

伝達行列を用いた消波工の消波性能の検討

宇津野秀夫* ・片岡保人**・市川靖生***
榊原健男****・入江 功*****

1. ま え が き

消波工にはテトラポッドなど異型ブロックを積み上げる透水層形式と、護岸の前面に遊水層を設けてスリット板など透水壁を設置する形式とが見られる。どちらの消波工も、波が消波工内を通過する際に流路面積急変部で生じる渦や、波と消波工との摩擦を利用して、エネルギーを消散させている。

ところで波動のエネルギーの消散を図る研究は、土木以外の工学分野でも進められている。例えば電磁波吸収材(橋本, 1997)は、電波障害を回避する目的で長大橋にも使用されている。また吸音材(Zwikker, 1949)は道路防音壁をはじめ広く用いられており、吸音材の伝播定数を測定する研究(Chung, 1980; Utsuno, 1989)も進められている。機械の分野では、葉山・毛利ら(1979, 1986)が管路面積急変部の圧力損失を考慮した圧縮機の圧力脈動解析を行っている。これらの開発・研究では、対象とする現象や周波数は異なるが、支配方程式が類似するため、得られた知見には共通する部分がある。

そこで本研究では、圧縮機管路のような1次元の波動伝播解析に用いられる伝達行列法(福田・奥田, 1974)を、消波工の性能解析に適用することを試みる。2次元水路における伝達行列は、水路断面の波高と水面水平方向粒子速度とを状態量として、2断面間の状態量を結びつける行列で、一定水深の水路の場合にはNeumannの方法(堀川, 1973)として導かれている。本論文では、透水層型消波工の消波理論(近藤・竹田, 1983)を参考に、同消波工の伝達行列を導出する。次に消波工沖側2点、浜側2点の波高を同時計測し、消波工の伝達行列を実験で同定して、理論値と比較する。また種々の護岸に対して、波高と水平方向粒子速度との比で定義されるインピーダンスを測定し、理論値と比較する。最後に、水路と消波工をそれぞれ伝達行列で、護岸をインピーダンス境界でモデル化し、護岸と消波工の組合せによる反射率を計算

して、実験値と比較する。

2. 伝達行列の定式

2.1 一定水深の水路の伝達行列

水深 h の水路において、距離 s はなれた2点間の波高と粒子速度の関係式を導く。微小振幅波理論を前提に、表面波形 η を正弦状の進行波と反射波の和とする。

$$\eta = A_1 \exp[j(\sigma t - kx)] + A_2 \exp[j(\sigma t + kx)] \cdots (1)$$

$x=0, s$ における重複波の波高をそれぞれ η_1, η_2 とすると

$$\eta_1 = [A_1 + A_2] \exp(j\sigma t) \cdots \cdots \cdots (2)$$

$$\eta_2 = [A_1 \exp(-jks) + A_2 \exp(jks)] \exp(j\sigma t) \cdots (3)$$

ここで、 σ は角周波数、 k は波数、 C は波速であり、重力加速度 g を使用して、次の関係にある。

$$k = \frac{\sigma}{C}, \quad C = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kh} \cdots \cdots \cdots (4), (5)$$

速度ポテンシャル ϕ を用いると、水平方向粒子速度 u と、波高 η は次式で関係づけられる。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{z=0} + g\eta = 0 \cdots \cdots \cdots (6), (7)$$

上式より、水面 $z=0$ における粒子速度 u と表面波形 η との間に次式の関係が成り立つ。

$$u = -g \int \frac{\partial \eta}{\partial x} dt$$

$$= \frac{g}{C} [A_1 \exp(-jks) - A_2 \exp(jks)] \exp(j\sigma t) \cdots \cdots \cdots (8)$$

波高と同様に、2点の粒子速度の重複波は次式となる。

$$u_1 = \frac{g}{C} [A_1 - A_2] \exp(j\sigma t) \cdots \cdots \cdots (9)$$

$$u_2 = \frac{g}{C} [A_1 \exp(-jks) - A_2 \exp(jks)] \exp(j\sigma t) \cdots \cdots \cdots (10)$$

