

# ラディエーションストレスによる港内長周期波の計算モデル

喜岡 渉\*・柏原謙爾\*\*・Mohammad Dibajnia\*\*\*・平石哲也\*\*\*\*

## 1. はじめに

港内長周期波は高々10~20 cmの波高で荷役障害を引き起こすことから、港湾整備上でも大きな問題となっている。こうした港内長周期波の抑制や長周期波が引き起こす副振動対策の検討には、長周期波の伝播変形特性や出現頻度などに関する長期間の連続波浪観測データの積み重ねと、現地港湾に適用可能な長周期波の計算モデルの開発が不可欠である。来襲する長周期波をすべて自由長波とみなすことができる場合は、線形波動方程式に基づくハイブリッド要素法(例えば、Mei, 1983)を適用することが可能で、大規模港湾の長周期波伝播計算も可能な汎用計算モデルがすでに開発されている。波群に伴う2次長周期波の入射を考慮した港内長周期波の計算モデルとしては、すでに Boussinesq 方程式に基づく非定常計算法が提案されているが(例えば、金山ら, 1994; 喜岡ら, 1996)、計算効率や計算安定性の点から適用はマリーナ、漁港など比較的小規模領域の計算に限られており、また計算時間の制限から来襲個々波の統計的再現性についても問題が残されている。

本研究は、こうした問題を解決するため、海浜流や碎波帯の長周期波(サーフビート)の計算に用いられているラディエーションストレスに基づく長波方程式モデルを港内長周期波や長周期波によって引き起こされる副振動の予測に適用できるよう検討するもので、新たな非定常計算モデルを提案しようとするものである。開発された計算モデルは線形長波方程式を基礎式として用いており、大規模港湾領域に適用可能であり、また防波堤の延長や反射率の変更等、港湾境界の任意の変更にも比較的容易に対応できる。

## 2. モデル方程式

計算モデルの基礎方程式は、海浜流の計算に一般に用いられる方程式と同様、強制力としてラディエーションストレスの空間勾配と底面摩擦応力を加えた非定常長波

方程式である。ただし、長波方程式としては、計算効率と数値計算における安定性を優先させて非線形移流項を省略した次の線形長波方程式を用いる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + h \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{1}{\rho h} \left( \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right) - \frac{1}{\rho h} \tau_{bx} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{1}{\rho h} \left( \frac{\partial S_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) - \frac{1}{\rho h} \tau_{by} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\zeta$ は長周期水位変動、 $U$ 、 $V$ はそれぞれ  $x$ 、 $y$  方向における水深平均の長周期水平方向流速成分、 $h$ は静水深、 $\rho$ は流体密度、応力テンソル  $S_{xx}$ 、 $S_{xy}(=S_{yx})$ 、 $S_{yy}$ はラディエーションストレス、 $\tau_{bx}$ 、 $\tau_{by}$ はそれぞれ  $x$ 、 $y$  方向の底面摩擦応力であり底面摩擦係数を  $C_f$ として次式で与える。

$$\tau_{bx} = \rho C_f U \sqrt{U^2 + V^2}, \tau_{by} = \rho C_f V \sqrt{U^2 + V^2} \quad \dots (4)$$

底面摩擦項は極浅海、特に碎波帯における長周期波を再現するためには省略できない。線形長波方程式(1)~(3)によっても、2次オーダーの非線形干渉項である拘束長周期波はラディエーションストレスを介して計算される。

ラディエーションストレスの各成分  $S_{xx}$ 、 $S_{xy}$ 、 $S_{yx}$ 、 $S_{yy}$ は、喜岡・石原(1993)にしたがって多方向不規則波動場を考え、短周期の1次成分個々波の振幅  $a_n$ 、波向角  $\theta_n$ 、角周波数  $\omega_n$ 、波数  $k_n$  および水深  $h$  の関数として与える。すなわち、1次成分波  $\zeta_1$ は次の式(5)および(6)によって与えられるものとする。

$$\zeta_1 = \sum_{n=1}^N a_n \cos \varphi_n \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\varphi_n = \int k_n dx - \omega_n t + \varepsilon_n \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $k_n$ は波数ベクトル、 $\varepsilon_n$ は初期位相差である。このときラディエーションストレスは、1次成分波の個々波の周期で時間平均をとって、定常項と周波数の差の成分のみを残すと次式のように与えられる。

\* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科  
\*\* 正会員 工修 愛知県土木部  
\*\*\* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科  
\*\*\*\* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部波浪研究室長

$$\begin{aligned}
 S_{xx} = & \frac{1}{4} \rho g \sum_{n=1}^N a_n^2 \\
 & + \frac{1}{4} \rho \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2 \omega_n^2 h}{\sinh^2 k_n h} \\
 & \cdot \left[ (\cos^2 \theta_n + 1) + \frac{\sinh 2k_n h}{2k_n h} (\cos^2 \theta_n - 1) \right] \\
 & + \frac{1}{2} \rho g \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N a_m a_n \cos(\varphi_m - \varphi_n) \\
 & + \frac{1}{2} \rho \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \frac{a_m a_n \omega_m \omega_n h}{\sinh k_m h \sinh k_n h} \\
 & \cdot \left[ \frac{\sinh(k_m - k_n) h}{(k_m - k_n) h} (\cos \theta_m \cos \theta_n + 1) \right. \\
 & \left. + \frac{\sinh(k_m + k_n) h}{(k_m + k_n) h} (\cos \theta_m \cos \theta_n - 1) \right] \\
 & \cdot \cos(\varphi_m - \varphi_n) \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{xy} = & \frac{1}{4} \rho \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2 \omega_n^2 h \cos \theta_n \sin \theta_n}{\sinh^2 k_n h} \left[ 1 + \frac{\sinh 2k_n h}{2k_n h} \right] \\
 & + \frac{1}{2} \rho \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \frac{a_m a_n \omega_m \omega_n h \cos \theta_m \sin \theta_n}{\sinh k_m h \sinh k_n h} \\
 & \cdot \left[ \frac{\sinh(k_m - k_n) h}{(k_m - k_n) h} + \frac{\sinh(k_m + k_n) h}{(k_m + k_n) h} \right] \\
 & \cdot \cos(\varphi_m - \varphi_n) \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

ただし、 $S_{yy}$  については式 (7) 中の  $\cos \theta_m, \cos \theta_n$  をすべて  $\sin \theta_m, \sin \theta_n$  に置き換えればよい。なお、 $k_m = k_n$  となる成分波間においては式 (7) および (8) 中の  $\sinh(k_m - k_n)h / (k_m - k_n)h$  は 1 をとる。

港湾境界のうち透過境界については、透水層内の流体運動に Forchheimer 型の抵抗則を適用する。このとき長波方程式 (1)~(3) はそれぞれ次の式 (9)~(11) のように表される。

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + h \left( \frac{\partial U_P}{\partial x} + \frac{\partial V_P}{\partial y} \right) = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial U_P}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} \\
 & = -\frac{1}{\rho h} \left( \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right) - \alpha U_P - \beta U_P \sqrt{U_P^2 + V_P^2} \\
 & \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\tau}{\lambda} \frac{\partial V_P}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial y} \\
 & = -\frac{1}{\rho h} \left( \frac{\partial S_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) - \alpha V_P - \beta V_P \sqrt{U_P^2 + V_P^2} \\
 & \dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

ここに、 $U_P, V_P$  はそれぞれ透水層内における  $x, y$  方向の流量流速、 $\lambda$  は空隙率、 $\tau$  は質量係数であり付加質量係数  $\kappa$  に対して  $\tau = 1 + \kappa(1 - \lambda)$  で与えられる。透水層内の運動方程式 (10) および (11) 中の層流抵抗係数  $\alpha$  および乱流抵抗係数  $\beta$  は、空隙率、透水層構成材の平均粒径および流体の動粘性係数の関数として評価した(喜岡ら, 1996)。

