

# 第三世代波浪推算モデルの浅海域への適用

宇都宮好博\*・大西健二\*\*・鈴木 靖\*\*\*

## 1. 緒 言

我が国の港湾設計における実務では、四半世紀前に開発された第一世代波浪推算モデルの MRI モデルが改良を加えられて用いられ、今日に至っている。

一方、約 10 年前に、WAMDI Group (1988) により第三世代波浪推算モデル (WAM モデル) が開発され、各国で現業波浪予測に用いられるようになった。

日本の気象庁 (JMA) においても現業用の波浪推算モデルとして、第一世代波浪推算モデル (MRI, 1977 年～1986 年 9 月)、第二世代波浪推算モデル (MRI-II, 1986 年 10 月～1998 年 4 月) が用いられてきたが、1998 年 4 月 23 日 00 UTC から第三世代波浪推算モデル (MRI-III) が用いられている。

こうした情勢の中、(財)日本気象協会 (JWA) では 1993 年に全球の第三世代波浪推算モデル (JWA 3G) を開発し (磯崎・鈴木, 1999)、航路気象用にルーチン運用してきたが、莫大な計算機資源を必要とすることから、港湾設計等のための波浪推算には用いられていなかった。

しかし、今日の計算機の進歩により第三世代波浪推算モデルが比較的容易に計算できるようになったことから、港湾調査において一貫して (沖から岸まで) 第三世代波浪推算モデルで計算可能なように、深海域専用 (全球) の JWA 3G モデルを浅海域に拡張した JWA 3GS モデルの開発をおこなった。

## 2. モデルの概要

### (1) 基礎方程式

球面座標系におけるエネルギー平衡方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\varphi \cos \varphi F) + \frac{\partial}{\partial \lambda} (\lambda F) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\theta F) + \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega F) = S \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\phi = \frac{C_g \cos \theta - \bar{U}|_{\text{north}}}{R} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\lambda = \frac{C_g \sin \theta - \bar{U}|_{\text{east}}}{R \cos \varphi} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\theta = \frac{C_g \sin \theta \tan \varphi}{R} + \theta_h \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\theta_h = \frac{1}{kR} \frac{\partial \omega}{\partial h} \left( \sin \theta \frac{\partial h}{\partial \varphi} - \frac{\cos \theta}{\cos \varphi} \frac{\partial h}{\partial \lambda} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\omega = \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $F(f, \theta)$ : 波浪のスペクトルエネルギー、 $f$ : 周波数、 $\theta$ : 波向、 $\varphi$ : 緯度、 $\lambda$ : 経度、 $t$ : 時間、 $\omega$ : 角周波数、 $U$ : 流れ、 $C_g$ : 群速度、 $R$ : 地球の半径、 $h$ : 水深、である。

また、分散関係式は以下のように表される。

$$\omega = \sigma + \bar{k} \cdot \bar{U} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma = \sqrt{gk \tanh kh} \quad \dots\dots\dots (8)$$

さらに、式 (1) の右辺のソースファンクション  $S$  は、風から波へのエネルギー輸送、非線形エネルギー輸送、エネルギー消散、海底摩擦を考慮し、次式で表される。

$$S = S_{\text{net}} = S_{\text{in}} + S_{\text{nl}} + S_{\text{ds}} + S_{\text{bf}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

### (2) 風から波へのエネルギー輸送項

風から波へのエネルギー輸送項に関しては Miles の発達機構のみを考慮し、次式を用いる。

$$S_{\text{in}} = B \cos(\theta_{\text{wind}} - \theta) F(f, \theta) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで係数  $B$  は、Hsiao・Shemdin (1983) の式を基に Mitsuyasu・Honda (1982) の式に接触するようにした次式を用いる。

$$B = \begin{cases} 0.065 \left( \frac{u_*}{c} - 0.018 \right)^2 \cdot 2\pi f & \frac{u_*}{c} \leq 0.2 \\ 0.34 \left( \frac{u_*}{c} \right)^2 \cdot f & \frac{u_*}{c} > 0.2 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $c$ : 浅海の波速、 $u_*$ : 摩擦速度であり、海面上 10 m 高度の風速  $U_{10}$  と  $Wu$  (1980) の式を用いて以下のように表せる。