式(2), (3), (9), (10)より、未定係数 A_1, A_2 を消去すると、最終的にNeumannと同じ伝達行列を得る。

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ u_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos ks & \frac{jC}{g} \sin ks \\ \frac{jg}{C} \sin ks & \cos ks \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_2 \\ u_2 \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (11)$$

* 正会員 工博 神戸製鋼所 機械研究所 振動音響研究室
 ** 正会員 工修 神戸製鋼所 機械研究所 構造強度研究室
 *** 正会員 工修 神戸製鋼所 構造技術部
 **** コベルコ科研 振音流動技術室
 ***** 正会員 工博 九州大学教授 工学部地球環境工学科

2.2 透水層型消波工の伝達行列

近藤・竹田の記述を参考に、透水層内の波の伝播を定式化する。微小振幅の長波を仮定すると、透水層内を伝わる波の連続式と運動方程式は次式となる。

$$\text{連続の式 } h \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{運動方程式 } \frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + f \frac{\sigma}{\lambda} u = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここでλは空隙率、τは慣性係数、fは抵抗係数である。両式より波高に関する次の偏微分方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{\tau}{gh} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{f\sigma}{gh} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

前節と同様に、表面波形を進行波と反射波の和で表す。

$$\eta = A_1 \exp[j(\sigma t - \bar{k}x)] + A_2 \exp[j(\sigma t + \bar{k}x)] \dots (15)$$

ただし、複素波数 \bar{k} と複素波速 \bar{C} は次式で定義される。

$$\bar{k} = \sigma \sqrt{\frac{\tau - jf}{gh}}, \quad \bar{C} = \frac{\sigma}{\bar{k}} = \sqrt{\frac{gh}{\tau - jf}} \dots (16), (17)$$

連続式 (13) を変形して、粒子速度は次式で表される。

$$u = -\frac{\lambda}{h} \int \frac{\partial \eta}{\partial t} dt$$

$$= \frac{\lambda \sigma}{\bar{k} h} [A_1 \exp(-j\bar{k}x) - A_2 \exp(j\bar{k}x)] \exp(j\sigma t) \dots (18)$$

図一に示すように、透水層型消波工の幅をBとすると、透水層前面(添え字a)と後面(添え字b)を結ぶ伝達行列は、前節と同様な変形を行うことで次式を得る。

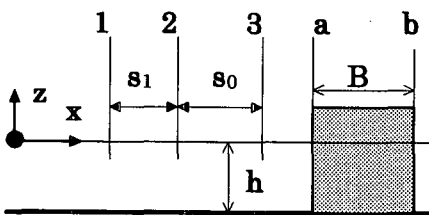
$$\begin{pmatrix} \eta_a \\ u_a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \bar{k}B & j \frac{\bar{k}h}{\lambda \sigma} \sin \bar{k}B \\ j \frac{\lambda \sigma}{\bar{k}h} \sin \bar{k}B & \cos \bar{k}B \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta_b \\ u_b \end{pmatrix} \dots (19)$$

3. 伝達行列を利用した波動の記述

3.1 2点波高計測手法

図一に示す水路において、間隔が s_1 および s_0 離れた3点を考える。各点の波高と粒子速度は、前節の伝達行列表記 (11) を用いて、次の関係が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ u_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos ks_1 & \frac{jC}{g} \sin ks_1 \\ \frac{jg}{C} \sin ks_1 & \cos ks_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta_2 \\ u_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (20)$$



図一 2次元水路モデルと消波工

$$\begin{pmatrix} \eta_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos ks_0 & \frac{jC}{g} \sin ks_0 \\ \frac{jg}{C} \sin ks_0 & \cos ks_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta_3 \\ u_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

