

$$\xi_{R2} = \{b_R M(-\lambda, 1; 2\beta X) + B_R U(-\lambda, 1; 2\beta X)\} \cdot e^{i(\beta y - \omega t)} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、係数 b_r, B_r, b_R, B_R は複素振幅である。関数 M, U は合流型超幾何関数であり、それぞれは Kummer の常微分方程式の基本解である。解の詳細な導出過程およびそれぞれの関数の性質については、越村ら (1998) を参照されたい。式中の λ は、

$$\lambda = \frac{\omega^2}{2g\beta s} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{w}{L_0(1 + \varepsilon_2 - 2\varepsilon_1)} \cdot \frac{2\pi}{\sin \theta_0} - 1 \right\} \dots\dots\dots (5)$$

で表される。 g は重力加速度で、 s は斜面勾配 (領域 r_2, R_2 の斜面勾配は等しいとする) である。また、 L_0 は入射波の波長、 w は海嶺の幅であり、 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ はそれぞれ $\varepsilon_1 + a_{r2}/a_{r1} = h_{r2}/h_{r1}, \varepsilon_2 = a_{r1}/a_{r1} = h_{r1}/h_{r1}$ で表される。すなわち、式 (5) は、角周波数 ω と y 方向の波数 β との関係を示した分散関係式であると同時に、入射条件 (L_0, θ_0)、地形条件 ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) を表すパラメータである。

2.2 境界条件と複素振幅

境界条件は、各領域の境界について以下に示す 2 式 (水位、流量の連続条件) が成立し、計 6 つの境界条件式が得られる。添字 i, j は領域を表す。

$$\xi_i = \xi_j, \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi_j}{\partial x_j} \dots\dots\dots (6)$$

求めるべきものは、それぞれの解における複素振幅であるから、式 (1)~式 (4) を境界条件式に代入し、6 元連立方程式を解けばよい。その結果、解の複素振幅は次式のように求められる。

$$A = \left\{ \frac{2i(f_1\theta + g_1)}{i(f_1\theta + g_1) - \frac{\beta}{\alpha_{r1}}(F_1\theta + G_1)} \right\} \cdot e^{-2i\alpha_{r1}a_{r1}} \dots\dots\dots (7)$$

$$b_r = \frac{2i\theta e^{-i\alpha_{r1}a_{r1}}}{i(f_1\theta + g_1) - \frac{\beta}{\alpha_{r1}}(F_1\theta + G_1)} \dots\dots\dots (8)$$

$$B_r = \frac{2ie^{-i\alpha_{r1}a_{r1}}}{i(f_1\theta + g_1) - \frac{\beta}{\alpha_{r1}}(F_1\theta + G_1)} \dots\dots\dots (9)$$

$$b_R = \frac{(b_r f_2 + B_r g_2)\Omega}{f_2\Omega + g_2} \dots\dots\dots (10)$$

$$B_R = \frac{b_r f_2 + B_r g_2}{f_2\Omega + g_2} \dots\dots\dots (11)$$

$$C = (b_R f_3 + B_R g_3)e^{-\alpha_{r1}a_{r1}} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、

$$\theta = -\frac{G_2 - \left(\frac{F_2\Omega + G_2}{f_2\Omega + g_2}\right) \cdot g_2}{F_2 - \left(\frac{F_2\Omega + G_2}{f_2\Omega + g_2}\right) \cdot f_2} \dots\dots\dots (13)$$