\* 正会員 工修 (財)日本気象協会 調査部海洋調査課  
 \*\* 理修 (財)日本気象協会関西本部 調査部海洋調査課  
 \*\*\* 理博 (財)日本気象協会 調査部数理応用課

$$u_* = U_{10}\sqrt{C_D} \dots\dots\dots(12)$$

$$C_D = (0.8 + 0.065 U_{10}) \times 10^{-3} \dots\dots\dots(13)$$

(3) 非線形エネルギー輸送項

Hasselmann (1962) により導かれた4つの異なる成分波間の非線形エネルギー輸送項は次式のボルツマン積分で表される。

$$S_{nl}(\vec{k}_4) = \iiint \omega_4 \sigma \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) \times \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) [n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)] d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 $n_i$  は作用密度、 $\sigma$  は成分波間の結合係数、 $\delta$  はデルタ関数で4波の共鳴条件を表している。この4波の共鳴条件は次式で表される。

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4 \dots\dots\dots(15)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \dots\dots\dots(16)$$

式(14)を厳密に解く場合、全ての成分波のありとあらゆる組み合わせを計算する必要があり、現在の計算機的能力では実用上不可能である。Hasselmannら(1985)は式(14)そのものを近似計算する離散相互作用(Discrete Interaction)近似を提案した。本研究では、改良離散相互作用近似を使用し、次式の4つの成分波間の非線形エネルギー輸送を計算する。

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_2 = \omega \\ \omega_3 = (1 + \lambda)\omega = \omega_+ \\ \omega_4 = (1 - \lambda)\omega = \omega_- \end{cases} \dots\dots\dots(17)$$

$$\lambda = 0.19 \dots\dots\dots(18)$$

式(17)、(18)と共鳴条件により、波向の条件は以下のようなになる。

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_2 = 0^\circ \\ \theta_3 = \pm 10.20^\circ \\ \theta_4 = \mp 22.47^\circ \end{cases} \dots\dots\dots(19)$$

以上4つの成分波の組み合わせについて、式(14)の積分を整理すると、非線形エネルギー輸送項は次式で計算される。

$$\begin{cases} \delta S_{nl} \\ \delta S_{nl}^+ \\ \delta S_{nl}^- \end{cases} = \begin{cases} -2 \frac{\Delta f \Delta \theta}{\Delta f \Delta \theta} \\ (1 + \lambda) \frac{\Delta f \Delta \theta}{\Delta f^+ \Delta \theta} \\ (1 - \lambda) \frac{\Delta f \Delta \theta}{\Delta f^- \Delta \theta} \end{cases} C g^{-4} f^{11} \times \left\{ F^2 \left[ \frac{F_+}{(1 + \lambda)^4} + \frac{F_-}{(1 - \lambda)^4} \right] - 2 \frac{F F_+ F_-}{(1 - \lambda^2)^4} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

ここに、係数Cは、この改良離散相互作用近似計算結果が厳密計算結果と合うように決められた係数であり、 $C = 2.5 \times 10^7$  が採用されている。

一方、浅海域における非線形相互作用は、Herterich・

Hasselmann (1988) により次式が提案されており、本モデルにも次式を組み込んだ。

$$S_{nl}(\text{shallow}) = R(k_p h) S_{nl}(\text{deep}) \dots\dots\dots(21)$$

$$R(\chi) = 1 + \frac{5.5}{\chi} \left( 1 - \frac{5\chi}{6} \right) \exp\left( -\frac{5\chi}{4} \right) \dots\dots\dots(22)$$

ここで、 $\chi = k_p h$ 、 $k_p$  : ピーク波数、であり、 $\chi > 0.7$  の範囲で適用可能である。式(21)と(22)式の関係は  $\chi > 0.4$  の範囲で正しいことが確かめられているが、水深がさらに浅くなると、これらの弱非線形相互作用理論は成り立たなくなる。

(4) エネルギー消散項

砕波によるエネルギー消散は最も解決困難な物理過程である。波浪モデルにおけるエネルギー消散項は、他の物理機構と組み合わせた総合的な波浪の発達・減衰過程が観測結果と符合するように、波浪モデルの物理過程全体を調整する役目を果たしている。

