても包含したシミュレーションの総合的發展を図りたい。

本研究は、第一著者が文部省在外研究員としてデンマーク工科大学 ISVA に滞在中に実施されたものであり、研究の取りまとめに際しては、Dr. B. M. Sumer 並びに Dr. R. Deigaard (Assoc. Professors, ISVA, DTU) との議論が有益であった。以上、付記して謝意を表する。

参 考 文 献

小田一紀・重松孝昌・氏本浩介 (1990): DEM 法と MAC 法の併用による粒子群の沈降分散動のシミュレーション, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 759-763.

小田一紀・重松孝昌・大西伸幸・井上雅夫 (1992): 改良型 DEMAC 法による粒子群の沈降・分散挙動の解析, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 971-975.

越塚誠一 (1997): 数値流体力学, インテリジェントエンジニアリングシリーズ, 培風館, p. 223.

蔣 勤・国栖広志・渡辺 晃 (1997): 土砂投入に伴う汚濁の拡散過程に関する数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 1031-1035.

Choi, Y. D. and Chung, M. K. (1983): Analysis of Turbulent Gas-Solid Suspension Flow in a Pipe, J. Fluid Eng., ASME, Vol. 105, pp. 329-334.

Ikeda, H., Koshizuka, S. and Oka, Y. (1998): Boiling and Solidification Models for Particle Method to Analyze Molten Core Behavior in Severe Accidents, Proc. 6th Int. Conf. on Nuclear Eng., pp. 1-13.

Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y. (1995): A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, Computational Fluid Dynamics J., Vol. 4, No. 1, pp. 29-46.

Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996): Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, Vol. 123, pp. 421-434.

Koshizuka, S., Ikeda, H. and Oka, Y. (1997): Effect of Spontaneous Nucleation on Melt Fragmentation in Vapor Explosions, Proc. Int. Seminar on Vapor Explosions and Explosive Eruptions, pp. 185-192.

Owen, P. R. (1969): Pneumatic Transport, J. Fluid Mech., Vol. 39, p. 407.