

固気混相流モデルと粒状体モデルの融合による 飛砂の流動過程の数値解析

後藤 仁志*・酒井 哲郎**・原田 英治***

1. 緒 言

海浜域の開発においては、白砂青松の海浜への accessibility が重要な要素であるとの認識から、従来の直立護岸の緩傾斜化や海浜周辺の遊歩道の整備などが行われることも多いが、この種の整備によって海浜と背後地を隔てる要素が取り除かれると、荒天時に活発化する飛砂の背後地への堆積が深刻化することも少なくない。特に季節風の影響などにより強風が持続する気象条件の下では、この種の問題は深刻である。

飛砂量の概算のみが問題なら、Bagnold (1941), 河村 (1951) をはじめとする一連の研究結果で工学的要求はほぼ満足される現状にあるものの、飛砂防止工などの効果的な設計・配置などの高度な飛砂制御を考えると、飛砂の力学機構の把握が必須である。このような観点から、これまでも固気混相流モデルの導入が行われてきた。例えば、辻本ら (1993, 1994) は、後藤ら (1992, 1994) が水流を対象に行った固液二相流モデルによるシミュレーションと同様のフレームワークに従って、不規則連続跳躍モデルで記述された saltation 運動に代表される飛砂粒子の影響を個々の粒子が風速場に及ぼす抗力として考慮した固気二相流モデルを用いて、粒子混入による風速場の変化を陽に考慮できるシミュレーションを実施した。この種のモデル化は、風速場を既知として飛砂量を推定するそれ以前の方法の問題点を明らかにするとともに、モデルの力学的合理性の面でも大きな進歩と位置付けられる。

その一方で、これらのモデルでは、単一の飛砂粒子と風の場の相互作用のみが取り扱われており、飛砂が高濃度に集積して流動する底面付近の場の構造の予測には対応できず、飛砂層の底面付近に特徴的な surface creep (掃流状集合流動) の存在を表現できないという欠陥が問題である。従来の飛砂の研究では、surface creep は全飛砂量の 25% 以下であるとの指摘があるものの、単一粒子追跡型のモデルでは saltation の砂層表面での反発事象

が固定床型のモデルで記述されているため、surface creep により底面が流動化すること自体がそれより上層の saltation 運動に及ぼす影響も含めると surface creep の影響は無視し難いものがある。この問題を取り扱うために必要な粒子間衝突モデル、すなわち個別要素法は、シートフロー漂砂の流動過程のモデル化に適用されて、発展してきた (例えば、後藤ら, 1995)。飛砂に関しては、単一 saltation 粒子の粒子床との衝突事象を扱った研究 (三島ら, 1993; Haff ら, 1993) があるものの、surface creep を直接扱った研究は見られない。

本研究では、このような従来モデルの問題点を鑑み、固気混相流モデルに個別要素法に基づく砂粒子間相互干渉モデルを融合して、流体・粒子および粒子間の相互作用を包括的に表現できる数値モデルを構築し、飛砂層の内部構造を計算力学的に検討する。

2. シミュレーションの概要

2.1 流体系の基礎方程式

砂粒子を含む鉛直 2 次元流れの Reynolds 方程式系の基礎式を、 $k-\epsilon$ 乱流モデルで完結させると、支配方程式は以下のように書ける (例えば、後藤ら, 1994)。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho(1-C)} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\Gamma_U \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \Gamma_V \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} - \frac{F_{ax}}{\rho(1-C)} \quad \dots\dots (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho(1-C)} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma_V \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\Gamma_V \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{F_{ay}}{\rho(1-C)} - \frac{g}{1-C} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial y} \right) + Pr - \epsilon + G - \frac{uf_{ax} + vf_{ay}}{\rho(1-C)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻
 ** フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻
 *** 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻

$$U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\varepsilon}{k} [C_{1\varepsilon} Pr + (1 - C_{3\varepsilon}) G] - C_{2\varepsilon} \varepsilon - C_{4\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \frac{\overline{u f_{ax}} + \overline{v f_{ay}}}{\rho(1 - C)} \dots (5)$$

$$\Gamma_U = \Gamma_V = \nu_t + \nu; \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \dots (6)$$

$$\Gamma_k = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}; \quad \Gamma_\varepsilon = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \dots (7)$$

$$Pr = \nu_t \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] \dots (8)$$

$$G = \frac{\sigma - \rho}{\rho} g \frac{\nu_t}{S_c} \frac{\partial C}{\partial y} \dots (9)$$