そこで、風波スペクトルの平衡領域では  $S_{net}$  の物理機構がバランスしているという Phillips の仮説を基に、平衡領域においては各物理機構の大きさは同程度のオーダーであると仮定し、次元解析およびスケールングを行った。

$$S_{ds} = -C_b \bar{\omega} \left( \frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^3 \left( \frac{E^*}{E_{PM\text{shallow}}^*} \right)^m F \dots\dots\dots(23)$$

ここで、上式のベキ指数  $m$  は、鳥羽による波高と周期の3/2乗則が成り立つように決められた。

$$\bar{\omega} = E^{-1} \iint \omega F(\omega, \theta) d\omega d\theta \dots\dots\dots(24)$$

$$E = \iint F(\omega, \theta) d\omega d\theta \dots\dots\dots(25)$$

$$E^* = E \bar{\omega}^4 / g^2 \dots\dots\dots(26)$$

$$E_{PM\text{shallow}}^* = 4.57 \times 10^{-3} \times \frac{\tanh^2 kh}{1 + 2kh / \sinh 2kh} \dots\dots\dots(27)$$

$$m = 2 \dots\dots\dots(28)$$

$$C_b = 6.0 \times 10^{-5} \dots\dots\dots(29)$$

さらに、減衰係数  $C_b$  は、一定の風を与えたときの風波の発達率が経験則に合うよう調整されている。

(5) 海底摩擦項

海底摩擦項に関しては、JONSWAP 実験で得られた以下の式を用いた。

$$S_{br} = -\frac{\Gamma}{g^2} \frac{\omega^2}{\sinh^2 kh} F \dots\dots\dots(30)$$

$$\Gamma = 0.038 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3} \dots\dots\dots(31)$$

(6) 移流項の差分スキーム

移流項の計算手法の一つとして、MRI や MRI-II など用いられた JUMP 法と呼ばれる特性曲(直)線法があるが、球面座標系では使用できない。また、他の第三世代波浪モデルである WAM や MRI-III は1次の風上差

分が用いられているが、このスキームは計算時間がかからないという利点はあるものの、エネルギーの拡散が大きすぎるという欠点がある。そこで、本モデルではハイブリッド上流差分を用いる。

簡単のために次式のような1次元の移流方程式を例にとると、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (32)$$

ハイブリッド上流差分は次式のように表される。

$$\frac{u_j^* - u_j^n}{\Delta t} + c \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \dots\dots\dots (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \frac{1}{\alpha + \beta} & \left( \alpha c \frac{2u_{j+1}^n + 3u_j^n - 6u_{j-1}^n + u_{j-2}^n}{6\Delta x} \right. \\ & \left. + \beta c \frac{2u_{j+1}^* + 3u_j^* - 6u_{j-1}^* + u_{j-2}^*}{6\Delta x} \right) = 0 \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

ここに  $\alpha = \beta = 1/2$  である。

ハイブリッド上流差分は式 (33), (34) のように二段階で差分計算を行うもので、予測子として1次上流差分を用い、修正子として3次上流差分を用いたスキームである。

(7) 成分波の分割

前節までの式に従い波浪スペクトルを数値計算で求めるには、連続量である周波数と方向を有限個に分割する必要がある。このモデルでは分割個数は可変となっているが、周波数を25成分、方向(波向)を36成分の計900個の成分波に分割した。

$$f_n = \alpha^{n-1} f_1, (\alpha = 1.09, n = 1 \sim 25) \dots\dots\dots (35)$$

$$\theta_n = n\Delta\theta, (\Delta\theta = 10^\circ, n = 1 \sim 36) \dots\dots\dots (36)$$

なお、本モデルで表現されている周期の範囲は、周期28.6秒から周期3.6秒であるが、周期の範囲は容易に変更可能である。

3. テスト計算

ここでは、モデルの浅海域への適用性についてテスト計算をおこなった。このテスト計算は、SWAMP(1985)およびSWIM(1985)のテスト計算の一部を真似たものである。