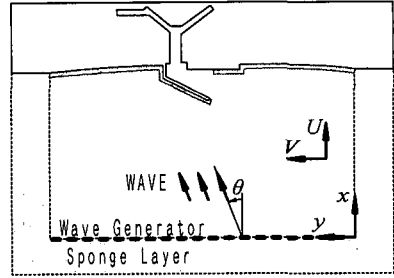


図-1 計算領域

### 3. 数値計算の手順

図-1 に示すような計算領域を考える。式 (7) および (8) によるラディエーションストレス  $S_{xx}, S_{xy}, S_{yy}$  の算定には、まず計算領域各点について 1 次の短周期成分波の伝播に伴う振幅  $a_n$  および波向  $\theta_n$  の変化を求めておく必要がある。この計算には、線形理論に基づく種々の屈折・回折モデルを適用することが可能であるが、例えば緩勾配方程式を用いようとする短周期波の波長のスケールに対して何点かの計算点が必要となり、大規模な計算領域の不規則波計算には効率的な計算方法とはいえない。

ここでは、以下のように簡便的な計算方法によった。すなわち、港外領域における屈折計算には、Dalrymple (1988) にならって次の各式を用いる。

$$\frac{\partial(k_n \sin \theta_n)}{\partial x} - \frac{\partial(k_n \cos \theta_n)}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{E_n C_{\theta n} \cos \theta_n}{\omega_n} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{E_n C_{\theta n} \sin \theta_n}{\omega_n} \right) = 0 \dots\dots (13)$$

ここに、 $E_n = 1/2 \rho g a_n^2$ 、 $C_{\theta n}$  はエネルギー輸送速度である。上式 (12) および (13) は、屈折角が伝播途中で大きく変化しない限り、差分法により極めて効率的に解くことができる(Dalrymple, 1988)。次に、港内へ進入する短周期成分波は方向分散法によって求め、港湾境界からの反射は位相折り返し法(丸山ら, 1982)によった。方向分散法によると回折散乱波を正しく評価することはできないが、多方向不規則波を扱うことにより散乱波を無視することによる誤差は小さく抑えられる。防波堤近傍で放物型近似(例えば、Mei, 1983)を適用すれば散乱波成分を近似的に評価することが可能であるが、こうした散乱波は 4 次オーダー以上の長周期波成分に寄与し、2 次オーダーの長周期波の励起には寄与しないので、ここでは散乱波成分を無視することとした。港内境界による 1 次成分波の反射回数は 4 回とし、不透過境界における反射率は 0.9 とした。反射波の進行方向によっては波数の大きい短波長の長周期成分が生じるが、考えている 1 次成分波の平均波数よりも大きい波数成分の長周期波を励

起するラディエーションストレス項は除外することとした。

1次成分の合成波高が $0.78h$ に達した地点を砕波点とし、砕波後の波高を $0.78h$ で与えた。底面摩擦係数 $C_f$ は $0.01$ 、海岸境界における長周期波の反射率は $1$ とした。

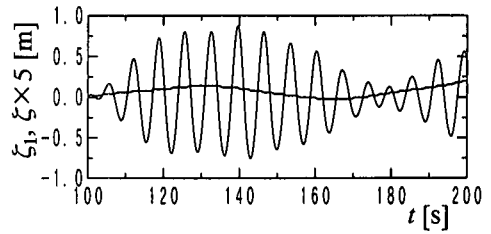
長波方程式(1)~(3)の数値計算には、時間に対して前進差分、空間に対して中央差分を用い、各変数はスタaggerド状に配した。初期条件はコールドスタートで与えた。拘束長周期波はラディエーションストレスを介して計算されるが、沖側入射境界においてその拘束成分に見合ったフラックスが供給されないと、他の非線形計算モデルと同様に境界で不可避的な自由波が混入する。そこで、造波ソースを設け、Sand (1982)の理論により計算した拘束長周期成分の入射を行った。また、沖側入射境界と両側方境界の開境界ではスポンジ層を設置し、スポンジ層内の係数分布を調整することによって、計算領域内への長周期波の反射をできるだけ抑制した。

