

# 気泡噴流による塩水遡上制御の数値解析

伊 福 誠\*・原 槇 利 幸\*\*

## 1. ま え が き

河口域周辺の密度流は混合型の密度流, 塩水楔, 密度噴流の問題として数多くの研究がなされてきた。研究の多くは準定常状態を対象としたものであり, 非定常状態を取り扱ったものは少ないのが実状である。しかしながら, 現地河川における塩水浸入の挙動は, 同一河川であっても大潮時に強混合, 小潮時に緩混合形態を示すように潮位変動によっても混合形態が変化する。こうした塩水浸入の実態を十分に把握することは, 河川水を灌漑水や飲用水等として利用する際には極めて重要となる。

近年, 河道内に長く浸入する塩水楔の遡上を河口付近で阻止する技術の開発は環境水理学上の観点から重要であるとの考えから, 河床に境界層の排除厚さに等しい高さの堰を設置して密度流の流動形態である塩水楔を密度カレントの流動形態に変化させる技術の開発が進められている (Jirka・Arita, 1987)。しかしながら, この堰を比較的流下能力の低い河川に設置することへの治水上の問題が懸念される。

分散相粒子を含む気液二相流場の一例として, 気泡群の浮力を駆動力とする気泡噴流が挙げられる。この気泡噴流は, ガムや貯水池の富栄養化防止対策としてのエアレーションや原子炉冷却装置, オイルフェンス等の様々な工業・環境プロセスで見受けられ, これらの流動構造を解明することは極めて重要である。気泡噴流は上昇しながら周囲の水塊を連行していく。気泡噴流の挙動を予測するには, この連行の定量的な評価が極めて重要となる。最近, 一様密度水域中での連行特性はある程度明らかになってきた (たとえば, Milgram, 1983)。しかしながら, 気泡噴流を適用する水域では, 温度や塩分で密度成層を形成している場合が多く, こうした成層中での気泡噴流についてはその挙動を解析する物理モデル (Asaeda・Imberger, 1993) が提案されているが現象の定性的な再現にとどまっているに過ぎなく, 二次元的な研究はほとんど行われていない。

こうしたことから, 密度成層を形成している場に気泡

噴流を用いて塩水の遡上を制御しようとした小松ら (1996) の実験結果に基づいて気泡噴流による塩水の遡上制御効果について数値解析的に検討し, 水環境の利用や保全に関する基礎的資料を得ようとするものである。

## 2. 数 値 解 析

### 2.1 基礎方程式

a) 運動量および連続の方程式

流れに対して以下の仮定を設ける。

・鉛直方向の運動方程式は静水圧分布に置き換えられる。

・水は非圧縮性であり, その密度は塩分と気泡の濃度の関数とする。

・気泡の変形と体積変化は無視する。すなわち, 気泡は非圧縮性で常に球体を保つ。

・Boussinesq 近似が成立する。

以上の仮定のもとで,  $x$  方向を水平な基準面にとり,  $z$  軸を基準面より鉛直上向きにとると, 流れの基礎式は以下のように表される。

連続式:

$$\partial u / \partial x + \partial w / \partial z = 0 \dots\dots\dots (1)$$

運動方程式:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

$$0 = -g - (1/\rho) \partial p / \partial z \dots\dots\dots (3)$$

水面形:

$$\partial \xi / \partial t + \partial \left( \int_{z_b}^{\xi} u dz \right) / \partial x = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここに,  $u, w$  は  $x, z$  方向の速度成分,  $p$  は圧力,  $\rho_0$  は淡水の密度,  $g$  は重力の加速度,  $\tau_{xx}, \tau_{zx}$  はせん断応力,  $\rho$  は密度,  $\xi$  および  $z_b$  は基準面から海面および底面までの高さである。

密度は水と気泡が混在しているときの見かけの密度であり,  $\rho_w$ , および  $\rho_a$  は, それぞれ水および空気の密度,  $S$  を塩分,  $C$  を単位体積中の気泡の容積率 (ポイド率) とすると次式で与えられる。

\* 正 会 員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科  
\*\* 学生会員 愛媛大学大学院理工学研究科

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_w + \rho_a C \\ \rho &= \rho_0(1 - (S + C)) + \rho_s S \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\rho_s$  は海水の密度である。