まず、モデル地形としてはSWAMPに倣いほぼ1,100 km×1,100 kmの矩形海域を対象としたが、このモデルは緯度経度座標を用いているため、南緯5度～北緯5度、東経130度～東経140度の海域を対象として、格子間隔は緯度経度とも0.5度(約55 km)とした(21×21の格子網)。なお、周囲の四辺は陸地としている。

計算条件は、周波数25成分(0.035 Hz～0.277 Hz)、波向36成分(5°～355°)、計算時間間隔10分、計算時間72時間、とした。

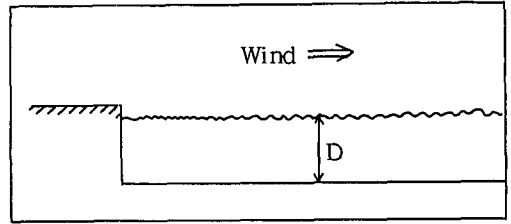


図-1 一定水深ケースのテスト条件図

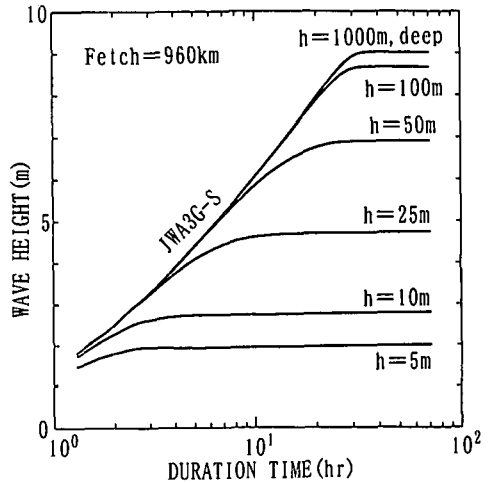


図-2 波高の時間発達特性の水深依存図

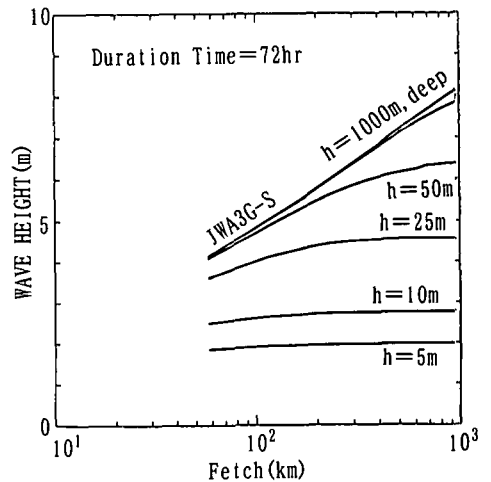


図-3 波高の空間発達特性の水深依存図

なお、式(13)の抵抗係数  $C_D$  は、SWAMPに合わせるため、 $C_D = 1.83 \times 10^{-3}$  を用い、風速は  $U_{10} = 20$  m/s とした。

(1) 一定水深ケース

ここでは、矩形の海域を一定水深(5,000 m, 1,000 m,

100 m, 50 m, 25 m, 10 m, 5 m)とし、海域全てに 20 m/s の風が岸から沖に定常的に吹いている理想発達状態を計算した(SWIM テストの Case-I)。図-1 にテスト条件(水深および風向)を示す。