両式を変形すると、点1, 2における波高を用いて、点3の波高と粒子速度とを次式で表すことができる。

$$\eta_3 = \eta_1 \left\{ \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{\sin k(s_1 + s_0)}{\sin ks_1} - \frac{\sin ks_0}{\sin ks_1} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$u_3 = \eta_1 \frac{jg}{C} \left\{ \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{\cos k(s_1 + s_0)}{\sin ks_1} - \frac{\cos ks_0}{\sin ks_1} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

点3を消波工前面にとれば、消波工前面の波高と粒子速度とを算定することになる。また消波工浜側の水域で、2点の波高を測定すれば、消波工後面の波高と粒子速度とを算定することができる。ただし消波工前後では、波が水路幅方向に完全に一様とは限らないため、本計算値は一様な領域の値から外挿した値と理解すべきである。

3.2 透水層型消波工の伝達行列の同定

透水層型消波工の伝達行列 (19) において、消波工後面の状態量 η_a, u_a, η_b, u_b を既知として、複素波数と特性インピーダンス \bar{Z} を求めることを考える。

$$\cos \bar{k}B = \frac{u_b \eta_b + u_a \eta_a}{u_b \eta_a + u_a \eta_b} \dots\dots\dots (24)$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{k}h}{\lambda \sigma} = \sqrt{\frac{\eta_a^2 - \eta_b^2}{u_a^2 - u_b^2}} \dots\dots\dots (25)$$

複素波数は多価関数であるが、波は伝播するに従い減衰するために、複素波数の虚数部が負となる条件を課している。また特性インピーダンスには、実数部が正となる条件を課している。

$$\bar{k}B = \cos^{-1} \left(\frac{u_b \eta_b + u_a \eta_a}{u_b \eta_a + u_a \eta_b} \right) = x + jy$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{if } y < 0, \bar{k}B = x + jy \\ \text{if } y > 0, \bar{k}B = 2\pi - (x + jy) \end{cases} \dots\dots\dots (26)$$

3.3 波のインピーダンスと反射率

ある点3における波高と水平方向粒子速度との比 Γ を定義する。 Γ は通常インピーダンスと呼ばれ、実数部をX、虚数部をYとする複素数である。

$$\Gamma_3 = \frac{\eta_3}{u_3} = X + jY \dots\dots\dots (27)$$

式 (27) に、式 (22), (23) を代入すると、インピーダンスは2点の波高の伝達関数から算定することができる。

$$\Gamma_3 = \frac{\eta_3}{u_3} = -j \frac{C}{g} \frac{\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin k(s_1 + s_0) - \sin ks_0}{\frac{\eta_2}{\eta_1} \cos k(s_1 + s_0) - \cos ks_0} \dots (28)$$

式 (27) の波高と粒子速度に、式 (1), (8) を代入する。

$$\Gamma_3 = \frac{\eta_3}{u_3} = \frac{C}{g} \frac{A_1 \exp[-j k x] + A_2 \exp[j k x]}{A_1 \exp[-j k x] - A_2 \exp[j k x]}$$

$$= X + j Y \dots\dots\dots (29)$$

上式の分数部は、入射波と反射波である。すなわち

$$\text{入射波 } A_1 \exp[-j k x] = \frac{C/g + \Gamma_3}{2\Gamma_3} \eta_3 \dots\dots\dots (30)$$

$$\text{反射波 } A_2 \exp[j k x] = \frac{-C/g + \Gamma_3}{2\Gamma_3} \eta_3 \dots\dots\dots (31)$$

反射率 K_R の定義式に上式を代入して次式を得る。

$$K_R = \left| \frac{A_2 \exp[j k x]}{A_1 \exp[-j k x]} \right| = \sqrt{\frac{(X - C/g)^2 + Y^2}{(X + C/g)^2 + Y^2}} \dots\dots\dots (32)$$

すなわち、2点の波高を計測してインピーダンスを求めれば、反射率も計算できることになる。なお本計算式は表現は異なるが、合田ら(1976)のFFTを利用した入反射分離法と原理的に同じものである。