ここでは、気泡が混じり合った混相流体を見かけの密度を持つ均質な流体に置き換えて取り扱うものである。せん断応力は次式で評価する。

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho_0} = (\nu_w + \nu_t) \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\nu_w$  は水の動粘性係数である。また、 $\nu_t$  は SGS (subgrid-scale) の渦動粘性係数であり次式で与えられる。

$$\nu_t = (c_s \Delta)^2 \left[ \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $c_s$  は Smagorinsky 定数、 $\Delta = (\Delta x \cdot \Delta z \cdot 1)^{1/3}$ 、 $\Delta x$  および  $\Delta z$  は、それぞれ水平および鉛直方向の格子間隔である。

b) 圧力

圧力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p &= \rho_0 g (\xi - z) - \rho_0 g \int_z^{\xi} (S + C) dz \\ &+ \rho_s g \int_z^{\xi} S dz + \rho_a g \int_z^{\xi} C dz \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

c) 塩分の保存式

塩分の保存式は次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (wS)}{\partial z} \\ = - \frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial S}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに、 $K_{xx}$ 、 $K_{zz}$  は乱流拡散係数である。

乱流拡散係数は流速に依存する次式で評価する。

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &= \gamma_x (a_L u^2 + a_T w^2) / q \\ K_{zz} &= \gamma_z (a_T u^2 + a_L w^2) / q \\ q &= (u^2 + w^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\gamma_x$ 、 $\gamma_z$  は正の係数、 $a_T$ 、 $a_L$  は特性長であり、次式で与える。

$$a_T = \Delta, \quad a_L = c_1 a_T \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $c_1$  は経験定数である。

d) 気泡の保存式

気泡を含んだ流体中における気泡の保存式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (uC)}{\partial x} + \frac{\partial (wC)}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (u_a C) - \frac{\partial}{\partial z} (w_a C) \dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここに、 $C$  は気泡の濃度、 $u_a$ 、 $w_a$  は気泡の  $x$ 、 $z$  方向の速度成分である。

e) 気泡の速度

単一気泡の運動を計算するには Lagrange 的取り扱いが必要となり、オイラー座標系での評価は困難である。そこで、気泡の速度としては、静止流体中における力の釣り合い式から得られる値を代用するものとする。

気泡に作用する水平方向の力の釣り合い式は次のようになる。

$$- V_{ab} (\partial p / \partial x) - \rho_w C_{DX} u_a |u_a| A_{ab} / 2 = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $C_{DX}$  は抗力係数、 $A_{ab}$  は気泡の  $x$  軸方向の投影面積、 $V_{ab}$  は気泡の体積である。

一方、鉛直方向の力の釣り合い式は次のようになる。

$$\mp \rho_w C_{DZ} w_a^2 A_{ab} / 2 - \rho_a g V_{ab} \pm F_b = 0 \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $C_{DZ}$  は抗力係数、 $F_b$  は浮力、符号は運動の方向および圧力勾配の値に依存する。

f) 抗力係数の算出

$x$  および  $z$  方向の抗力係数、 $C_{DX}$ 、 $C_{DZ}$  は流体と気泡の相対速度が 0 でない場合の式を準用する (数値流体力学編集委員会, 1995)。

$$C_{DX}, C_{DZ} = \begin{cases} 240, & (0.1031 \geq Re) \\ 24/Re(1 + 0.15Re^{0.687}), & (0.1031 < Re < 989) \\ 0.44, & (989 \leq Re) \end{cases} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $Re = u_a d_a / \nu_w$  あるいは  $Re = w_a d_a / \nu_w$  である。

2.2 初期条件および境界条件

a) 流れおよび塩分の保存式の境界条件

初期条件は、潮汐波および上流からの淡水流入量がない状態とする。河口、上流、河床および自由水面においては、図-1 に示す境界条件を課す。下流境界においては、水位を正弦波で与える。また、塩分は流速が正 (下流から上流方向) の場合は正弦型で与え、流速が負の場合には  $\partial^2 S / \partial x^2 = 0$  とする。一方、上流境界においては、流速分布は対数則分布を仮定する。浅水長波方程式を特性曲線法で解き、水位および断面平均流速を算出する。仮定した放物型の流速分布を河床から自由水面まで積分し水深方向に平均して得られる平均流速と特性曲線法で算出した断面平均流速から比例係数を求め、対数則の流速分布を決定する。さらに、長波近似を用い下流から伝播