吹送距離約 1,000 km 地点における時間発達を 図-2

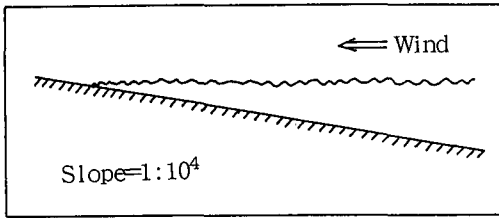


図-4 一様勾配ケースのテスト条件図

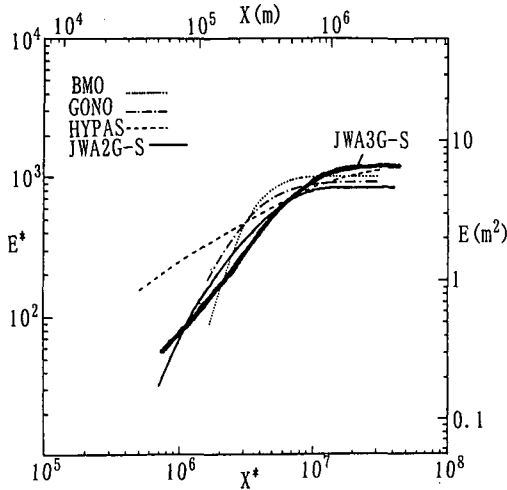


図-5 エネルギーの水深依存特性図

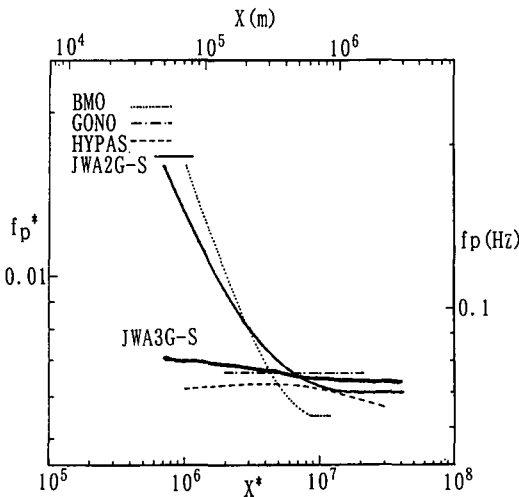


図-6 ピーク周波数の水深依存特性図

に、吹送時間 72 時間時点の空間発達を 図-3 に示す。両図とも、深海波に対する浅海の影響が妥当に計算されていると思われるが、図-3 の空間発達を見ると、吹送距離の短いところ(図の左側)で若干過大評価になっているようである。

(2) 一様勾配ケース

次いで、矩形の海域(約 6,600 km×1,100 km)を一様勾配(海底勾配=1/10<sup>4</sup>)とし、海域全てに 20 m/s の風が沖から岸に定常的に吹いている理想発達状態を計算した(SWIM テストの Case-II)。図-4 にテスト条件(水深および風向)を示す。

摩擦速度で無次元化した無次元エネルギーおよび無次元ピーク周波数の空間発達を 図-5 および 図-6 に示すが、両図とも横軸は摩擦速度で無次元化された離岸距離であり、図-3 の横軸の吹送距離とは異なる。図中には JWA2G-S (MRI-II と同等なモデル)、BMO, GONO, HYPAS の結果も示している。

図-5 の無次元エネルギーの空間減衰は、どのモデルも沖で発達した波(図の右側)が、水深が浅くなるにつれ減衰している(図の左側)という定性的に同等な結果を示している。

一方、図-6 の無次元ピーク周波数の挙動は、エネルギーが減衰するにつれて(図の右から左)ピーク周波数が高周波側へ移行するモデル(BMO, JWA2G-S)と、ピーク周波数の変化の少ないモデル(GONO, HYPAS)とに分かれる。これは、CD(coupled discrete)モデルの BMO, JWA2G-S と CH (coupled hybrid) モデルの GONO, HYPAS とに分かれており、風波とうねりの取り扱いの相違で分かれたものと思われる。

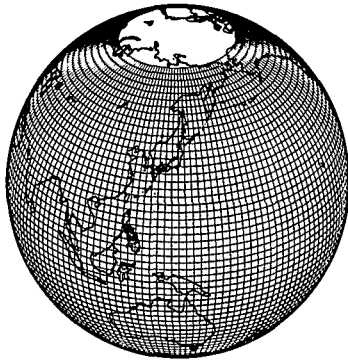
本研究の JWA3GS は、ピーク周波数を見る限り、CH モデルと同様な挙動を示しているが、これは、水深が浅くなるにつれ、海底摩擦により低周波成分が減衰するものの、精度のよい移流計算(hybrid upstream scheme)を用いているため、沖からのうねり成分が過大評価されたものと思われる。