ここに、 U, V : 水平方向 (x), 鉛直方向 (y) の平均流速成分, P : 圧力, ρ : 空気密度, g : 重力加速度, k : 乱れエネルギー, ε : 乱れエネルギーの逸散率, ν : 動粘性係数, ν_t : 渦動粘性係数, Pr : 流体のせん断によるエネルギー生成項, G : 浮力によるエネルギー生成項, σ : 砂の密度, F_{ax}, F_{ay} : 単位体積中の砂粒子が流体に及ぼす x, y 方向の平均抗力, f_{ax}, f_{ay} : 単位体積中の砂粒子が流体に及ぼす x, y 方向の抗力の変動成分, S_c : 乱流 Schmidt 数である。また、砂の体積濃度 C については、

$$C(y) = \frac{q_B}{\int_0^h f_B(y) u_p(y) dy} \cdot f_B(y) \dots (10)$$

で与えることとする。ここに、 q_B : 掃流飛砂量, $f_B(y)$: 掃流飛砂の存在確率密度の鉛直分布, $u_p(y)$: 砂粒子の移動速度の水平成分, h : 計算領域の高さであり、 $f_B(y)$ は、Lagrange 的な砂粒子の追跡結果から評価される。

2.2 粒子系の基礎方程式

砂粒子の運動は、個別要素法でモデル化される。砂粒子 i の並進および回転の運動方程式は、

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_{pi}}{dt} = \sum_j \{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \} + \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (V - v_{pi})^2} (U - u_{pi}) A_2 d^2 \dots (11)$$

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_{pi}}{dt} = \sum_j \{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \} + \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (V - v_{pi})^2} (V - v_{pi}) A_2 d^2 - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \dots (12)$$

$$\frac{\pi d^5}{32} \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \cdot \sum_j \{ f_s \} \dots (13)$$

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24\nu}{d \cdot \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (V - v_{pi})^2}} \dots (14)$$

と書ける (例えば、後藤ら, 1995)。ここに、 u_p, v_p : 粒子の水平方向および鉛直方向の速度成分, ω_p : 粒子の回転速度, f_n, f_s : 砂粒子 i, j 間の法線 (n) および接線 (s) 方向の作用力, α_{ij} : 砂粒子 i, j の接触角, C_M : 付加質量係数 ($C_M = 0.5$), C_D : 抗力係数 ($C_{D\infty} = 0.4$), A_2, A_3 : 砂の 2 次元および 3 次元形状係数 ($A_2 = \pi/4$; $A_3 = \pi/6$), d : 砂粒径である。

計算ステップの更新の度に個々の砂粒子の接触状況が検査され、接触状態にある粒子間については、弾性スプリングと粘性ダッシュポットが導入されて粒子間の相互作用力 f_n, f_s が計算される。

2.3 計算手順

はじめに、飛砂なしの条件で流れ場を解き、得られた流れ場の解を用いて個別要素法で粒子群の移動を計算する。個別要素法では、粒子の初期配列 (packing) を行った後、接触判定を行いつつ局所風速から決まる抗力を駆動力として粒子の座標を更新し、接触が生じると粒子間作用力を計算して次の時間ステップにおける粒子の運動に反映させる。なお、個別要素法の計算過程では、一定の計算時間が経過する度に区間平均の粒子移動速度を算出し、一つ前の収束判定時間における速度分布と比較して有意な差が認められなくなるまで計算を反復する。

個別要素法による粒子系の計算が終了すると、収束時の粒子群に作用していた流体抗力を個々の流れの計算格子ごとに平均化し、粒子群が流れに及ぼす影響に相当する抗力 (sediment source terms) を算定して、再び流れ場の計算を行う。流れ場の収束解 (平均風速) が得られたら、前段階の流れの収束解と比較して有意な差がなければ計算を終了し、差があれば、再び粒子系の計算に戻って上記のプロセスを反復する。