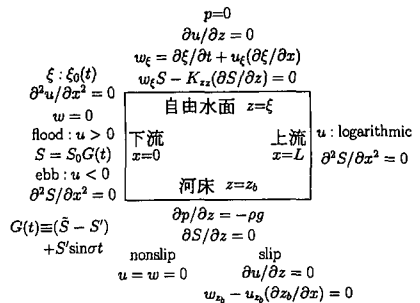


図-1 流れおよび塩分の境界条件

する潮汐の変動を算出して透過させる方法を取った。

b) 気泡の保存式の境界条件

下流, 上流, 河床および自由水面においては以下の境界条件を課す。

(i) 上流および下流

$$C=0 \dots\dots\dots (16)$$

(ii) 河床

$$\left. \begin{aligned} \partial C/\partial z=0 \quad (\text{気泡発生装置外}) \\ C=C_0 \quad (\text{気泡発生装置位置}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

(iii) 自由水面

$$K_{zz}(\partial C/\partial z) - (1-A)w_b C = 0 \dots\dots\dots (18)$$

ここに,  $A$ は水面に達した気泡が水中から逸脱する確率を表すパラメータである。

2.3 座標変換

自由水面の時空間的変動や河床の空間的变化のため, 対象とする数値解析領域は必ずしも矩形ではない。解析対象領域を矩形として取り扱おうと, 境界における取り扱いが容易になり, 領域内の流れ場を記述するのに好都合であると考えられる。そこで, 対象とする物理座標に対して次式のような座標変換を行う。

$$\left. \begin{aligned} z' = (z - z_b) f_b(x, t) \\ f_b(x, t) \equiv 1 / [\xi(x, t) - z_b(x, t)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

すなわち, 座標変換によると独立変数が  $(x, z, t)$  から  $(x, z', t)$  に変わる。この場合, 座標変換による微分は以下のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} \partial/\partial t = \partial/\partial t + F_1 \cdot \partial/\partial z' \\ \partial/\partial x = \partial/\partial x + F_2 \cdot \partial/\partial z' \\ \partial/\partial z = F_3 \cdot \partial/\partial z' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

なお,  $F_1, F_2$  および  $F_3$  は, それぞれ次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} F_1 \equiv z' / f_b (\partial f_b / \partial t) - f_b (\partial z_b / \partial t) \\ F_2 \equiv z' / f_b (\partial f_b / \partial x) - f_b (\partial z_b / \partial x), F_3 \equiv f_b \end{aligned} \right\} \dots\dots (21)$$

以上の座標変換を運動量方程式, 連続の式, 水面形の方程式, 塩分の保存式および気泡の保存式に適用し, 流れ場や塩分の時空間的変動を計算した。

3. 解析結果

3.1 Perrels・Karelse (1978) の実験値との比較

海水と淡水の密度差,  $\Delta\rho (\Delta\rho = \rho_s - \rho_0)$ , は  $23.8 \text{ kg/m}^3$ , 潮汐の振幅および周期は  $2.5 \text{ cm}$  および  $558.75 \text{ s}$ , 上流境界における淡水入量が  $2.9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  である場合の密度流場の流速分布について検討した。なお, 河床における境界条件は nonslip である。

図-2は, 河口から  $7.32 \text{ m}$  地点の落潮時における下流方向への水平流速が最大となる位相 (M.E.V.) と漲潮時における上流方向への水平流速が最大となる位相 (M.F.V.) における水平方向流速の鉛直分布を示したものであ

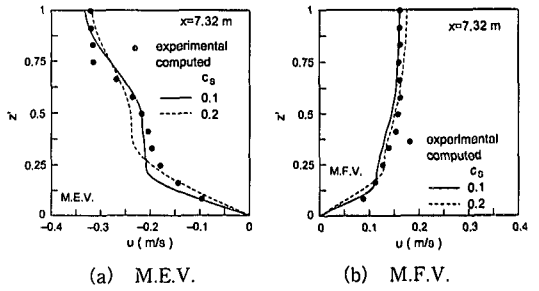


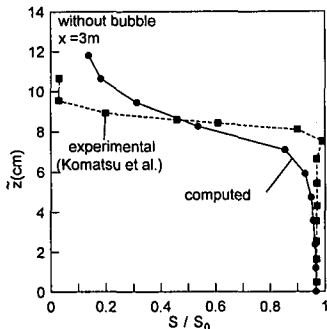
図-2 水平流速の鉛直分布 ( $x=7.32 \text{ m}$ )