4. 結 語

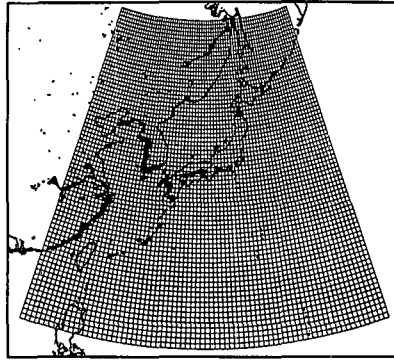
本研究では、第三世代波浪推算モデル JWA3G(深海域専用の全球モデル)を浅海域に適用可能なモデルに改良し、JWA3GS モデルを開発した。

基となった JWA3G と WAM との相違を簡単に列挙すると以下になる。①高精度な移流計算法の導入、②ソース関クションの変更、③改良離散相互作用近似の提案、④成分波の分割数(周波数 25 成分, 方向 36 成分)。

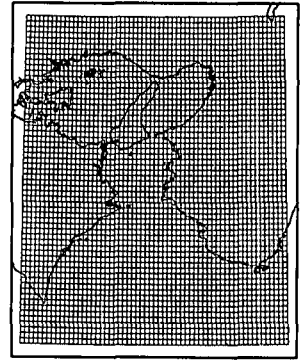
先ず、この JWA3G を浅海域に拡張した主な項目は、①水深の影響の導入、②海底摩擦項の導入、③屈折項の



(広領域)



(中領域)



(狭領域)

図-7 JWA3GS モデルの現地への適用

導入, である。

次いで, 浅海域の JWA3GS モデルの特性を把握するため, SWAMP および SWIM のテストを行った。その結果, ①水深無限大では深海の JWA3G の結果と一致, ②波高あるいはエネルギーは水深に依存して妥当な結果を与える, ③ピーク周波数はほとんど水深に依存しない, ④理想発達状態の場合, 吹送距離の短いところで過大評価を与える, ⑤うねりの計算精度が良いため, 従来のモデルに比べ過大な評価を与える, 等のことが明らかとなった。

今後, 図-7 に示すような現地へ適用するに当たり, 実測値を基にした, 非線形相互作用係数, 減衰係数等の再調整, あるいはうねりの減衰項の見直し等が必要であるが, 全球の 2.5 度メッシュ, 中領域の 0.5 度メッシュ, および狭領域の 2 分メッシュで同一レベルの計算がおこなえるようになった。

最後に, これらの実用計算には多少の計算時間が必要 (1 週間の計算に約 1 日) であるため, 波浪予測に用いるためには, さらなる工夫が必要であるが, 波浪追算に用いる場合は十分実用化できるものと思われる。

謝辞: 本研究を進めるに当たり, 愛媛大学の山口正隆教授から貴重なご指導を頂きました。ここに謹んで謝意を表します。

### 参考文献

- 磯崎一郎・鈴木 靖 (1999): 波浪の解析と予報, 東海大学出版会, p. 274.
- Hasselmann, K (1962): On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part 1, General theory, *J. Fluid Mech.*, Vol. 12, pp. 481-500.
- Hasselmann, S., K. Hasselmann, J. H. Allender and T. P. Barnett (1985): Computation and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part II: Parameterizations of the nonlinear energy transfer for application in wave models, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 15, pp. 1378-1391.
- Herterich, K. and K. Hasselmann (1988): A similarity relation for the nonlinear energy transfer in a finite-depth gravity-wave spectrum, *J. Fluid Mech.*, Vol. 97, pp. 215-224.
- Hsiao, S. V. and O. H. Shemdin (1983): Measurements of wind velocity and pressure with a wave follower during MARSEN, *J. Geophys. Res.*, Vol. 88(C14), pp. 9841-9849.
- Mitsuyasu, H. and T. Honda (1982): Wind-induced growth of water waves, *J. Fluid Mech.*, Vol. 123, pp. 425-442.
- The SWAMP Group (1985): *Ocean Wave Modeling*, Plenum Press, p. 256.
- The SWIM Group (1985): A shallow water intercomparison of three numerical wave prediction models (SWIM), *J. R. Met.*, Vol. 111, pp. 1087-1112.
- The WAMDI Group (1988): The WAM model- A third generation ocean wave prediction model, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 18, pp. 1775-1810.
- Wu, J. (1980): Wind stress coefficients over sea surface near neutral conditions: a Revisit, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 10, pp. 727-740.