

# DSMC 法による非対称砂漣上の浮遊砂拡散過程の 数値シミュレーション

後藤 仁志\*・酒井 哲郎\*\*・松原 隆之\*\*\*

## 1. 緒 言

砂漣床における漂砂の輸送では、砂漣背面に形成される剝離渦の転流に伴う周期的上昇による浮遊砂雲の生成が場の構造を特徴付けることが、可視化実験(砂村ら, 1978; 沢本ら, 1978)によって指摘されて以来、剝離渦の生成に関わる非定常過程を良好に記述できるモデルの開発が続けられてきた。この種のモデルでは通常、非定常  $k-\epsilon$  モデルが導入され、浮遊砂の拡散過程を支配する乱流特性が推定されるが、一般的には、得られた流れ場で浮遊砂の拡散方程式を解いて浮遊過程を模擬する方法が採られる(例えば、辻本ら, 1990)。しかし、この種の計算では、浮遊砂の拡散係数を運動量拡散係数に比例させて評価することが多く、砂粒子の運動特性が直接的に浮遊過程に反映されにくいという問題が生じる。

この問題に対応するためには、浮遊粒子の個々の運動を Lagrange 的に追跡すれば良いが、浮遊が卓越する条件では細砂が支配的であるので、全粒子の運動の直接追跡には膨大な計算量が必要となり、実現は困難であった。この種のコンセプトの導入は、佐藤ら(1985)により先駆的に行われているものの、粒子追跡の結果として濃度分布自体を推定することは計算量の制約から行われていない。その後、後藤ら(1993)は、浮遊砂の拡散方程式の簡便性と Lagrange 解析の現象への忠実性の両者を折衷したモデルとして、Lagrange 的に追跡される浮遊砂雲を拡散源として、生成項付きの拡散方程式を解いて濃度分布を推定する方法を提案した。また、これらの研究と平行して、離散渦法に基づく砂漣上の非定常乱流場の数値解を利用した砂粒子直接追跡による濃度分布推定の試みも発展を続けてきた(例えば、三鼓ら, 1990; Hansenら, 1991)。

砂漣上の流れ場の解を精度よく求めるには、砂漣形状に沿った計算格子を用いることが必要となる。既往の研究においても砂漣上の写像関数(例えば、沢本, 1978)に基づいて生成した直交曲線座標系上で数値解を求める

方法が採られてきたが(辻本ら, 1990; 後藤ら, 1993)、2次元砂漣に限定しても、非対称性の問題や流れ方向の砂漣波長の不規則性の効果などにも対応できる境界適合格子の生成には、格子の直交性の制約のない一般曲線座標の導入が有効である。

さらに、近年の計算機の演算性能の向上は、粒子直接追跡に基づく浮遊砂濃度推定に方法論としての現実性を与えつつあり、未だ全粒子直接追跡は非現実的なものの、以前と比較して格段に多くの粒子を同時追跡できる計算環境が得られつつある。Bird(1981)により提唱された DSMC(Direct Simulation of Monte-Carlo)法は、気体分子の運動を統計的に扱う分子動力学のコンセプトを希薄気体の流れに適用したものである。DSMC法では、現実より遙かに少ない数の標本粒子を用いて、流れの個々の計算セル内のランダム性(乱流成分による流速変動効果)の粒子運動への影響を統計的に補足しつつ、粒子が Lagrange 的に追跡される。

本研究では、上記の現状に鑑み、一般曲線座標系・鉛直 2次元非定常  $k-\epsilon$  モデルで得られる砂漣上振動流場の数値解を用いて、DSMC法で統計的信頼性が保証される程度の多数の浮遊粒子の運動を同時追跡し、砂漣上の浮遊過程の数値シミュレーションを実施する。シミュレーション結果は実験による濃度分布の測定結果との比較を通じて検証され、さらに実験による直接的補足の困難な砂漣上の浮遊粒子の混合過程が数値的に追跡される。