る。なお, 図中の黒丸は実験結果, 実線および破線は, それぞれ式 (7) 中の Smagorinsky 定数が  $0.1$  および  $0.2$  の場合の計算結果である。図-2(a)は, M.E.V.の位相におけるものである。 $c_s$ が  $0.1$  の場合には, 底面から水深のほぼ  $1/5$  の深さまでは計算結果の鉛直勾配が実験結果より小さいため, 計算結果が実験結果よりも大きい。また, 中層域においては, 実験結果と計算結果はほぼ等しい。さらに, 水深のほぼ  $3/4$  の深さから水面までの計算結果の鉛直勾配は実験結果よりも小さく, 水面では計算結果は実験結果よりも大きい。しかしながら, これらの差は僅かであり, 計算結果は実験結果をうまく再現し得ている。一方,  $c_s$ が  $0.2$  の場合には,  $c_s$ が  $0.1$  の場合と比較すると, 底面から水深のほぼ  $3/8$  の深さまでは鉛直勾配が大きく, 中層域では計算結果が実験結果より大きい。また, 実験結果にみられる中層域から水深のほぼ  $3/4$  の深さにおける鉛直勾配の小さい領域が計算結果ではみられず, 水面近傍では計算結果は実験結果より小さい。図-2(b)は, M.F.V.の位相におけるものである。 $c_s$ が  $0.1$  の場合には, 中層域において実験結果より計算結果が幾分小さいようであるが, その差はごく僅かなものである。また, 底面近傍および水面近傍では計算結果と実験結果はよく一致しており, 全体的には実験結果をうまく再現し得ている。一方,  $c_s$ が  $0.2$  の場合には, 底面近傍では実験結果が計算結果より大きく, 水面近傍では計算結果が実験結果より大きい。

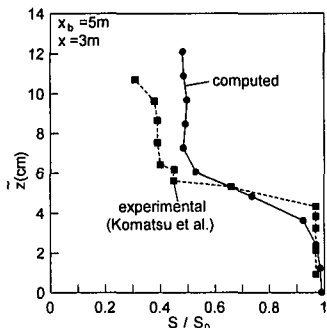
以上の結果から, SGSの渦動粘性係数を適用してせん断応力を評価しても, 成層状態の流れの鉛直構造を再現できることがわかった。また, Smagorinsky 定数は  $0.1$  程度とすればよいことがわかった。以下の解析においては Smagorinsky 定数  $c_s$  は  $0.1$  を用いるものとする。

3.2 小松ら (1996) の実験値との比較

小松らが実験で用いた水路は  $1/200$  の河床勾配をもつ  $0.25 \times 0.25 \times 20 \text{ m}$  の河川部と  $1.5 \times 3 \times 0.8 \text{ m}$  の海域部と潮汐発生装置より構成される。なお, 河口における静水深は  $0.133 \text{ m}$  である。また, 海域の塩分は  $1$  および  $3 \text{ g/kg}$ , 潮汐の振幅は  $0.25 \text{ cm}$  と  $0.7 \text{ cm}$ , 周期は  $240 \text{ s}$ , 淡水流量は  $35$  および  $50 \text{ ml/s}$ , 河床における気泡発生装



(a) 気泡の発生なし



(b) 気泡の発生あり

図-3 高潮時における塩分の鉛直分布

置から発生される気泡の体積濃度は  $1.5 \times 10^{-3}$  とした。解析では、水平方向は 160 分割、鉛直方向は 10 分割し、時間刻み  $\Delta t$  は潮汐の周期を 2,000 等分し、20 周期間計算した。なお、式 (18) 中の水面に達した気泡が水中から逸脱する確率を表すパラメータ  $A$  の値は永見ら(1994)の結果を援用し 0.85 とする。

(a) 高潮時における塩分の鉛直分布

図-3は、高潮時における河口から 3m 上流側での塩分の鉛直分布を示したものである。また、図中の黒矩形および黒丸は、それぞれ実験結果および計算結果である。なお、図中の  $S_0$  は海域の塩分、縦軸は底面からの高さである。

(a)は、気泡を発生させない場合の結果である。 $\bar{z}=8.5$  cmより水面に近いところでは計算結果は実験結果より10%程度高い。一方、 $\bar{z}=8.5$  cmより河床側では計算結果は観測結果と比較的よく対応している。