本研究では、プログラム上の対応の容易さを考慮し、流体系と粒子系を交互に収束させる簡易的な相互作用の計算法を採用した。より具体的に述べると、流体系の計算では粒子系から受ける抗力は一定に保持され収束解が求められ、次いで粒子系の計算では、風速場が一定に保持されて粒子運動の収束状態 (完全発達状態) が計算される。現実には 2 つの系が瞬間的な相互作用を繰り返しつつ発達状態に至るので、この方法の収束の過渡的プロセスは実現象と対応していないが、本研究の対象である 2 つの系が共に収束した状態については、収束プロセスに解が依存しないので問題がない。

計算領域の高さは、80.0 cm、粒径 $d = 0.03$ cm の均一粒子約 1000 個から成る深さ 4.0 cm の堆積層を設け、計

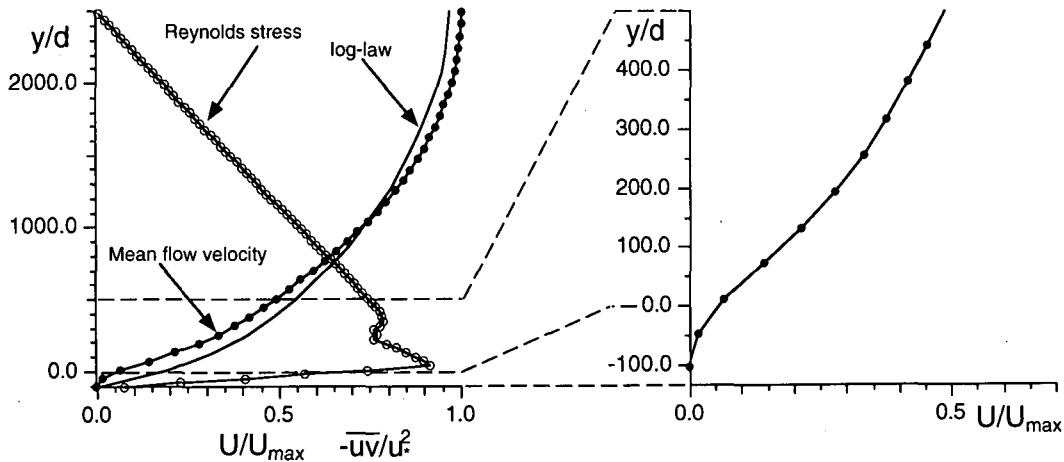


図-1 平均風速と Reynolds 応力

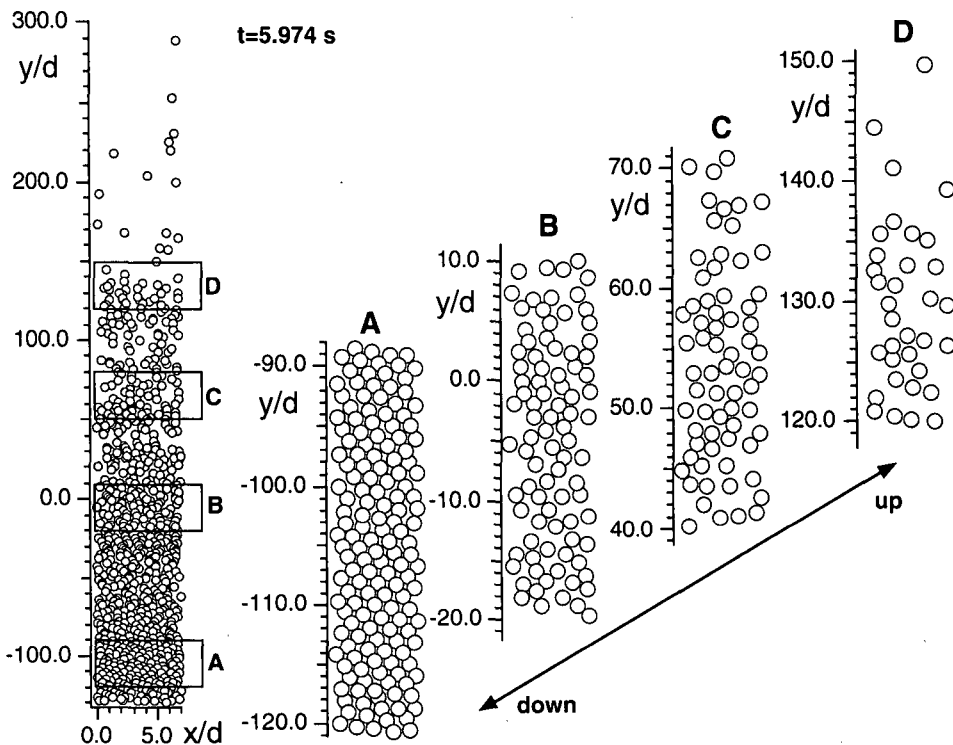


図-2 砂粒子移動の瞬間像

算領域の底面から高さ 80 cm の地点の風速が 1653 cm/s となるように初期風速を対数則で与えた (摩擦速度 60.0 cm/s)。流れ系の計算時間ステップは、 $\Delta t_f = 0.01$ s であり、粒子系の計算時間ステップは個別要素法が陽解法であることから、 $\Delta t_c = 0.0002$ s とした。 $k-\epsilon$ モデルの定数については既往の研究を参考に標準値： $C_\mu = 0.09$ 、 $C_{1\epsilon} = 1.44$ 、 $C_{2\epsilon} = 1.92$ 、 $\sigma_k = 1.0$ 、 $\sigma_\epsilon = 1.3$ 、 $C_{3\epsilon} = 0.8$ 、 $S_c = 1.0$ を用いた。また、 ϵ 方程式の定数 $C_{4\epsilon}$ については、 $C_{4\epsilon} =$