## 2. シミュレーションの概要

### 2.1 境界適合座標系における流れ場の基礎方程式

一般曲線座標系  $(\xi, \eta)$  上に変換された鉛直 2次元流れ場の基礎方程式は、連続式と Reynolds 方程式

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(JU) + \frac{\partial}{\partial \eta}(JV) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(Ju) + \frac{\partial}{\partial \xi}(JUu) + \frac{\partial}{\partial \eta}(JVu) \\ & = -\frac{\partial}{\partial \xi}(J\xi_x p) - \frac{\partial}{\partial \eta}(J\eta_x p) \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \Gamma_w \left( \alpha_{ue\xi} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \alpha_{ue\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \beta_{ue\xi} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \beta_{ue\eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right\} \end{aligned}$$

\* 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻  
\*\* フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻  
\*\*\* 正会員 工修 電源開発

$$+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \Gamma_u J \left( \alpha_{ue\eta} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \alpha_{u\eta\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \beta_{ue\eta} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \beta_{u\eta\eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(JU) + \frac{\partial}{\partial \xi}(JUv) + \frac{\partial}{\partial \eta}(JVu) \\ &= - \frac{\partial}{\partial \xi}(J\xi_y \rho) - \frac{\partial}{\partial \eta}(J\eta_y \rho) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \Gamma_v J \left( \alpha_{ve\eta} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \alpha_{v\eta\eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \beta_{ve\eta} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \beta_{v\eta\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \Gamma_v J \left( \alpha_{ve\eta} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \alpha_{v\eta\eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \beta_{ve\eta} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \beta_{v\eta\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right\} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

で与えられる。ここに、(x, y) : 物理空間を表すデカルト座標、(u, v) : 物理空間における流速成分であり、反変流速成分 (U, V), Jacobian J および式中のパラメータは以下のように書かれる。

$$U = \xi_x u + \xi_y v; V = \eta_x u + \eta_y v \dots\dots\dots (4)$$

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ue\eta} &= 2\xi_x^2 + \xi_y^2; \alpha_{u\eta\eta} = 2\eta_x^2 + \eta_y^2 \\ \alpha_{ue\eta} &= 2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y; \Gamma_u = v + v_t \\ \beta_{ue\eta} &= \xi_y \xi_x; \beta_{u\eta\eta} = \xi_y \eta_x \\ \beta_{ue\eta} &= \eta_y \xi_x; \beta_{u\eta\eta} = \eta_y \eta_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ve\eta} &= \xi_x^2 + 2\xi_y^2; \alpha_{v\eta\eta} = \eta_x^2 + 2\eta_y^2 \\ \alpha_{ve\eta} &= \xi_x \eta_x + 2\xi_y \eta_y; \Gamma_v = v + v_t \\ \beta_{ve\eta} &= \xi_x \xi_y; \beta_{v\eta\eta} = \xi_x \eta_y \\ \beta_{ve\eta} &= \eta_x \xi_y; \beta_{v\eta\eta} = \eta_y \eta_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、ν : 動粘性係数、ν<sub>t</sub> : 渦動粘性係数である。ここでは、上記の方程式系 (1)~(3) の完結に k-e 乱流モデルを用いる。(ξ, η) 上に変換された k 方程式および ε 方程式は、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(Jk) + \frac{\partial}{\partial \xi}(JUk) + \frac{\partial}{\partial \eta}(JVk) \\ &= + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \Gamma_k J \left( \alpha_{ke\eta} \frac{\partial k}{\partial \xi} + \alpha_{k\eta\eta} \frac{\partial k}{\partial \eta} \right) \right\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \Gamma_k J \left( \alpha_{ke\eta} \frac{\partial k}{\partial \xi} + \alpha_{k\eta\eta} \frac{\partial k}{\partial \eta} \right) \right\} + JP_r - J\varepsilon \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(J\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial \xi}(JU\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial \eta}(JV\varepsilon) \\ &= + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \Gamma_\varepsilon J \left( \alpha_{\varepsilon e\eta} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + \alpha_{\varepsilon\eta\eta} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \right) \right\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \Gamma_\varepsilon J \left( \alpha_{\varepsilon e\eta} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + \alpha_{\varepsilon\eta\eta} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \right) \right\} \\ &+ C_1 J \frac{\varepsilon}{k} P_r - C_2 J \frac{\varepsilon^2}{k} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ke\eta} &= \xi_x^2 + \xi_y^2; \alpha_{k\eta\eta} = \eta_x^2 + \eta_y^2 \\ \alpha_{ke\eta} &= \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y; \Gamma_k = v + v_t / \sigma_k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\varepsilon e\eta} &= \xi_x^2 + \xi_y^2; \alpha_{\varepsilon\eta\eta} = \eta_x^2 + \eta_y^2 \\ \alpha_{\varepsilon e\eta} &= \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y; \Gamma_\varepsilon = v + v_t / \sigma_\varepsilon \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned} P_r &= 2v_t \left\{ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (J\xi_x u) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (J\eta_x u) \right\}^2 \\ &+ 2v_t \left\{ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (J\xi_y v) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (J\eta_y v) \right\}^2 \\ &+ v_t \left\{ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (J\xi_y u + J\xi_x v) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (J\eta_y u + J\eta_x v) \right\}^2 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