(b)は河口から 5m 上流側において気泡を発生させた場合である。 $\bar{z}=5.2$  cmより水面側では計算結果が実験結果よりも10%程度高い。一方、 $\bar{z}=5.2$  cmより河床側では計算結果は実験結果をうまく再現している。気泡発生の有無による塩分の鉛直分布は、実験結果を比較的良好に対応している。なお、実験結果と計算結果との差異は気泡の速度の評価に起因するのではないかと考える。

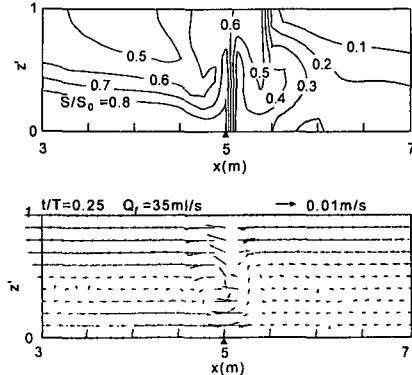


図-4 高潮時における等塩分線と流速ベクトル

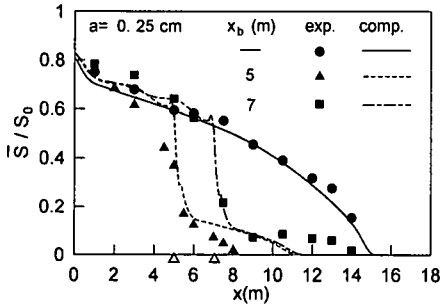
(b) 塩分と流速ベクトルの空間分布

気泡を河口から 5m 上流側で発生させた場合の高潮時および下げ slack 時における等塩分線  $S/S_0$  と流速ベクトルを図-4に示す。なお、潮汐の振幅は 0.25 cm、上流境界における淡水流量は 35 ml/s である。

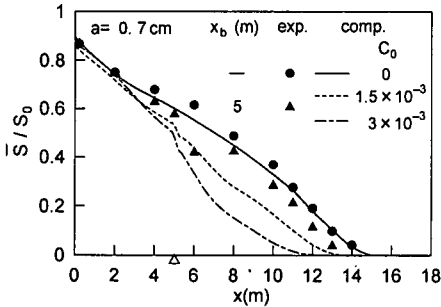
図-4は高潮時のものである。 $S/S_0=0.6$ 以上の等塩分線の侵入は気泡の発生に伴う鉛直流の誘起によってかなり制御されているようである。また、一旦、上昇した淡塩混合水が相対重力による沈み込みの影響を受け、 $S/S_0=0.3\sim 0.5$ の等塩分線が舌状に上流側へ浸入している。流速ベクトルは、気泡発生装置位置より下流側の  $z=0\sim 0.4$  と上流側の  $z=0\sim 0.2$  と 0.3 付近で上流向きの流れがみられる。なお、気泡発生装置付近では、気泡の発生により鉛直流が誘起され、気泡発生装置の上・下流側では反時計回りの循環流が形成されている。上流側に形成される循環流による混合は、相対重力による沈み込みと相まって気泡発生装置上流側の淡塩混合水の浸入に影響を及ぼしている。一方、下げ slack 時には、気泡発生装置の下流側の河床付近で流速ベクトルの向きが上流側であることを除けば、潮位の低下に伴ってほぼ全域で流れの向きは下流側である。また、気泡の発生により誘起される鉛直流速の振幅は高潮時と比較すると小さくなっている。なお、高潮時に気泡発生装置の上流側にみられた密な等塩分線は気泡発生装置の下流側へ移り、その間隔も僅かに広がっている。さらに、気泡発生装置の上流側の水面付近にみられた等塩分線は僅かに下流側へ移り、その間隔も若干狭くなっている。

(c) 断面平均塩分の空間分布

図-5は、断面平均塩分濃度 ( $\bar{S}/S_0$ ) を示したものであり、図中の記号は実験結果、実線、破線および一点鎖線は計算結果である。なお、(a)は潮位振幅が 0.25 cm、海域の塩分が 1 g/kg、淡水流量が 35 ml/s の場合、(b)は潮位振幅が 0.7 cm、海域の塩分が 3 g/kg、淡水流量が 50 ml/s の場合である。なお、気泡の発生がない場合の (a)



(a) 潮汐の振幅: 0.25 cm, 海域の塩分: 1 g/kg



(b) 潮汐の振幅: 0.7 cm, 海域の塩分: 3 g/kg

図一5 気泡発生の有無による断面平均塩分の比較(Δ: 気泡発生装置の位置)

