

波高の極値統計解析手法に関する国際共同研究成果との比較

山口正隆*・畑田佳男**・大福 学***・野中浩一****

1. 緒 言

波高の極値統計解析に対して世界各国で様々な手法が用いられていることから、1990年にIAHRの海洋水理学部門によって組織された作業部会(委員長 ノルウェー水工学実験所 M. Mathiesen)は、ノルウェー、日本、オランダなど世界8ヶ国の研究機関が同一のシミュレーション資料および現地資料を、それぞれの極値統計解析モデルにより解析して確率波高とその信頼区間を推定し、相互比較から適切な方法を見出すという国際共同研究を行い、その成果を3つの論文(Godaら、1993; van Vledderら、1993; Mathiesenら、1994)に公表している。これらの中で結論として、①資料期間が短い波高の極値統計では、年最大波高(AM)資料より極大波高(POT)資料を用いることが適切であること、②極大波高資料の抽出にあたっては、波高の閾値とストームの分離間隔の選択が重要であり、とくに前者が確率波高の推定値に大きく影響すること、③異なる手法を用いても、確率波高推定値の差は比較的小さいが、信頼区間推定値の幅は大きいこと、④波高極値資料の等質性を確保するため、解析は季節や成因によって層別化された資料に対して行う必要があること、などが指摘されている。

国際共同研究では、最小2乗法に基づく波高の極値統計解析モデルが多くの機関で用いられているが、プロットング公式において重要な役割を果たす極大波高資料総数 N_T の影響は議論されていない。Yamaguchi・Hatada(1997)は合田(1990)の最小2乗法に基づく極値統計解析モデルを変更拡張したモデル(拡張型モデル)を提案しており、また相互比較に使用された資料は公開されている。そこで、本研究では拡張型モデルを用いた、2地点での現地波高資料の解析に基づいて、確率波高とその標準偏差を推定し、資料総数 N_T の影響を検討するとともに、国際共同研究による結果と比較する。

2. 最小2乗法に基づく極値統計解析モデル

Yamaguchi・Hatada(1997)の拡張型モデルは、候補分布にGumbel分布および形状母数 $k \geq 0.5$ の任意個数(ここでは $k=0.5 \sim 10$ の27個)のWeibull分布の計28種類(kind 28)を取り上げた場合に、最小2乗法による母数算定を前提とする、合田(1990)のプロットング公式を用いた非超過確率表示に基づく確率波高推定法、最大相関係数(ρ)基準に基づく最適分布選択法、jackknife法(Miller, 1974)に基づく確率波高の分散(標準偏差)推定法、および形状母数の範囲を拡大した合田(1990)のDOL・REC基準に基づく候補分布棄却検定法よりなる。モデルの変更点は形状母数の種類と範囲の拡大、およびjackknife法の導入である。

拡張型モデルは事象の年平均発生数 $\lambda(=N_T/K, K$:資料年数)および資料採択率 $\nu(=N/N_T, N$:採択資料数)を導入することによって、censoringの有無によらず年最大波高資料および極大波高資料の両者に適用するという合田(1990)のモデルの特徴を引き継ぐ。

候補分布として用いるGumbel分布および3母数Weibull分布の非超過確率 $F(H)$ はそれぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} F(H) &= \exp[-\exp\{-(H-B)/A\}], \\ & \quad -\infty < H < \infty \\ F(H) &= 1 - \exp[-\{(H-B)/A\}^k] \\ & \quad B \leq H < \infty \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに、 A :尺度母数、 B :位置母数、である。また、jackknife法による確率波高の分散推定式は次式で与えられる。

$$\sigma_n^2 = (N-1) \frac{\sum_{i=1}^N (H_{*i} - H_*)^2}{N}, \quad H_* = \frac{\sum_{i=1}^N H_{*i}}{N} \dots\dots(2)$$