3.4 消波工を含む水路の計算手法

図-2に示すように、左端から造波板、助走路、消波工、遊水路、護岸で構成される最も単純な水路を考える。各節点で波高と粒子速度とを定義すると、水路全体は伝達行列を連結して表すことができる。

$$\begin{pmatrix} \eta_0 \\ u_0 \end{pmatrix} = [M_1][M_2][M_3] \begin{pmatrix} \eta_3 \\ u_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

伝達行列を用いた水路モデルの計算手順

- 1) 造波板の強制粒子速度 u_0 と消波工内の平均粒子速度を仮定
- 2) 各要素行列 $[M_1]$, $[M_2]$, $[M_3]$ と全体行列を計算
- 3) 護岸インピーダンス Γ_3 を与えて造波板波高 η_0 を計算
- 4) 伝達行列の逆行列を計算し、各節点の状態量を計算
- 5) 消波工前後の粒子速度から、平均粒子速度 \bar{u} を計算
- 6) 造波板の η_0 , u_0 を式(30)に代入し、入射波高を計算
- 7) 目標とする入射波高に近づくように造波板 u_0 を調整
- 8) 目標波高を満たすまで項目2)に戻って繰り返し計算

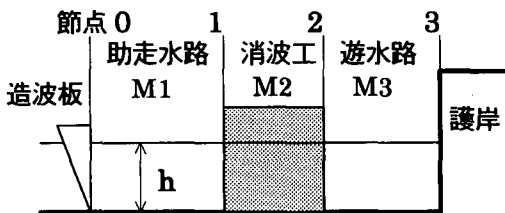


図-2 伝達行列の計算モデル

4. 実験

4.1 実験条件

水深 $h=18\text{ cm}$ の2次元造波水槽を使用して、透水層型消波工と3種類の護岸の組合せ条件に対して実験を行った。消波工は、高さ83 mmのテトラポッドを、幅30 cmの矩形形状に乱積みしている。護岸は、図-3に示すように波浪吸収壁、直立護岸、フレア式護岸(村上ら, 1996)の3種類である。造波条件は、吸収式制御による正弦波とし、周波数0.75, 1.0 Hzで、入射波高目標値 $H=0.8, 1.7, 2.5, 3.4\text{ cm}$ とした。

4.2 透水層型消波工の複素波数の実験的同定

消波工沖側2点、浜側2点の計4点の波高を同時測定した。護岸から波高計までの距離は1 mと1.3 mで、波高計間隔は30 cmである。消波工前側と後側の位相情報を保持するため、波高計1の位相を基準に、残りの3点の波高を計測・分析している。求めた波高を、式(22), (23)に代入して、消波工前面と後面の波高と粒子速度を算定し、その算定値を、式(25), (26)に代入して、複素波数と複素波速、特性インピーダンスを計算している。なお本実験では、水路の最右端には波浪吸収材を使用した。後述するが、波浪吸収壁の反射率は0.1以下であった。

図-4に、同定した複素波数を▲◆で示す。消波工の特性は、粒子速度の振幅に依存するため、同図の横軸は消波工前面と後面の粒子速度の平均値 \bar{u} とした。複素波数の同定結果を考察する。実数部は粒子速度に無関係にほぼ一定値を示すが、周波数の高い方が大きな値を示す。一方、虚数部は減衰の大きさに関係するため、波高(粒子速度)が大きくなるに従い負の方向に大となる。周波数の差は小さい。近藤・竹田の研究(1983)を参考に、テトラポッドの複素波数を式(16)で計算する。ただし、慣性係数は $r=1+0.5\lambda$, 抵抗係数は次式で算出した。

$$f = \frac{\lambda}{\sigma} \left\{ \alpha_0 \frac{(1-\lambda)^3}{\lambda^2} \frac{v}{d^2} + \frac{8}{3\pi} \beta_0 \frac{1-\lambda}{\lambda^3} \frac{1}{d} |u| \right\} \dots (34)$$