$$\Omega = -\frac{ig_3 - \left(\frac{\beta}{\alpha_{r1}}\right) \cdot G_3}{if_3 - \left(\frac{\beta}{\alpha_{r1}}\right) \cdot F_3} \dots\dots\dots (14)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= e^{-\beta a_{r1}} M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) \\ g_1 &= e^{-\beta a_{r1}} U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) \\ F_1 &= e^{-\beta a_{r1}} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) \\ &\quad - 2\lambda M(1-\lambda, 2; 2\beta a_{r1})\} \\ G_1 &= e^{-\beta a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r1}) \\ &\quad + 2\lambda U(1-\lambda, 2; 2\beta a_{r1})\} \\ f_2 &= e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) \\ g_2 &= e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) \\ F_2 &= e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) \\ &\quad - 2\lambda M(1-\lambda, 2; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1})\} \\ G_2 &= e^{-\beta \varepsilon_1 a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1}) \\ &\quad + 2\lambda U(1-\lambda, 2; 2\beta \varepsilon_1 a_{r1})\} \\ f_3 &= e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) \\ g_3 &= e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) \\ F_3 &= e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} \{-M(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) \\ &\quad - 2\lambda M(1-\lambda, 2; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1})\} \\ G_3 &= e^{-\beta \varepsilon_2 a_{r1}} \{-U(-\lambda, 1; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1}) \\ &\quad + 2\lambda U(1-\lambda, 2; 2\beta \varepsilon_2 a_{r1})\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

である。式中の無次元波数 βa_{r1} および波数比 β/α_{r1} は、

$$\beta a_{r1} = \left(\frac{2\pi}{L_0} \cdot \sin \theta_0\right) \cdot a_{r1} = \frac{2\pi \sin \theta_0}{(1 + \varepsilon_2 - 2\varepsilon_1)} \cdot \frac{w}{L_0} \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\beta}{\alpha_{r1}} = \frac{\sin \theta_0}{\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_2} - \sin^2 \theta_0}} \dots\dots\dots (17)$$

となる。複素振幅は以下の手順により計算できる。

- ① 地形パラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の設定
- ② 海嶺幅と入射波波長の比 w/L_0 と入射角 θ_0 の設定
- ③ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, w/L_0, \theta_0$ から $\lambda, \beta a_{r1}, \beta/\alpha_{r1}$ の値を計算
- ④ 式 (7)~(12) を計算し、複素振幅の値を算出

以下では、海嶺上を伝播する津波の特性を、上述の理論展開で得られた複素振幅の変化特性に着目して検討を行う。後退波成分に関しては、式 (7) に基づき $|A|$ の値を、透過波成分に関しては式 (12) に基づき $|C|$ の値を様々な入射・地形条件に応じて求める。 $|A|, |C|$ の値はそれぞれ海嶺に入射した津波の反射率・透過率と解釈して差し支えないであろう。一方、領域 r_2, R_2 の斜面上の解は、場所によりその値は異なるために、頂部 ($x = a_{r2}$ あるいは $X = a_{R2}$) における波高の絶対値を海嶺上の津波増幅率 Γ として議論を進めることとする。増幅率 Γ の定義を以下に示す。

$$\begin{aligned} \Gamma &= |\xi_{r2}|_{x=a_{r2}} = |b_r M(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2}) \\ &\quad + B_r U(-\lambda, 1; 2\beta a_{r2})| \\ &= |\xi_{R2}|_{x=a_{R2}} = |b_R M(-\lambda, 1; 2\beta a_{R2}) \\ &\quad + B_R U(-\lambda, 1; 2\beta a_{R2})| \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

3. 解析例

ここでは、海嶺の断面形状を $\varepsilon_2 (= h_{R1}/h_{r1})$ の値により次の3ケースに分類し、それぞれのケースにおける解の特性を検討する。

ケース 1) $\varepsilon_2 < 1$

このケースは、透過領域 R_1 の水深が入射領域に比べ浅い場合である。 $\varepsilon_2 < 1$ の代表として、 $\varepsilon_2 = 0.5$ とする。また、 $\varepsilon_1 = 0.2$ とした。これは、領域 r_1 の水深が $h_{r1} = 5000$ m だとすると、海嶺頂部水深 $h_{r2} = h_{R2} = 1000$ m、透過側水深 $h_{R1} = 2500$ m に相当する。図-2 に後退波成分 $|A|$ 及び透過波成分 $|C|$ の変化特性を、図-3 に海嶺上の津波増幅率 Γ の変化特性を示す。図の横軸は海嶺の幅と入射波波長の比 w/L_0 である。各領域の振幅の変化特性は θ_0 と w/L_0 の関数として表される。 $\theta_0 = 10^\circ$ のような場合、すなわち津波が海嶺に対し直に近い角度で入射した場合には、透過率 $|C|$ はほぼ 1.2 となる。入射波の振幅よりも高くなる理由は、透過領域の水深が入射領域のそれに比べ浅いからである。入射角が大きくなるに従い、 $|C|$ は急激に減少し、 $|A|$ は逆に増加する。一方、 Γ の値は w/L_0 が 1 程度、すなわち海嶺の幅と入射波の波長が等しくなった場合に最も津波が増幅されるが、このケースにおいては、 Γ の値に w/L_0 に対する依存性はさほど見られない。