ここに、 H_{*i} は N 個の原資料から順次1個の資料を取り除いた $N-1$ 個の資料を用いて得られる確率波高である。その適用にあたっては、原資料に対して選択された最適分布を固定したうえで、計算条件を資料年数 K 、資料数 $N-1$ 、資料総数 N_T-1 とする。

拡張型モデルは既知母分布の場合、年最大波高資料お

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部環境建設工学科
** 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部環境建設工学科
*** 愛媛大学技官 工学部環境建設工学科
**** 学生会員 工修 愛媛大学大学院理工学研究科

よび極大波高資料の両者に対して確率波高とその分散の推定誤差をほとんど生じない (Yamaguchi・Hatada, 1997)。また、候補分布を現行の5種類 (Gumbel分布と $k=0.75, 1.0, 1.4, 2.0$ の Weibull 分布) とし、確率波高の分散を jackknife 法 (kind 5) あるいは合田 (1990) の標準偏差評価式 (Goda) により推定する方法も用いる。

3. Haltenbanken における波高資料と解析結果の考察

3.1 波高資料

これはノルウェーの大陸棚に位置する Haltenbanken (水深 280~290 m) における 1980~1988 年の 9 年間 3 時間ごとの波高時系列資料 (第 1 位波高 12.51 m) である。欠測資料や不備な資料は 6 時間間隔の波浪追算結果を 3 時間ごとに補間した資料により補充されており、波高資料は 15578 個の観測値、第 1 位波高を含む 5365 個の追算値および 5361 個の補間値の合計 26304 個よりなる。極大波高資料は、van Vledder ら (1993) の論文を参照して、時系列資料から波高の閾値 H_c を 3, 6, 7, 7.5, 8.7, 9 m, 極大波高最小生起時間間隔 t_d を 18, 48, 72, 96 hrs として求めた。つまり、 H_c 以上の極大波高資料が得られても、資料の独立性を確保する観点から、その生起時間間隔が t_d 未満であれば、小さい方の極大波高資料を採用しないという操作を行う。資料数は $H_c=3$ m に対して $t_d=18$ hrs で 602, $t_d=96$ hrs で 339, $H_c=9$ m に対して $t_d=18$ hrs で 36, $t_d=96$ hrs で 30 であり、 H_c および t_d が大きいほど少ない。また、 H_c と t_d の各組合せに対する資料数は、極大波高資料の抽出方法 (プログラム) が異なるため、van Vledder ら (1993) の論文の資料数と若干一致しないものもある。

図-1 は 32 日以上成分を FFT 法で除去した 9 年間 3 時間ごとの波高時系列資料から得た自己相関係数 $r(j)$ を示したものであり、54 時間 ($j=18$) で自己相関係数は 0 点を横切る。また、9 年間 108 ケースの月別資料に対する自己相関係数が 0 点を横切る時点の平均値と標準偏差は 82 ± 45 hrs, 基準波高 $H_c=3$ m を越える波高の継

続時間の平均値と標準偏差は 39 ± 52 hrs である。以上の諸特性を考慮すると、極大波高資料の独立性を確保するためには、極大波高最小生起時間間隔 t_d を 48 時間程度以上とすることが望ましいと考えられる。

3.2 解析結果の考察

解析は年最大波高資料および極大波高資料に対して行った。とくに、極大波高資料の場合には、 $N_T=N$, $N_T=339$ ($H_c=3$ m, $t_d=96$ hrs とした場合の資料数) および $N_T=200, 250, 300, 350, 400$ の条件を用いた。そして全ケースについて極値資料への最適分布のあてはめ図と Q-Q プロット図を作成するとともに、視察による極値資料への最適分布の適合度を $\circ \sim \Delta \sim \times$ の間の 5 段階で判別した。後者は相関係数が必ずしも最上位値資料付近に対する最適分布の適合度を代表する指標でないことを考慮したためである。表-1 は解析結果の一覧であり、表中には資料抽出条件や資料数条件、100 年確率波高 H_{100} とその標準偏差 $\sigma_{H_{100}}$, 5 段階で表示した適合度判別指標、極値統計解析モデルの種類などが与えられる。