0.0 を用いた (Gotoh ら, 1995)。なお、収束解が得られた時点で Reynolds 応力分布の直線部分から外挿して求めた摩擦速度を用いて河村公式 (1951) で推定した飛砂量が、本研究の粒子追跡により直接計算される飛砂量とほぼ一致することは別途確認している。

3. 飛砂層の流動特性

図-1 に平均風速および Reynolds 応力の鉛直分布を

示す。平均風速分布は、対数則型の分布（初期条件として与えた風速分布）と比較して、底面付近で欠損傾向が顕著である。 $y/d > 300$ 程度の領域では Reynolds 応力の直線分布が維持されており、この領域の平均風速は適切な原点補正を行えば対数則に一致することを示唆している。 $y/d < 300$ の領域では Reynolds 応力は一旦欠損傾向を示した後、再び増加し、座標原点（初期の砂層表面）の直上でピークをとった後に急速に減少する。このような Reynolds 応力の特性は、植生層上の流れ等に見られる変曲点型の速度分布のものと同様であるが、風速分布の拡大図を見ると、底面付近で上に凸、上方で下に凸の分布形が現れており、 $y/d = 50.0$ 付近に変曲点が存在することが分かる。なお、この位置は、Reynolds 応力のピークの位置にほぼ対応している。底面付近の飛砂層が、大略的には風速場に対して植生層が与えるのと同種の影響を及ぼしていると言える。

図-2は、砂粒子の移動過程の瞬間像の一例である。全体像は鉛直方向に極端に圧縮して表示せざるを得ないため、個々の特徴的な領域について歪みなしの状態の拡大表示を併示することとした。堆積層の底面付近（図中のA）では、大部分の粒子が相互に接触して支え合い、高密度の集合状態が形成されている。次に、計算開始以前の砂層表面（ $y/d = 0.0$ ）付近（図中のB）では、依然として高密度の集合状態ではあるものの、粒子径程度のスケールの空隙が散見され、粒子間の非接触状態も多く生じている。さらに上方へと進むにつれて（図中のC、D）、粒子間距離が増大し、接触・非接触を反復して相互干渉する粒子の存在が顕在化する。