ケース 2) $\varepsilon_2 = 1$

図-4 に $\varepsilon_1 = 0.5, \varepsilon_2 = 1$ の場合の $|A|, |C|$ の変化特性を、図-5 に Γ の変化特性を示す。 $\theta_0 = 10^\circ$ の場合には、振幅の変化特性はケース 1) の場合とほぼ等しい。 $|C|$ の値は全域にわたりほぼ 1 であり、入射した波のほとんどが海嶺を透過していることが分かる。しかし、 $\theta_0 = 80^\circ$ の場合には、 $|A|$ および $|C|$ は w/L_0 に関して周期的に変化し、特定の w/L_0 の場合において透過率 1 となる。 Γ も

w/L_0 に関して周期的に変化するが、その変化特性は $|A|, |C|$ に比べ若干異なる。例えば、 $w/L_0 = 1.2, 1.7$ の場合、いずれの場合にも $|A|$ はほぼ 0、 $|C|$ はほぼ 1 となる。しかし、 Γ は $w/L_0 = 1.2$ の場合に極大値をとり、 $w/L_0 = 1.7$ には逆に極小値をとる。つまり、入射波の波長により、海嶺頂部の津波増幅度が大きく変化するのである。なぜこのような w/L_0 に関する依存性が見られるのか？その理由を検討するために、式 (19) に示す条件で、波高の空間分布を求めた。その結果が図-6 である。ここでは、伝播パターンの違いを明確に表すために、波高の空間分布を色の濃淡で示している。色の濃い部分が正の波高を表し、淡い部分は負の波高を表す。左が $w/L_0 = 1.2$ 、右が $w/L_0 = 1.7$ である。図-6 を見ると、海嶺に沿って伝播する津波のパターンには明確な差違が認められる。 $w/L_0 = 1.2$ の場合には、海嶺頂部において著しく増幅されるモード、 $w/L_0 = 1.7$ の場合には頂部の両際で増幅されるモードとなる。なお、ケース 1) においても $\theta_0 = 80^\circ$ として波形を計算したところ、 w/L_0 の変化に対して、伝播パターンに明確な差違は認められなかった。