および(b)の密度流の型式は、それぞれ弱混合および緩混合である。

(a)は、気泡の発生がない場合、実験結果と計算結果は河口から $x=14$  m付近までよく対応している。気泡の発生位置が5 mの場合には、気泡発生位置より下流側においては実験結果と計算結果はよく対応しているようであるが、 $x=7$  mより上流側では計算結果は過大評価している。一方、気泡の発生位置が7 mの場合には、気泡発生位置より下流側においては気泡発生位置が5 mの場合とよく似た傾向を示す。しかし、 $x=10$  m付近より上流側では計算結果は過小評価している。実験結果および計算結果とも気泡の発生によって、塩水の浸入をかなり制御し得るようである。この実験条件では、下流側で気泡を発生させた場合、塩分低下の割合が大きく塩水浸入の制御効率は高い。

(b)は、気泡の発生がない場合、 $x=6$  m付近で計算結果が過小評価していることを除けば、実験結果と計算結果はよく対応している。気泡を発生させた場合には、気泡発生位置で(a)ほどの急激な塩分低下はみられない。このことは、海域の塩分が(a)の3倍であることから、3.2(b)で記述したように、気泡の発生に誘起された上昇流によって表面付近に輸送された比較的高塩分の淡塩混合水が相対重力による沈み込みによって舌状に気泡発生装置の上流側に拡がるためである。気泡の濃度を $1.5 \times$

$10^{-3}$ とした計算結果も気泡発生位置で僅かに塩分が低下しているようであるが気泡の発生がない場合と比較しても顕著な差はない。発生する気泡の濃度を $3 \times 10^{-3}$ とした計算結果では、気泡発生位置および $x=10$  mにおける塩分は、 $1.5 \times 10^{-3}$ の場合より10および70%程度低くなり、塩水浸入の制御効率が高くなっている。

#### 4. あとがき

気泡噴流による塩水の遡上の抑制について数値解析的に検討して得た結果を要約すると以下の通りである。

(1) 数値モデルによる解析結果は、小松らの実験結果をほぼ再現でき、数値モデルの有用性を確認した。

(2) 淡水流量が35 ml/s、海域の塩分が1 g/kgの場合では気泡噴流の発生により塩水遡上の抑制が可能である。しかしながら、海域の塩分が3 g/kgで淡水流量が50 ml/sの場合では、相対重力の沈み込みの影響を受け、淡塩混合水が気泡発生装置の上流側に達し、塩水浸入の制御効率は薄れる。

(3) 淡水流量が50 ml/s、海域の塩分 $S/S_0=3$  g/kgの場合、気泡発生装置から発生する気泡の濃度を2倍にすると塩水遡上の制御効果が増大する。

以上、鉛直二次元数値モデルを用いて気泡噴流による塩水遡上の抑制について数値解析的に検討した。しかしながら、この方法を現地河川に適用する際には気泡発生装置の位置や気泡濃度、さらには、装置の維持管理等の問題について検討する必要があると考える。

謝辞: 本研究は、文部省科学研究費(基盤研究(A), No. 10305036, 代表者: 田中 仁)および河川整備基金(河川環境管理財団)の一部として行われた。

#### 参考文献

- 小松利光・安達貴浩・孫 双科・川上義幸・米須清彦 (1996): 感潮河川における塩水遡上の人工的制御法についての研究, 水工学論文集, 第40巻, pp. 517-522.
- 数値流体力学編集委員会編 (1995): 燃焼・希薄流・電磁流体の解析, 東京大学出版会, p. 89.
- 永見光央・戸田圭一・大本雄二・渡辺 博 (1994): 水中混入気泡の流下に伴う挙動に関する数値シミュレーション, 土木学会第49回年次学術講演会講演梗概要集, 第2部(A), pp. 434-435.
- Asaeda, T. and J. Imberger (1993): Structure of bubble plumes in lineally stratified environments, J. F. M., Vol. 249, pp. 35-57.
- Jirka, G. H. and M. Arita (1987): Density currents or density wedge-boundary layer influence and control method, J. F. M., Vol. 177, pp. 187-206.
- Milgram, J. H. (1983): Mean flow in round bubble plumes, J. F. M., Vol. 133, pp. 345-376.
- Perrels, P. A. J. and M. Karelse (1978): A two-dimensional numerical model for salt intrusion in estuaries, In: J. C. J. Nihoul (editor), Hydrodynamics of Estuaries and Fjords, Elsevier, pp. 107-125.