次に、上記の砂粒子運動の微視的特性を念頭に、砂粒子運動の平均的特性に関する計算結果について考察する。図-3は、砂粒子平均移動速度の鉛直分布を、図-4は、砂粒子存在確率密度の鉛直分布をそれぞれ示している。なお、砂粒子平均移動速度については、粒子層内部と上層での速度差が極めて大きいため底面付近のみスケールを10倍に拡大した曲線を併示した。砂粒子平均移動速度には、 $y/d = 200.0$ 付近と $y/d = 300.0$ 付近の2カ所に速度勾配の顕著な変化が現れている。砂粒子存在確率密度を見ると、 $y/d = 300.0$ 付近に存在する粒子は僅かであることが分かる。すなわち、 $y/d = 300.0$ 付近より上方での砂粒子速度の急増は、単一の粒子が粒子間衝突の影響を受けずに、周囲流体からの運動量供給を受けて加速されることによるものと考えられる。このことは、図-2に示した粒子運動の瞬間像からも推察されるばかりか、後述の衝突頻度分布（図-5）からも明らかである。 $y/d = 200.0$ 付近より下方の領域では、砂粒子移動速度は大略的には上方に向かって単調に増加している。このことは、上方に向かうにつれて周囲風速が増加し、粒子間

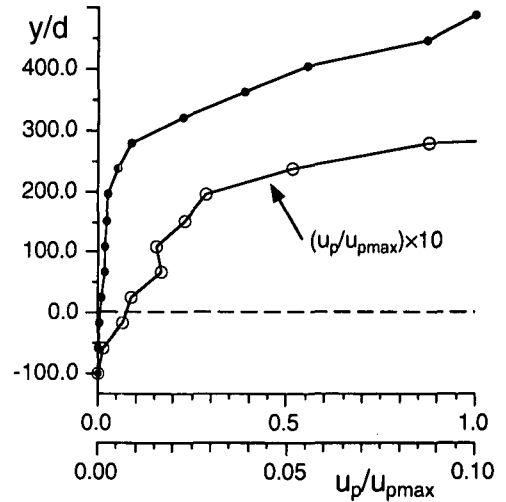


図-3 砂粒子平均移動速度

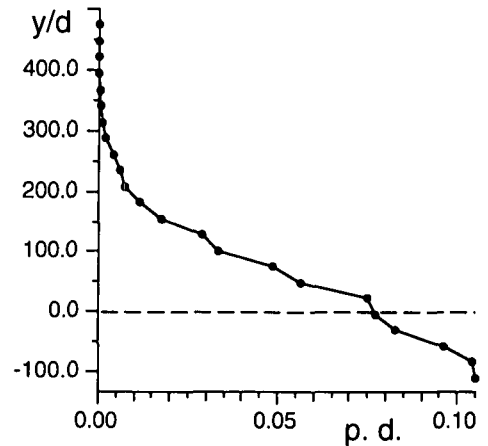


図-4 砂粒子存在確率密度

空隙が増大して粒子間衝突頻度が低下するので、エネルギー損失も少なくなり、平均的に大きい速度を粒子が獲得できることに対応した結果である。砂粒子存在確率密度に関しては、 $y/d = -100.0$ 付近の最大値から大略的には上方に向かって単調に減少している。興味深い点は、 $y/d = 0.0$ 付近でいったん減少傾向が小さくなり、存在確率（数密度と相似）が一様化するような傾向が見られることである。この領域の砂粒子速度分布を見るとやはり一様化傾向が見られるが、これが、特定の濃度と速度の組み合わせで重力に抗した安定な一様分散状態が存在することを示しているのか否かについては、さらに検討を要する。

図-5は、砂粒子衝突頻度の鉛直分布を示している。衝突回数については、非接触の状態にあった2つの粒子が接触した瞬間に1回衝突が生じたものと定義して、継続

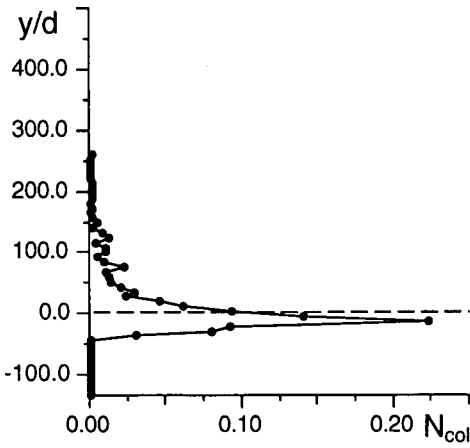


図-5 砂粒子衝突頻度

的接触状態にある粒子間については衝突にはカウントせず、衝突と接触を区別した。衝突頻度は、砂粒子移動速度がゼロではなくなる $y/d = -50.0$ 付近から上方に向かって急増し、初期の堆積層表面よりやや下方でピークをとった後、上方に向かって急速に減少する。 $y/d = 50.0$ 付近から上方では減少傾向が弱まり、 $y/d = 150.0$ 程度までは粒子間衝突がある程度の頻度で生じている。このような衝突頻度の推移は、図-2 に示した砂粒子移動の瞬間像の特性とも合致している。