と書ける。なお、モデル定数に関しては、標準値 : C<sub>μ</sub> = 0.09, C<sub>1</sub> = 1.44, C<sub>2</sub> = 1.92, σ<sub>k</sub> = 1.0, σ<sub>ε</sub> = 1.3 を用いた。

2.2 砂粒子の Lagrange 型モデル

砂粒子の運動は、運動方程式

$$\begin{aligned} & \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} \\ &= - \frac{1}{2} \rho A_2 d^2 \left( C_D + \frac{24}{Re} \right) (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}| \\ &- \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \mathbf{g} A_3 d^3 + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}}{dt} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$Re = \frac{d|\mathbf{u}_p - \mathbf{u}|}{\nu} \dots\dots\dots (15)$$

を解いて、Lagrange 的に追跡される。ここに、ρ : 水の密度、σ : 砂の密度、C<sub>M</sub> : 付加質量係数、u<sub>p</sub> : 砂粒子速度ベクトル、u : 砂粒子周囲流体の流速ベクトル (u, v), C<sub>D</sub> : 抗力係数、A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub> : 砂の 2 次元, 3 次元の形状係数、d : 砂粒径、g : 重力加速度ベクトルである。なお、粒子追跡の過程では周囲流体の瞬間流速を模擬する必要があるが、これには k-e 乱流モデルにより求められる乱流場の統計量 (乱れ強度, Reynolds 応力) を基に変動特性を擬似乱数を発生させて処理する単純 Monte-Carlo 法を用いた (後藤ら, 1997)。

2.3 境界条件と計算方法

流れ場の計算の底面境界には、壁関数を用い、側方境界は周期境界条件を課した。流速・圧力は同一点で定義し、移流項の差分化には QUICK スキームを、時間積分過程には 2 段階法を用いた。すなわち、移流項と粘性項の一部を用いて仮流速場を求める陽的段階に続き、第 1 段階で除外された粘性項の部分と圧力項に関して、圧力に関する Poisson 方程式を陰的に解いて仮流速場を修正して、次ステップの流速場を求めた。計算時間ステップは、6.0 × 10<sup>-3</sup> s とした。なお、数値解析コードの作成にあたっては、京都大学大型計算機センターにてライブラリーとして公開されているソースコード kεGGQ2D (作成者 : 武本行正, 中村佳朗, 山辺春雄) を参考にした。

計算条件は、流速振幅 29.0 cm/s, 周期 6.0 s の正弦振動流、一方向流の流速 1.0 cm/s である。また、砂漣形状に関しては上記の条件で実施された酒井ら (1998) の移

動床実験で得られた非対称砂漣(波長 33.1 cm, 波高 4.9 cm)を用い, 砂漣に沿った境界適合座標系を代数的格子生成法によって配置した. 計算領域の高さは 30.0 cm とし,  $33.1 \times 30.0 \text{ cm}^2$  の領域に  $41 \times 31$  の不等間隔格子(底面付近および砂漣背後の剝離域内で密; 計算領域の上部および砂漣のトラフで疎)を配した.