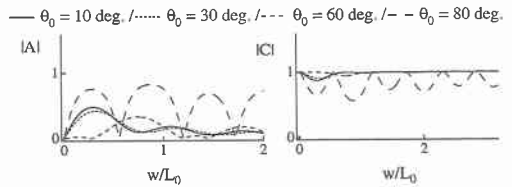


図-4 ケース 2) における透過波・後退波の変化特性

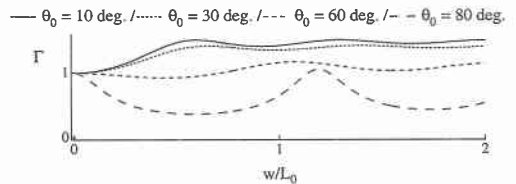


図-5 ケース 2) における海嶺上の津波増幅特性

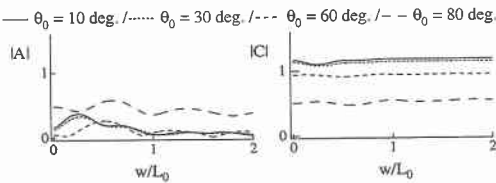


図-2 ケース 1) における透過波・後退波の変化特性

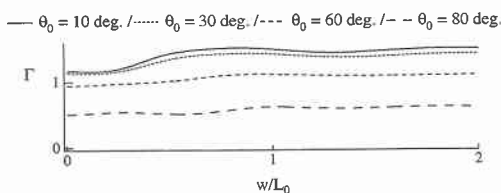


図-3 ケース 1) における海嶺上の津波増幅特性

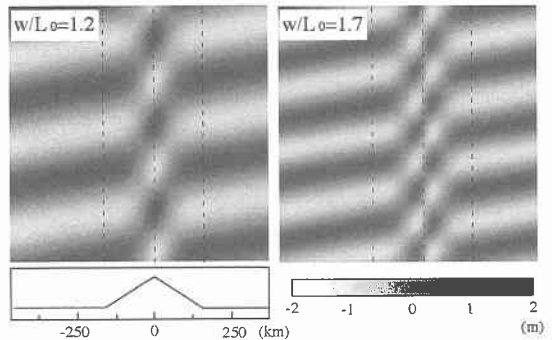


図-6 ケース 2) における水位の空間分布の例

$$\left. \begin{aligned} h_{r1} &= 4000 \text{ m}, h_{R1} = 4000 \text{ m}, h_{r2} = 800 \text{ m} \\ a_{r1} &= 200 \text{ km}, a_{R1} = 200 \text{ km} \\ L_0 &= 267 \text{ km}, 186 \text{ km} \quad (w/L_0 = 1.2, 1.7) \\ \theta_0 &= 80^\circ \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

ケース 3) $\varepsilon_2 > 1$

ここでは、 $\varepsilon_2 > 1$ の代表として、 $\varepsilon_2 = 1.5$ とした場合の海嶺波の挙動特性の検討を行う。ただし $\varepsilon_1 = 0.2$ である。この場合、式(17)は θ_0 の値により虚数となり得る。すなわち、 θ_0 が臨界角 $\theta_c = \sin^{-1}(1/\varepsilon_2)^{1/2}$ を超えると、 X 方向(領域 R_1)の波数 a_R は $a_R = i\gamma$ となる(γ は正の実数)。この場合、透過領域 R_1 の解である式(2)は、

$$\xi_{R1} = \{ C e^{-\gamma X} \cdot e^{i(\theta_0 - \omega t)} \dots \dots \dots (20)$$

となる。この解はエヴァネセントモードの解であり、 X 方向に指数関数的に減衰する特性をもつ。そのために、このモードにおいては、波は領域 R_1 に透過することができず、海嶺上に捕らえられるのである。この地形条件において津波は、通常の伝播モードとエヴァネセントモードの2つのモードを有し、その挙動特性は大きく異なることが分かる。

図-7(a)に $|A|$, $|C|$ の変化特性を示す。左が伝播モードの場合($\theta_0 < \theta_c$)、右がエヴァネセントモードの場合($\theta_0 > \theta_c$)である。ここでは $\varepsilon_2 = 1.5$ としたため、臨界角は $\theta_c = 54.7^\circ$ になる。 $\theta_0 > \theta_c$ の場合、解はエヴァネセントモードとなるから、進行波としての振幅を求めることはできない。図には、 R_1 と R_2 の境界値の振幅である $|C| \exp(-\gamma a_{R1})$ の変化特性を示してある。境界値は θ_0 が θ_c に近い場合に最も大きくなり、 $\theta_0 > 60^\circ$ の場合には、 w/L_0 に依

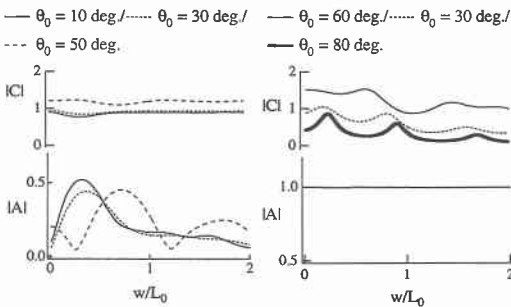


図-7 ケース 3) における透過波・後退波の変化特性

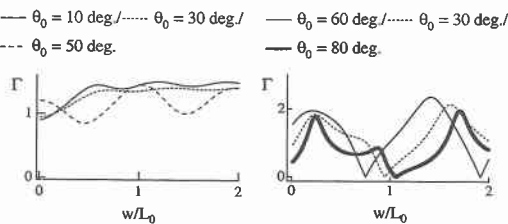


図-8 ケース 3) における海嶺上の津波増幅特性

存して周期的に変化する。また、この場合には、津波は海嶺を透過できないため、 $|A| = 1$ となる。

図-8に Γ の変化特性を示す。 Γ は、 θ_0 が θ_c に近づくにつれ周期性を増し、 w/L_0 への依存が見られる。エヴァネセントモードにおいては、 w/L_0 の値により波の節・腹の位置が変化し、海嶺上で重複波が形成されるために、 Γ の変化はさらに複雑になる。