#### 4. Boussinesq 方程式モデルとの比較

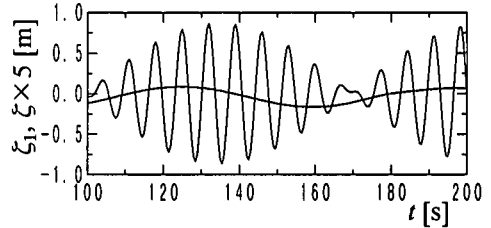
計算精度を調べるため、一定水深 $10\text{ m}$ における長さ $180\text{ m}$ 、幅 $72\text{ m}$ の長方形港湾に3方向成分合成波を入射させたときの港内長周期波の計算結果を、同一条件を用いた Boussinesq 方程式の計算結果(喜岡・柏原, 1995)と比較した。港湾境界および海岸境界ともすべて完全反射の条件を与えている。港湾長手方向に対して波向 $\Delta\theta = 0$ と $\Delta\theta = \pm 10^\circ$ の3成分波を入射させたときの湾奥隅角部における計算波形の一例、および長周期波の周期 $T_L$ に対する波高 $H_L$ の変化を表す湾水応答曲線を、それぞれ図-2、図-3に示す。合成波の波高は $1\text{ m}$ 、1次成分波の平均周期は $7\text{ s}$ である。ラディエーションストレスによる長周期波の振幅は、Boussinesq 方程式による結果と比べると幾分か大きい。両者は短周期側を除いてよく一致している。

実際の港湾へ侵入する長周期波には、2次長周期波(拘束長周期波)のみならず、うねりとして遠方から伝播してきた自由長波や、波群が屈折、回折、流れの影響を受けて変形する際に発生する自由長波が混在していると考えられる。その混在形態については現在のところ十分に明らかでないが、両モードの長周期波が入射したときの港内長周期波の挙動を正確に計算することは予測精度の向上を図る上でも重要である。

図-4は、開口幅 $60\text{ m}$ の両翼防波堤をもつ長さ $300\text{ m}$ 、幅 $120\text{ m}$ の長方形港湾に対して、 $\theta = 0$ の2成分合成波を入射させたときの湾奥隅角部における時間波形を、2次長周期波(Sub-harmonic)のみを入射させたケースと、開口部付近で2次長周期波との位相差が $\delta$ となるよ



(a) Boussinesq 方程式モデル



(b) ラディエーションストレスモデル

図-2 計算波形の比較 ( $\pm \Delta\theta = 10^\circ$ )

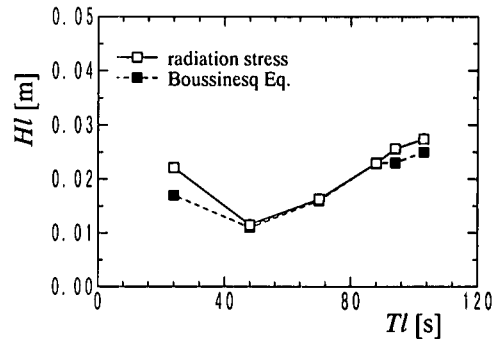


図-3 応答曲線の比較 ( $\pm \Delta\theta = 10^\circ$ )