砂粒子に関しては, 上端境界で鏡像反射条件, 底面境界では着底と同時に底面近傍 ( $y=5.0d$ ) に再配置, 側方は周期境界とした. 粒子は, 粒径 0.025 cm, 比重 2.65 であり, 酒井ら (1998) の実験で用いられたものと同様である. 計算開始時には, 計算領域内に粒子を一様に分布させ, 上記の条件で全粒子の濃度重心の位置の時間的変化を追跡し, 変動パターンが周期的になった時点で収束解と判断した. 計算開始から, 収束状態に達するには 5 周期を要した. 粒子系における計算時間間隔は流れ系と同様の  $6.0 \times 10^{-3} \text{ s}$  であるが, Monte-Carlo 法による流速変動は 10 ステップに 1 回として 20 Hz 程度の流速変動の効果が支配的な状態を対象とした. 投入した標本粒子数は約 1500 個であり, 砂漣直上の濃度集中が生じる領域の大きさを考慮すると, 1 格子中に 10 個程度の標本粒子が投入されたこととなる. 標本粒子の運動が独立事象であるとすれば, 個々の粒子運動を平均化して得られる統計量の推定誤差 ( $N^{-0.5}$ ;  $N$  = 標本数) は約 31% で, さらに, 砂漣上では砂漣背面に形成される剝離渦の規則的挙動に場が強く規定されることから, 粒子追跡により浮遊過程の全体像を追跡するには妥当な標本数であると判断した.

### 3. 非対称砂漣上の浮遊過程

図-1 は, 計算された相対濃度分布 (上段) と酒井ら (1998) の移動床実験の結果 (下段) との比較の例である. 実験による濃度は, 画像の明暗を数値化したものであるのに対して, 計算による濃度分布は標本粒子の濃度定義点近傍の存在粒子数を示しているのに対して, 絶対値としての比較はできないが, 高濃度部の形状や移動状況など基本的な特性に関しては全ての位相で良好な一致が確認された. このように本シミュレーションの信頼性が確認されたことから, 次に, 粒子直接追跡型のシミュレーションの特徴を積極的に利用した粒子の混合の時間的進行過程を追跡した.

図-2 は, 上述の方法で得られた収束状態において粒子の混合過程を追跡した結果である. まず, 砂漣の緩急両斜面上に存在する粒子数がバランスする位相  $\phi = -(3/4)\pi$  で全粒子を 2 群に分割した. 右向き流速が最大となる位相  $\phi = -(2/4)\pi$  では, 黒色の粒子が砂漣の頂部を越えて 1 波長右側の砂漣上に移動し, トラフ付近にある先端部では白色粒子との混合が始まっているが, 白色・黒色の存在域はかなり明瞭に分かれている. 同様の傾向は位相  $\phi = 0$  程度まで継続するが, 位相  $\phi = 0$  では, 黒色粒子存在域の先端部を移動する粒子と最後尾を移動する粒子が伴に白色粒子の存在域内に進入・点在しており, 計算開始時には砂漣半波長の長さであった黒色粒子の存在域が  $3/8$  周期を経て, 砂漣 1 波長に拡大したこと