まず年最大波高資料に基づく結果をみると、kind 28 のモデルでは、候補分布の幅が広いので、より尖鋭な分布が最適分布として選択されており、確率波高と標準偏差は低めの値となっている。ただし、相関係数は他のモデルによるものよりかなり大きい。しかし、資料数が少ないため、必ずしも適切な確率波高が得られていないのが問題である。また、合田のモデルによる最適分布は kind 5 のモデルによるものと同一であるが、その標準偏差 1.33 m は jackknife 法に基づく結果 0.54 m の 2 倍以上の値となっている。

極大波高資料に基づく結果において、まず極大波高最小生起時間間隔 t_d の影響をみると、 $N_T=N$ あるいは $N_T > N$ とする解析結果のいずれについても、確率波高は $t_d \geq 48$ hrs の場合 t_d によってあまり変化しないのに対して、 $t_d=18$ hrs の場合高めに評価される。すなわち、極大波高最小生起時間間隔があまり小さいと、極大波高資料の独立性が確保されず、その結果、確率波高は適切に評価されない可能性が生じる。

波高の閾値 H_c ($t_d=96$ hrs) の影響をみると、 H_c が 6 m から 9 m に増加するに伴い、 $N_T=N$ の解析では、確率波高が 14.78 m から 13.83 m に減少するのに対し、 $N_T > N$ とする解析では、確率波高は 14.08 m から 14.29 m の範囲にあり、その変化は小さい。また、 $H_c=3$ m ($N_T=N$) の場合の確率波高は 16.50 m であるから、他の H_c の場合に比べてかなり大きい。以上のように、確率波高の推定値は波高の閾値 H_c に強く依存するが、 $H_c \geq 6$ m, すなわち第 1 位波高の 1/2 程度以上の場合、とくに $N_T > N$ とする解析では H_c によってあまり変化しない。

資料総数 N_T の影響をみると、 N_T の増加に伴う確率波

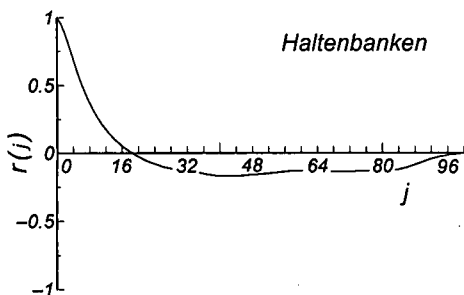


図-1 Haltenbanken における波高資料の自己相関係数

表一 Haltenbanken における波高資料の極値統計解析結果

data, H_c, t_d	N	N_T	k	ρ	H_{100} m	$\sigma_{H_{100}}$ m	fit	com.
AM	9	9	7.0	.9884	13.37	0.46	○	kind 28
	9	9	2.0	.9614	14.17	0.54	△	kind 5
	9	9	2.0	.9614	14.17	1.33	△	Goda
POT 6 m, 18 hrs	212	212	1.4	.9964	15.06	0.49	△	kind 28
	212	339	1.8	.9978	14.70	0.48	○△	kind 28
POT 6 m, 48 hrs	172	172	1.6	.9974	14.65	0.47	○△	kind 28
	172	339	2.8	.9986	14.25	0.45	○	kind 28
POT 6 m, 72 hrs	144	144	1.6	.9972	14.76	0.50	○△	kind 28
	144	144	1.4	.9954	15.38	0.54	×	kind 5
	144	144	1.4	.9954	15.38	0.68	×	Goda
	144	339	4.0	.9981	14.15	0.47	○	kind 28
POT 6 m, 96 hrs	134	134	1.6	.9967	14.78	0.52	○△	kind 28
	134	339	5.0	.9974	14.08	0.48	○	kind 28
POT 3 m, 96 hrs	339	339	1.5	.9963	16.50	0.51	×	kind 28
POT 7 m, 96 hrs	94	94	1.5	.9940	14.58	0.56	△	kind 28
	94	339	3.5	.9955	14.29	0.55	○△	kind 28
POT 7.5 m, 96 hrs	76	76	1.4	.9913	14.63	0.59	△	kind 28
	76	339	3.5	.9938	14.27	0.57	○	kind 28
POT 8.7 m, 96 hrs	35	35	1.7	.9913	14.04	0.51	○△	kind 28
	35	339	10.0	.9913	14.29	0.53	○	kind 28
POT 9 m, 96 hrs	30	30	1.8	.9903	13.83	0.49	○△	kind 28
	30	339	10.0	.9900	14.23	0.53	○△	kind 28
POT 6 m, 96 hrs	134	200	2.4	.9947	14.33	0.50	○△	kind 28
	134	250	3.0	.9947	14.25	0.48	○△	kind 28
	134	300	4.0	.9947	14.13	0.48	○	kind 28
	134	400	7.0	.9947	14.05	0.48	○	kind 28
POT 6 m, 48 hrs	172	200	1.8	.9982	14.52	0.47	○△	kind 28
	172	250	2.2	.9985	14.32	0.46	○	kind 28
	172	300	2.6	.9986	14.23	0.45	○	kind 28
	172	400	3.5	.9986	14.14	0.45	○	kind 28