うに自由長波を造波境界で混入させたケースについて比較したものである。水深は一定で $10\text{ m}$ 、短周期波の合成波高は $1\text{ m}$ 、平均周期は $8\text{ s}$ で、長周期波の周期は $T = 52\text{ s}$ 、位相差 $\delta$ で入射させた自由長波の振幅は2次長周期波の振幅と等しくとった。湾口部で両モードの位相が等しく、侵入する長周期波の振幅が2倍である $\delta = 0$ のケースでは港内長周期波はほぼ $0$ に抑えられるのに対し、逆位相で見かけ上侵入長周期波の振幅が $0$ となる $\delta = \pi$ のケースでは港内長周期波の振幅は約2倍になっている。このことは、波群に伴う2次長周期波の湾口付近で回折(すなわちラディエーションストレスの急な変動)により2次長周期波と逆位相でこのケースでは振幅がほぼ等しい自由長波が発生することによる。開口部が狭く回折による波高変化が著しい港湾ではこの自由長波が港内で卓越する。図-5は、港湾長手方向の空間波形を示したもので、混在する自由長波の位相差により、港内長周期水面変動は大きく変化していることがわかる。

ラディエーションストレスモデルにおいては個々波の

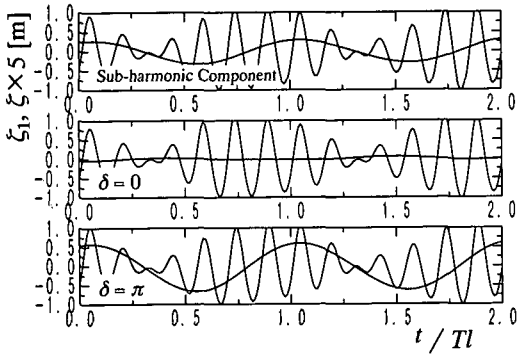


図-4 自由長波が混在するときの計算波形 (Boussinesq 方程式による)

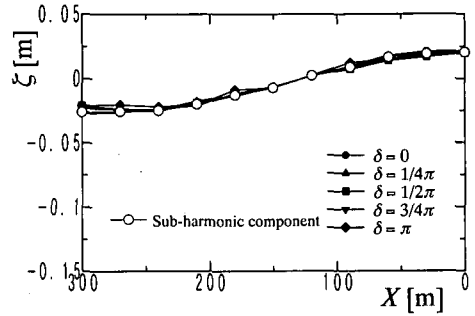


図-6 自由長波成分を除いた空間波形 ( $\pm\Delta\theta=10^\circ$ )

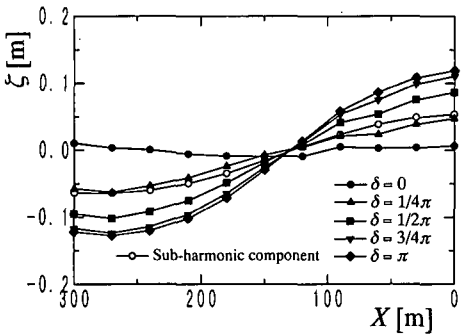


図-5 湾長手方向の空間波形 (Boussinesq 方程式による)

算定に方向分散法を用いているため、図-4 および図-5 と同じ条件で入射波群を波向  $\Delta\theta=0$  および  $\Delta\theta=\pm 10^\circ$  の3成分波としたときの港内長周期波を Boussinesq 方程式モデルと比較した。ただし、2次長周期波と振幅が等しい自由長波成分の入射角は  $\theta=0$  とした。自由長波を混在させないケースと同様に、ラディエーションモデルによる長周期波の振幅は Boussinesq 方程式による結果と比べてわずかに大きい両者はほぼ一致した。混在する自由長波が港内長周期波に及ぼす影響を調べるため、湾長手方向の空間波形について自由長波成分を線形的に差し引いたものを比したものが図-6 である。Boussinesq 方程式による結果もグラフ上の差異は見られないため、図にはラディエーションストレスモデルによる結果のみを示してある。自由長波成分を差し引いた波形は2次長周期波のみを入射させたときの波形とほぼ重なり合う。このことは、2次長周期波による港内長周期波の計算とは別途に線形理論を用いた侵入自由長波の計算を行い、両ケースの結果を重ね合わせることができることを示しているが、位相差により港内長周期波が大きく異なることに注意を要する。