4. 南本州海嶺への適用例

4.1 1996年イリアン・ジャヤ地震津波

南本州海嶺は、マリアナ諸島付近から我が国に向かう海嶺である(図-9)。1996年イリアン・ジャヤ地震津波は、この海嶺に隣接した父島、八丈島に襲撃した。以下では、本理論の南本州海嶺への適用例を示し、父島・八丈島における津波挙動の原因を検討する。

$$\left. \begin{aligned} h_{r1} &= 4500 \text{ m}, h_{R1} = 4000 \text{ m} \quad (\varepsilon_2 = 0.889 \text{ m}) \\ a_{r1} &= 150 \text{ km}, a_{R1} = 133.3 \text{ km} \\ \theta_0 &= 80^\circ \\ \text{(a): } h_{r2} &= 900 \text{ m}, w = 223 \text{ km} \quad (\varepsilon_1 = 0.2) \\ \text{(b): } h_{r2} &= 1485 \text{ m}, w = 184 \text{ km} \quad (\varepsilon_1 = 0.33) \end{aligned} \right\} \dots \dots (21)$$

図-9に本地形モデルの適用例を示す。図の太い実線は南本州海嶺の代表的な断面形状である。南本州海嶺は西側の水深が東側に比べ若干浅くなっており、本理論の

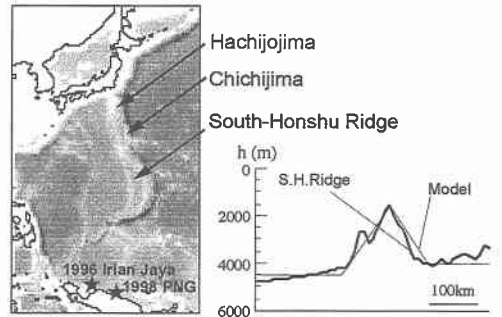


図-9 南本州海嶺と海嶺モデルの適用例

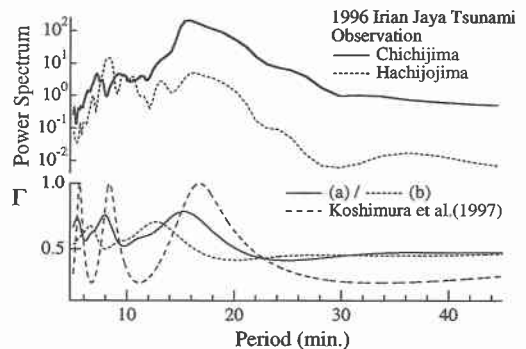


図-10 周波数特性の比較 (上: 観測, 下: 理論)

パターン1)に相当する。波源域との位置関係から、津波は東側から大角度 ($\theta_0=80^\circ$) で入射したと仮定する。実際の地形は一様ではなく、各パラメータを一意的には決定できないが、ここでは南本州海嶺を代表するパラメータを式(21)に示す通りとした。これを用いて計算した南本州海嶺上の津波増幅特性 Γ と父島・八丈島における観測波形のパワースペクトルとの比較を図-10に示す。また、参考のために越村ら(1997)による結果も示している。父島における観測波形のスペクトルは、それぞれ7, 9, 15分の周期にピークが存在し、八丈島では8, 14, 17分にピークが存在する。藤間ら(1995)によれば、父島と八丈島には5~10分に共振周期が存在し、この周期で両島に入射した津波は著しく増幅される。理論的に求めた南本州海嶺の津波増幅特性は、15~20分と5~10分周期にピークをもち、観測波形の周波数特性と一致している。以上の結果は、南本州海嶺が、入射波のうち15~20分と5~10分周期の波数成分を増幅させ、10分周期以下の周波数応答は島周りの共振の引き金になり得ることを示唆している。