ここで $\lambda=0.55$, $d=54\text{ mm}$, $\alpha_0=2100$, $\beta_0=2.2$ とした。複素波数の計算値と同定結果は、値・傾向とも良く一致しており、本提案の手法が妥当であることが確認される。

図-5には、式(25)で算定した特性インピーダンス \bar{Z} を示す。複素波数と同様に、粒子速度と周波数の関数であり、一貫した傾向が伺える。特性インピーダンスの値

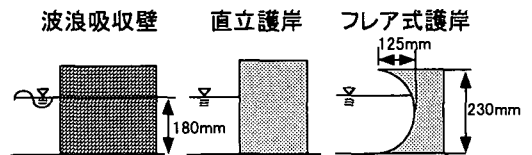


図-3 実験に用いた護岸の形状

は、今回の式展開上は複素波数の実数倍となる。しかし同定結果は、実数倍にはならなかった。

4.3 護岸のインピーダンスと反射率の測定

護岸の境界条件は、入・反射波の振幅比を表す反射率以外に、振幅比と位相の情報を有するインピーダンスで表すことができる。2点で波高を計測し、式(28)、(32)を利用してインピーダンスと反射率を計算した。表-1に、波浪吸収材、直立護岸、フレア式護岸の測定結果を示す。ここでインピーダンスは C/g で除した値を示している。

護岸が吸収材の場合、当然ではあるが反射率は0.1以下となった。この時インピーダンス実数部は1に近く、虚数部はゼロに近い値となっている。

直立護岸の場合は、護岸面のインピーダンスを算出した。理論的には無限大になるべきであるが、有限な値に留まった。反射率はほぼ1となっている。そこで、護岸か

ら45cm離れた点のインピーダンスを算出した。この時のインピーダンスは、式(11)で $u_2=0$ とおき、 η_1/η_1 を計算することに相当する。理論的には次式に示す純虚数となる。

$$\Gamma = \frac{\eta_1}{u_1} = -\frac{jC}{g} \frac{1}{\tan ks} \dots\dots\dots (35)$$

図-6に、不規則波を入力して求めた同点のインピーダンスを示す。 C/g で除した値を示すが、虚数部は理論どおりの値が得られている。実数部は虚数部に比べて十分に小さな値となった。

フレア式護岸のように、解析的にインピーダンスを求めることが困難な場合は、実験的に求めざるを得ない。護岸の先端部から下ろした垂線を、インピーダンス測定面とする。護岸のふところ部が遊水槽に相当するため、インピーダンスは、無限大にはならず有限な値を示す。反射率はほぼ1であった。