### 5. 鹿島港長周期波の再現

大規模港湾の例として鹿島灘に面する鹿島港を取り上げ、ラディエーションストレス法により港内長周期波の予測を試みた。鹿島港では、港外および港内中央部において毎正時前後30分間の計60分間の波浪データを収集している(平石ら, 1997)。ここでは、1996年の台風18号の通過に伴い水深23mの港外観測点で有義波高  $H_{1/3}=35.5$  cm, 有義波周期  $T_{1/3}=95.0$  s の長周期波が観測された9月20日22時の波浪データについての検討結果を示す。

計算領域は、鹿島港全域と鹿島港を中央に海岸境界方向に10 km, 沖合い方向に6 kmの長方形領域とした。鹿島灘全域を含む水深データはすでに作成されているが(平石ら, 1998)、等深線データとして収録されているため、計算領域内の水深データをスプライン補間して格子点データを作成した。

1次成分波の入射スペクトルは、沖合い約2.3 kmの水深23 mの港外観測点でこのとき観測された有義波高  $H_{1/3}=4.18$  m, 有義波周期  $T_{1/3}=14.4$  s から求めたブレットシュナイダー・光易型周波数スペクトルに光易型方向分布関数を用いて与えた。方向集中度パラメーター  $S_{max}$  は、合田・鈴木(1975)の方法を用いて推定した。計算に用いたスペクトル帯域は、周波数についてピーク周波数の0.6倍~2.2倍、方向について主波向きを基準に  $\pm 45^\circ$  の範囲であり、シングルサンメーション法により512成分を与えた。計算領域の入射境界はスペクトルを与えた沖合い2.3 kmのラインよりさらに沖合い3.7 kmに設定しているため、2.3 kmを仮想の入射境界とみなしてそこから沖方向に屈折計算を行い各点の1次波の振幅と波向きを求めるとともに、岸方向にも同様な計算を行った。現地の長周期波はほぼ周期30 s以上の波と見なせるので、ラディエーションストレス各成分は、各点において1次成分波の周波数差が1/30 Hzより小さくなる組み合わせに対してのみ計算しておけばよい。なお、港外

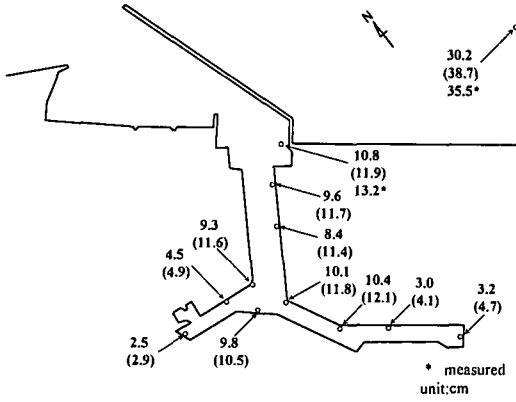


図-7 鹿島港各点の長周期有義波高

の海岸境界では短周期の1次成分波については境界付近で強制的に碎波させ、長周期波については完全反射の条件を用いた。港湾境界についても詳細な反射率は不明であるため、1次波に対しては、北側航路奥にある自然海浜で0、消波ブロック岸壁で0.5、その他の直立護岸では一律に0.9とし、長周期波に対しては、自然海浜を透水層で近似する他はすべて完全反射とした。

以上により計算した港内各点の長周期波の  $H\ell_{1/3}$  を図-7に数値で示す。1回の有効計算時間は3000sで、初期位相角を与える乱数を変化させた計算を2度繰り返し、有義波高を決定した。航路長手方向の重複波の共振モードによる長周期波の増幅は認められず、港内長周期波の波高は港外の1/3以下に抑えられている。予測値は港口付近で取得された観測データと比べて小さく、これは拘束長波とは別に侵入してくる自由長波を考慮していないことによる。さらに、ここでは長周期波に対して防波堤を不透過境界としているが、防波堤のマウンド部分から長周期波のエネルギーのいく割かが港内へ伝達していることも原因として考えられる。