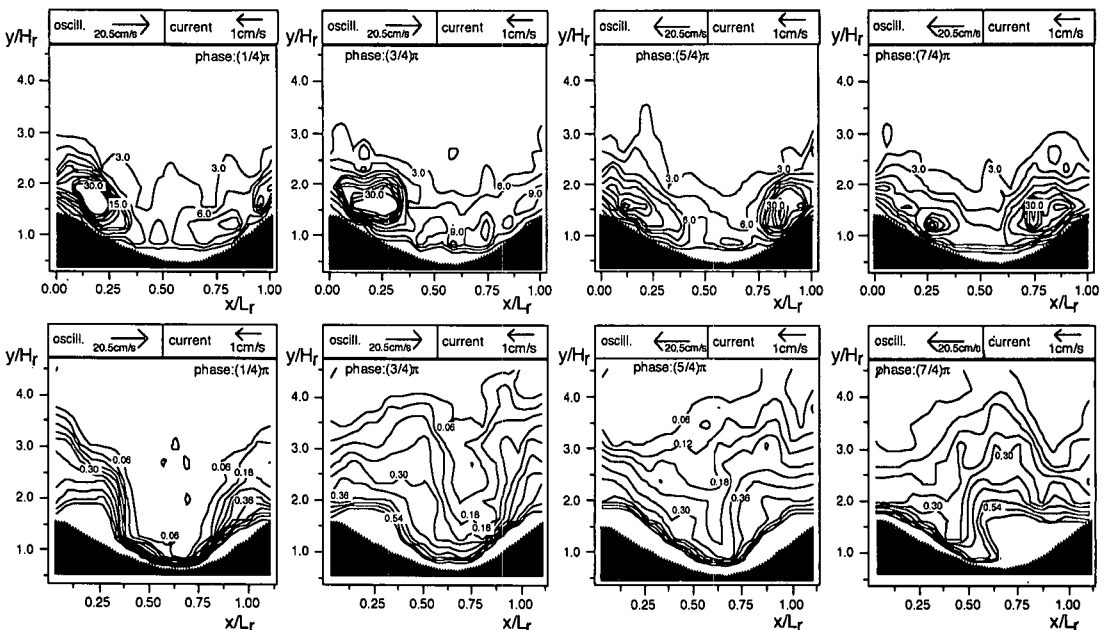


図-1 シミュレーションと実験の比較

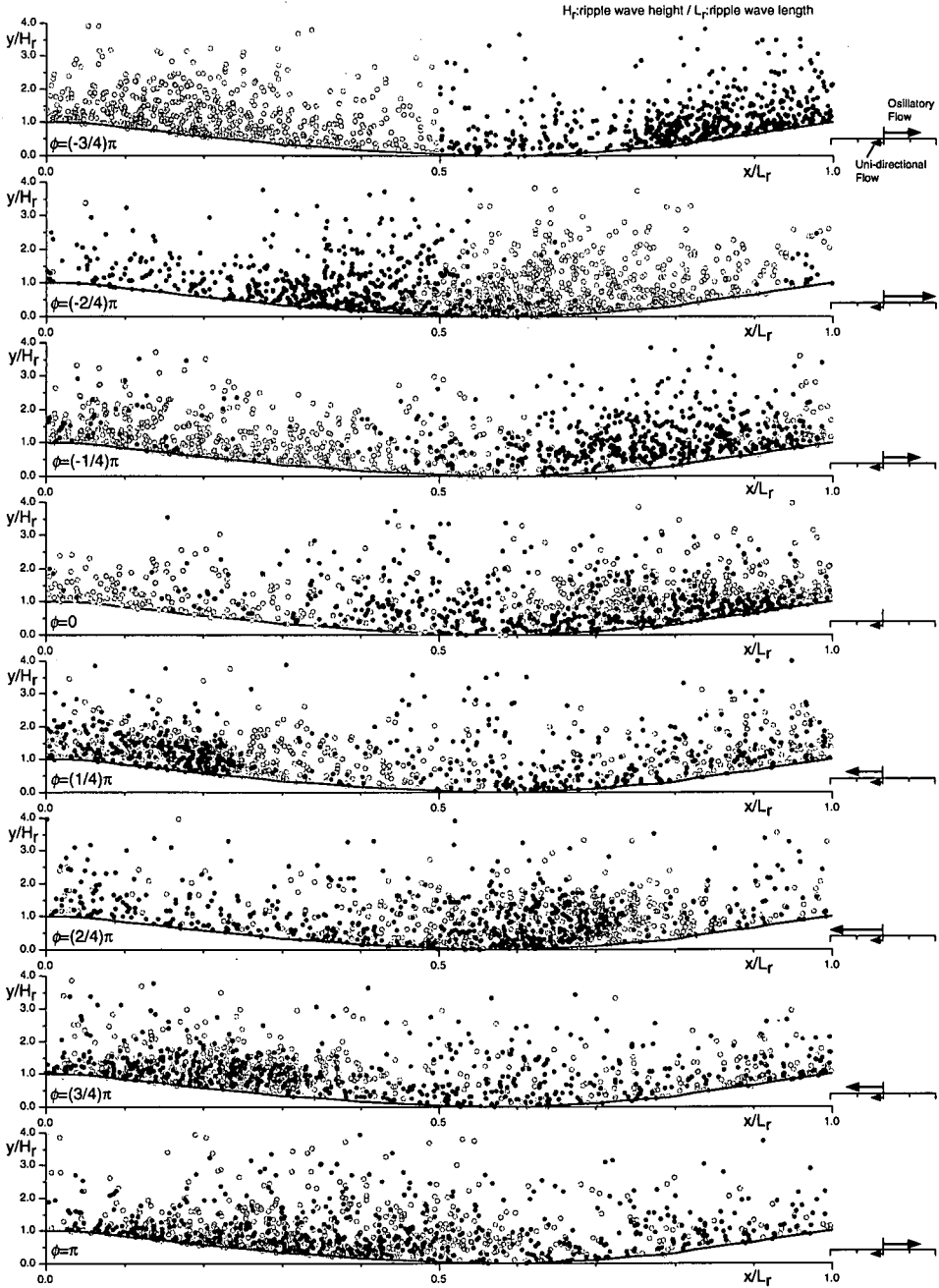


図-2 砂漣上の粒子混合の進行過程

が分かる。以後、位相  $\phi=(2/4)\pi$  程度までは、黒色・白色の存在領域に一定の偏在化傾向が見られるものの、位相  $\phi=(3/4)\pi$  以降は偏在化傾向が消滅し、位相  $\phi=\pi$  には、少なくとも視覚的には両者の混合は充分に進行していると判断できる状態となる。

図-3は、定量的に混合過程をとらえるため、2群の個々の濃度重心の座標の時間変化を示したもので、図-4

は、2群の濃度重心間距離の時間変化を示したものである。濃度重心の軌跡は、左右どちらの領域から出発した粒子群についても砂漣のトラフ上の砂漣波高程度の高さの座標に巻き付くように推移する。さらに、重心間距離の座標は、低周波変動成分の減衰振動的挙動に乱流混合に起因する高周波の不規則な変動を重ねたような曲線を描いており、追跡開始後1周期経過した時点で、砂漣