4.4 消波工と護岸と組合せによる反射率

テトラポッド消波工を、直立護岸とフレア式護岸と組

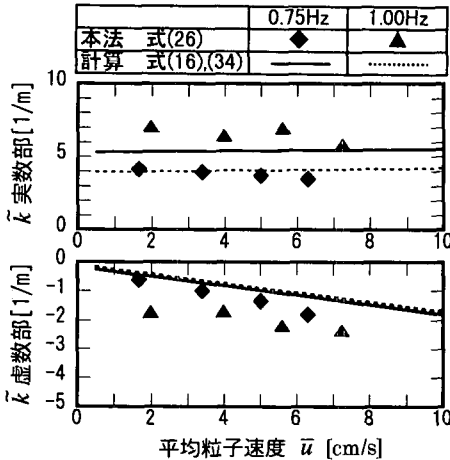


図-4 テトラポッドの複素波数 \tilde{k}

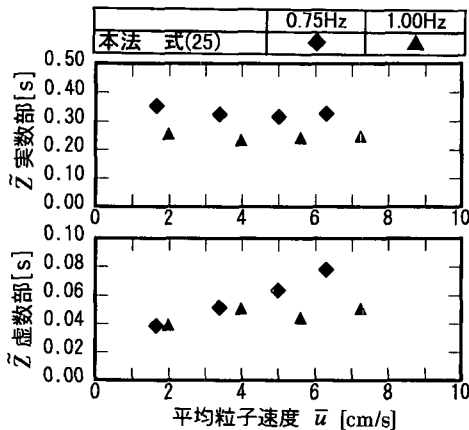


図-5 テトラポッドの特性インピーダンス \tilde{Z}

表-1 各護岸のインピーダンスと反射率

	0.75 Hz			1.00 Hz		
	H [cm]	$\Gamma g/C$	K_R	H [cm]	$\Gamma g/C$	K_R
吸収壁	3.2	1.0+0.0j	0.0	3.6	1.0+0.2j	0.1
	2.0	1.0+0.0j	0.0	2.6	1.0+0.1j	0.1
	1.1	0.9+0.0j	0.1	1.4	1.1+0.1j	0.1
直立護岸	0.6	0.6-0.1j	0.2	0.7	1.1+0.2j	0.1
	3.2	0.2+8.6j	1.0	3.5	-0.2+8.8j	1.0
	2.0	0.2+11.0j	1.0	2.4	1.0+8.9j	1.0
	1.0	-0.1+16.8j	1.0	1.3	0.7+7.0j	1.0
フレア式	0.5	7.8+46.6j	1.0	0.7	0.3+5.5j	1.0
	3.0	2.0-7.6j	0.9	3.5	0.3-3.3j	1.0
	2.0	0.1-5.0j	1.0	2.6	0.3-2.9j	0.9
	1.0	0.1-3.2j	1.0	1.4	0.3-2.9j	1.0
	0.5	0.1-3.2j	1.0	0.7	0.3-4.1j	1.0

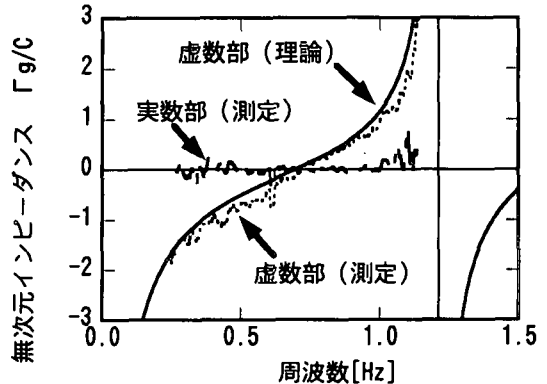


図-6 直立護岸から45cm点のインピーダンス

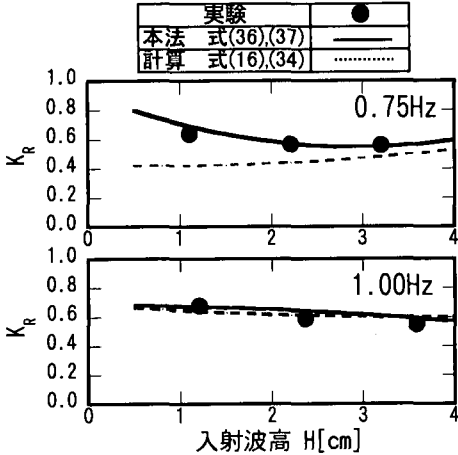


図-7 テトラポッドと直立護岸を組合せた反射率

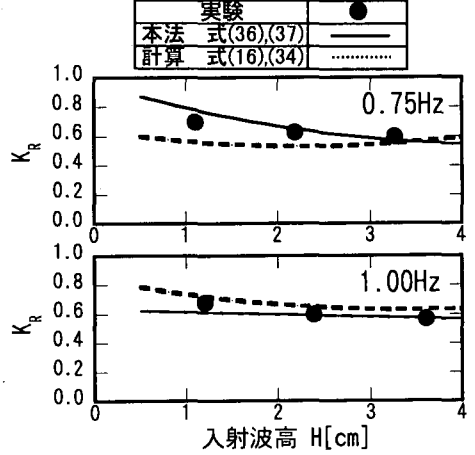


図-8 テトラポッドとフレア式護岸を組合せた反射率

み合わせた際の反射率を、3.4節に示した方法で計算する。消波工の伝達行列は、テトラポッド近似式(34)を用いた場合と、実験的に同定した消波工特性(図-4, 5)から、波数と特性インピーダンスの近似式(36), (37)を作成して使用した場合の2ケースを実施した。消波工の伝達行列は、消波工前後の粒子速度の振幅に依存するため、どちらのケースも収束計算を行って、粒子速度に対応の取れた消波工伝達行列を使用している。参考のため0.75 Hzと1 Hzの計算で使用した近似式を次式に示す。単位はSI単位系である。