4.2 1998年パプア・ニューギニア津波

ここでは、1998年7月17日にニューギニア沖で発生した地震 ($M_w 7.1$) 津波の外洋伝播計算を行い、微小ではあるが、南本州海嶺の津波導波作用が現れた例を示す。数値計算は、今村ら(1989)による方法に従った。また、計算初期条件となる断層モデルは、Tanioka and Ruff(1998)によって提案されたものを採用した。空間格子間隔 dx は5分(赤道付近で約9 km)とした。

各計算格子当たりの最大波のエネルギーフラックスを次式により定義し、その分布を図-11に示す。

$$E = \frac{\rho g (\Delta x)^2 (\xi_{\max})^2}{2} \cdot \sqrt{gh} \dots \dots \dots (22)$$

ξ_{\max} および h はそれぞれ、各計算格子における最大水位と水深である。波源から放射されたエネルギーは、南本州海嶺に沿って高い分布を示している(図中色の濃い部分)。

5. 結 論

線形長波理論に基づき、海嶺上を伝播する津波の挙動特性を表す理論解を求めた。得られた解に基づき、海嶺の津波導波特性を入射条件と地形スケールとの関連で検討した。結論を以下に列挙する。

1) 海嶺に斜め入射した津波の透過率・反射率は、入射角 θ_0 と入射波の相対的な波長 w/L_0 に大きく依存する。海嶺の幅に対し入射波の波長が短い場合には、入射

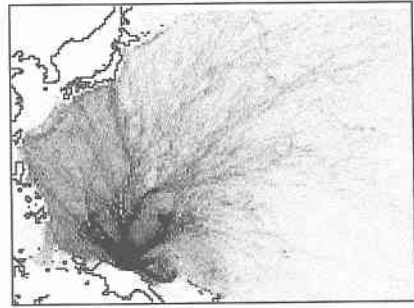


図-11 パプアニューギニア津波の最大波のエネルギー分布

波の大部分が海嶺を透過する。

2) 津波の入射方向が海嶺に対し平行に近く、透過側の水深が入射側のそれに対し等しい場合には、入射波の波長により海嶺上に励起される波動の形態は大きく異なる。また、透過側の水深が入射側よりも深い場合には、伝播モードとエヴァネセントモードという2通りの伝播パターンが存在し、エヴァネセントモードにおいては、海嶺上には重複波が形成される。

3) 本理論を南本州海嶺に適用した結果、この海嶺に平行に近い角度で入射した津波のうち、15~20分周期および5~10分周期の波数成分が増幅されることが分かった。特に5~10分周期の成分は、南本州海嶺に捕らえられた津波が周辺の島弧における津波の共振の引き金になり得ることが分かった。

4) 以上の検討結果と、1998年パプア・ニューギニア津波の外洋伝播計算結果より、インドネシアの太平洋岸で発生する津波は、南本州海嶺に平行に近い角度で入射する指向性を有し、南本州海嶺による導波作用を受けやすいことが分かった。特に海嶺周辺の島々においては、津波初動から長時間にわたる注意が必要である。

参 考 文 献

- 今村文彦・首藤伸夫・後藤智明(1989): 遠地津波の数値計算に関する研究その2, 地震2, 第43巻, pp. 309-402.
 越村俊一・今村文彦・首藤伸夫(1997): 海嶺により励起される境界波に関する研究, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 306-310.
 越村俊一・今村文彦・首藤伸夫(1998): 境界波の挙動特性に関する理論的研究, 月刊海洋/号外, No. 15, pp. 105-109.
 藤間功司・後藤智明・林建二郎・重村利幸・首藤伸夫(1995): 伊豆・小笠原諸島の津波増幅特性, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 381-385.
 Buchwald, V. T., (1968): Long waves on oceanic ridges, Proc. Roy. Soc. London, A308, pp. 343-354.
 Tanioka and Ruff (1998): Am. Geophys. Union Fall meeting abstract.