港外からの自由長波の侵入による寄与分を評価するために、平石ら(1997, 1998)によって提案されている次の長周期波のスペクトル近似形を用いて、入射境界で自由長波成分を混入させた計算を行った。

$$S(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} f_{ba})^{-5} \cdot \exp[-1.03(T_{1/3} f_{ba})]^{-4} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、標準スペクトル(プレットシュナイダー・光島型周波数スペクトル)において長周期波成分を分割し、かつ長周期波成分のスペクトル密度を決定する境界周波数  $f_{ba}$  は、ピーク周波数  $f_p$  を用いて  $f_{ba} = f_p / 1.65$  で与える。前述の自由長波の混在を考えない計算結果では、港外の水深23mの地点において観測値  $H\ell_{1/3} = 35.5$  cm に対し計算値は  $H\ell_{1/3} = 30.2$  cm であったため、この差を自由長波成分と考えて波高比から式(14)を用いて周波数

スペクトルを求めた。周波数の範囲は  $0.01f_{ba} \sim f_{ba}$  とし、方向分布関数については短周期側と同様に光島型方向分布関数が近似的に適用できるものとした。用いた成分数は50である。計算結果を図-7に括弧付き数値で示す。自由長波の混在を仮定した予測値は、港内各点でより大きな長周期波高を与えているが、防波堤背後の観測データと比べると幾分か小さい。

6. おわりに

ラディエーションストレスに基づく港内長周期波の非定常計算モデルを新たに開発し、その適用性を Bousinesq 方程式モデルによる計算結果と比較することによって明らかにした。また、自由長波成分の混在を仮定した数値計算により、自由長波のみの入射による計算結果と拘束長波のみの結果を線形的に合成させて混在下の長周期波を算定することによる誤差は極めて小さいものの、両モードの長周期波成分の位相差を適切に考慮した計算を行う必要があることが明らかになった。本計算モデルは現地大規模港湾領域に対しても適用が可能である。

謝辞：鹿島港長周期波の計算は、名古屋工業大学大学院工学研究科博士後期課程・Akter Hossain氏によったことを記し、謝意を表す。

参考文献

金山 進・清水琢三・磯部雅彦 (1994): プシネスク方程式を用いたサーフビート・水位上昇の平面二次元計算, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 61-65.

喜岡 渉・石原健司 (1993): 波群の屈折に伴う2次長周期波の伝播変形解析, 土木学会論文集, No. 467/II-23, pp. 75-82.

喜岡 渉・柏原謙爾 (1995): 2次長周期波の湾水振動に及ぼす来襲波の多方向性の影響, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 296-300.

喜岡 渉・柏原謙爾・相川久紀・田中正博 (1996): 多方向不規則波による港内副振動の予測モデルとその適用性, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 196-200.

合田良実・鈴木康正 (1975): 光島型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230, 45 p.

平石哲也・河野信二・玉城重則・長谷川準三 (1997): 港湾構造物の設計に用いる長周期波の標準スペクトルについて, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 246-250.

平石哲也・河野信二・片山裕之・松島三郎 (1998): 鹿島湾における長周期波の出現頻度と荷役稼働率について, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 316-320.

丸山康樹・櫛山 勉・鹿島遼一・原 隆幸 (1982): 位相折り返し法による港内波高計算手法, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 120-124.

Dalrymple, R. A. (1988): Model for refraction of water waves, Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 114, No. 4, pp. 423-435.

Mei, C. C. (1983): The applied dynamics of ocean surface waves, John Wiley, 740 p.

Sand, S. E. (1982): Long waves in directional seas, Coastal Eng., Vol. 6, pp. 195-208.