$$\begin{aligned}
 1 \text{ Hz} \quad & \bar{k} = -23.3|u| + 7.46 - j(13.2|u| + 1.36) \\
 & \bar{Z} = -0.08|u| + 0.25 + j(0.17|u| + 0.038) \\
 & \dots\dots\dots (36) \\
 0.75 \text{ Hz} \quad & \bar{k} = -14.7|u| + 4.44 - j(22.1|u| + 0.55) \\
 & \bar{Z} = -0.06|u| + 0.322 + j(0.9|u| + 0.0267) \\
 & \dots\dots\dots (37)
 \end{aligned}$$

図-7には、テトラポッド(幅30 cm)を遊水層15 cmを設けて直立護岸に設置した条件の反射率計算値と測定値とを示す。図-8には、テトラポッド(幅30 cm)を遊水層15 cmを設けてフレア式護岸に設置した条件の反射率計算値と測定値とを示す。入射波高の小さい領域と0.75 Hzの計算では、本提案の手法の方が、テトラポッドの近似式を使用するより、若干反射率の予測精度が良いようである。

5. ま と め

消波工の性能解析に、波高と水平方向粒子速度を状態量とし、2点の状態量を連結する伝達行列法を適用した。以下に得られた結果を示す。

- 1) 小振幅の長波を前提に、透水層型消波工の伝達行列

- を導いた。
- 2) 消波工前面2点と後面2点で波高を計測し、消波工の伝達行列を実験的に同定する手法を提示した。
- 3) 護岸の前面2点で波高を計測し、護岸のインピーダンスを算出する手法を提示した。
- 4) テトラポッド消波工の複素波数を実験で同定し、透水層消波理論から計算した値に近い事を示した。
- 5) 消波工伝達行列と護岸インピーダンスから護岸と消波工の組合せ状態の反射率が計算できる事を示した。

参 考 文 献

合田良實・鈴木康正・岸良安治・菊地 始 (1976): 不規則波実験における入射波の分離推定法, 港湾技研資料, No. 248, pp. 1-24.

近藤俊郎・竹田英章 (1983): 消波構造物, 森北出版, pp. 70-114.

橋本 修 (1997): 電波吸収体入門, 森北出版, 137 p.

葉山眞治・竹田 博・毛利泰裕 (1979): 管路内圧力脈動の共振振幅, 機論 (C), 45 巻, 392 号, pp. 422-430.

福田基一・奥田襄介 (1974): 騒音対策と消音器設計, 共立出版, pp. 134-159.

堀川清司 (1973): 海岸工学, 東京大学出版会, pp. 121-128.

村上啓介・入江 功・久保祐志 (1996): 非越波型防波護岸の護岸天端高さ与作用波圧について, 海岸論文集, 第 43 巻, pp. 776-780.

毛利泰裕・葉山眞治 (1986): 非正弦波入力を受ける非線形減衰, 機論 (C), 52 巻, 481 号, pp. 59-64.

Chung, J. Y. and D. A. Blaser (1980): Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties I Theory, J. Acoust. Soc. Am., 68, pp. 907-913.

Utsuno, H. and T. Tanaka (1989): Transfer function method for measuring propagation constant of porous materials, J. Acoust. Soc. Am., 86, pp. 637-643.

Zwikker, C. and C. Kosten (1949): Sound Absorbing Materials, Elsevier, New York, 238 p.