以上のように、飛砂層の底面付近における比較的低速で高密度状態を維持しつつ流動する粒子層、すなわち surface creep の存在が、計算力学的視点から再確認された。

4. 結 語

本研究では、固気混相流モデルに個別要素法に基づく砂粒子間相互干渉モデルを融合して、流体・粒子および粒子間の相互作用を包括的に表現できる数値モデルを構築し、飛砂層の内部構造を計算力学的に検討した。飛砂層の底面付近に生じる surface creep の存在が良好に再現され、粒子層内で頻発する粒子間衝突は、見かけ上の多孔質層のように風の場に影響する粒子間空隙を形成し、これにより変曲点型の風速分布が砂層表面付近に維持されるという風と砂粒子の相互作用についても明瞭に示された。

本研究により、既往の Euler-Lagrange Coupling による単一粒子追跡型の固気混相流モデルで問題となった移動床の再現性（粒子間干渉を表現できないこと）につい

ては十分な改善を施すことができた。また、本研究では、全粒子追跡の立場をとったので、従来の単一粒子追跡で必要であった平衡飛砂量に関する何らかの仮定が不要となり、風と砂粒子との相互作用および個々の粒子間で生じる衝突によるエネルギー散逸を通じて、平衡飛砂量が自動的に決定される。ただし、計算量の制約から、極めて微小な領域しか直接計算の対象とはなり得ず、フレームワークとしては非平衡の問題も包含して取り扱うことが可能なものの、非平衡区間での計算の実行は計算機の能力を考えると非現実的である。

今後は、計算手法の改良を通じて、この種の制約を克服する努力を続けるとともに、風の場のモデルの LES 化など乱流場の表現の方法に関してもより直接計算に近い手法の導入の可能性を模索したいと考えている。

なお、本研究の遂行に際して、京都大学工学研究科土木工学専攻 Abbas Yeganeh-Bakhtiary 氏（現、JSPS Post-Doctoral Research Fellow）との議論が有益であった。さらに、(財)住友財団・基礎科学研究助成より補助を受けた。以上を付記して、謝意を表する。

参 考 文 献

- 河村龍馬 (1951): 飛砂の研究, 東京大学理工学研究所報告, 第 5 巻, pp. 95-112.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1992): PSI-セルモデルによる Saltation 層の解析, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 266-270.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1994): 流体粒子相互作用系としての掃流層の数値解析, 土木学会論文集, 第 485 号 II/-26, pp. 11-19.
- 後藤仁志・酒井哲郎 (1995): 表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析, 土木学会論文集, 第 521 号 II/-32, pp. 101-112.
- 辻本哲郎・赤城里至 (1993): サルテーションモデルによる飛砂層の解析と飛砂量式, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 276-280.
- 辻本哲郎・赤城里至 (1994): 不規則連続跳躍モデルと $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた飛砂の運動と風の解析, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 386-390.
- 三島豊秋・秋山誠司・土屋義人 (1993): 飛砂における砂粒の反発機構の数値解析, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 271-275.
- Bagnold, R. A. (1941): The Physics of Blown Sand and Desert Dunes, Mathuen, London, 256p.
- Gotoh, H., Tsujimoto, T. & Nakagawa, H. (1995): Numerical simulation of open-channel flow with suspended sediment as solid/liquid two phase flow, Proc. ICMF, Kyoto, Japan, pp. EN-3-10.
- Haff, P. K. and Anderson, R. S. (1993): Grain Scale Simulation of Loose Sedimentary Beds; The Example of Grain-Bed Impacts in Aeolian Saltation, Sedimentology, Vol. 40, pp. 175-198.