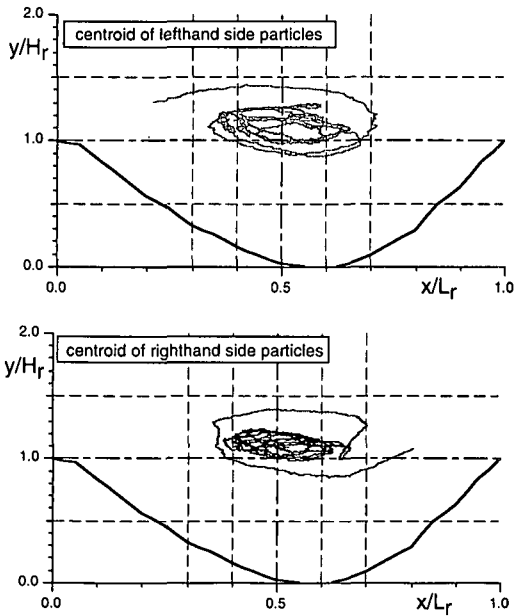


図-3 濃度重心の移動軌跡

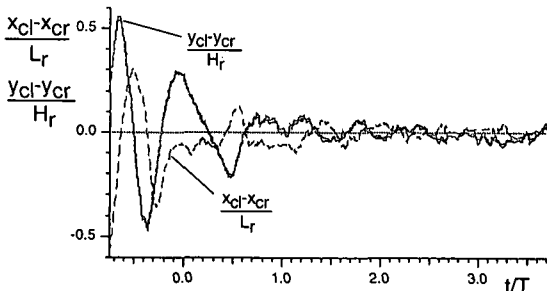


図-4 濃度重心間距離の時間変化

波高で無次元化された左右粒子群の  $y$  座標の偏差および砂漣波長で無次元化された左右粒子群の  $x$  座標の偏差はそれぞれ 0.1 以下となっており、視覚的に確認された混合の促進過程が、重心間距離という指標からも再確認されたと言える。移動開始から 2 周期程度経過すると、両偏差ともゼロ周りの微小変動を呈して安定しており、混合過程が 2 周期程度で速やかに完了していることが理解できる。

#### 4. 結 語

本研究では、一般曲線座標系・鉛直 2 次元非定常  $k-\epsilon$  モデルで得られる砂漣上振動流場の数値解を用いて、多数の浮遊粒子の運動を同時追跡して、砂漣上の浮遊過程

の数値シミュレーションを実施した。投入粒子数については、DSMC 法のコンセプトに基づいて統計的信頼性が保証される程度を確保した。シミュレーション結果は実験による濃度分布の測定結果と少なくとも濃度等値線のパターンに関して良好に一致し、本シミュレーションの有効性が確認された。さらに、実験による直接的補足の困難な砂漣上の浮遊粒子の混合過程が数値的に追跡され、粒子群の濃度重心の移動が詳細に解析されて、混合過程の特性が砂粒子運動のシミュレーションの面から浮き彫りとなった。

なお、浮遊砂の解析では、粒子間干渉を無視して個々の粒子運動を独立に取り扱うことが多いが、砂漣底面付近に形成されるシートフロー層の存在まで考慮すると、粒子間干渉を含めた取り扱いの枠組みが必要となる。DSMC 法では標本粒子を追跡するので、粒子間干渉のモデル化は全粒子追跡に比べて複雑となるが、今後検討を要する課題と考えている。

#### 参 考 文 献

- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1993): 砂漣面上的振動流・一方向流共存域における浮遊砂の拡散過程, 土木学会論文集, 第 473 号/II-24, pp. 83-91.
- 後藤仁志・酒井哲郎 (1997): 粒状体モデルによる saltation・sheetflow 共存域の数値解析, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 486-490.
- 酒井哲郎・後藤仁志・松原隆之・高橋智洋 (1998): 非対称砂漣上の浮遊過程における一方向流と水圧変動の役割, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 491-495.
- 佐藤慎司・上原啓史・渡辺 晃 (1985): 乱流モデルによる砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーション, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp. 26-30.
- 沢本正樹・山口浩一 (1978): 進行波による砂漣上の境界層流れおよび浮遊砂に関する研究, 東京工業大学研究報告, No. 23, pp. 1-30.
- 沢本正樹 (1978): 波状底面上の半無限領域の写像関数, 土木学会論文報告集, 第 216 号, pp. 29-35.
- 三鼓 晃・小林智尚・磯部雅彦・渡辺 晃 (1990): 波・流れ共存域での砂漣上の漂砂現象に対する離散渦法による数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 269-273.
- 砂村継夫・阪東浩造・堀川浩司 (1978): 非対称砂漣上での砂移動機構と漂砂量に関する実験的研究, 第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 250-254.
- 辻本剛三・早川典生・市山 誠・福嶋祐介 (1990): 砂漣を有する海底上の乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, 第 423 号/II-14, pp. 141-150.
- Bird, G. A. (1981): Rarefied Gas Dynamics, ed., S. S. Fisher, AIAA, Part 1, p. 239.
- Hansen, E. A., Fredsoe, J. and Deigaard, R. (1991): Distribution of suspended sediment over wave generated ripples, Int. Symposium on the Transport of Suspended Sediment and its Mathematical Modelling, Florence, Italy, September 2-5, pp. 111-128.