$K=9$ years (1980~1988) $H_{max}=12.51$ m

高の変化は比較的小さい。この傾向は $N_T > 1.5N$ の場合に、いずれの t_d および H_c に対するケースでも見られる。確率波高は $t_d \geq 48$ hrs, $H_c \geq 6$ m の場合、同程度の値をとる。

このほか、つぎの特徴が指摘される。

① $N_T = N$ とする解析では、形状母数は t_d や H_c によってあまり変化せず、 $N_T > N$ とする解析に比べて相対的に小さい。一方、 $N_T > N$ とする解析では、資料採択率が小さいほど、形状母数が大きい値をとる傾向にある。また、後者の相関係数が前者の相関係数より高く、適合度が高い。

② 確率波高の標準偏差は $H_c = 6$ m の場合、 t_d や N_T にあまり依存しない。また $N_T > N$ とする解析の場合に小さい。

③ kind 5 のモデルに基づく結果 ($N_T = N = 144$, $H_c = 6$ m, $t_d = 72$ hrs) では、候補分布の数が kind 28 のモデルに比べて限られることから、相関係数は小さく、しかも確率波高および標準偏差は大きく評価されている。また、合田の標準偏差評価式は jackknife 法より一貫して大きい値を与える。

④ $H_c = 3$ m の場合の $N_T = N$ とする解析では、すべて

の候補分布が棄却されるが、それ以外の解析では、最適分布を含めて少なくとも 2 つの候補分布は棄却されない。

図-2 は $N_T = N$ および $N_T > N$ として kind 28 のモデルによる解析を行った場合の Q-Q プロット図を 2 種類の t_d に対する極大波高資料について示したものであり、いずれも相関係数の値はかなり大きい。しかし、 $N_T = N$ とする解析では、上位値および下位値の適合度が十分でないのに対して、 $N_T > N$ とする解析では、資料全体に対する適合度が $N_T = N$ とする解析結果より高い。

今回の検討結果を総合すると、Haltenbanken における 100 年確率波高とその標準偏差は $t_d = 48 \sim 96$ hrs に対して $(14.08 \sim 14.25) \pm (0.45 \sim 0.48)$ m、小数点第 1 位では 14.2 ± 0.5 m と推定される。一方、van Vledder ら (1993) の論文に記載された結果では、8 機関による 100 年確率波高と標準偏差の平均値は 15.0 ± 1.0 m であるから、今回の推定結果よりかなり大きい。ただし、標準偏差は 90% 信頼区間の平均値 1.7 m を正規分布における 90% 値 1.6449 で除して求めている。

なお、Mathiesen ら (1994) は波高の極値資料を季節別あるいは成因別に分けて解析を行う層別化手法の適用を

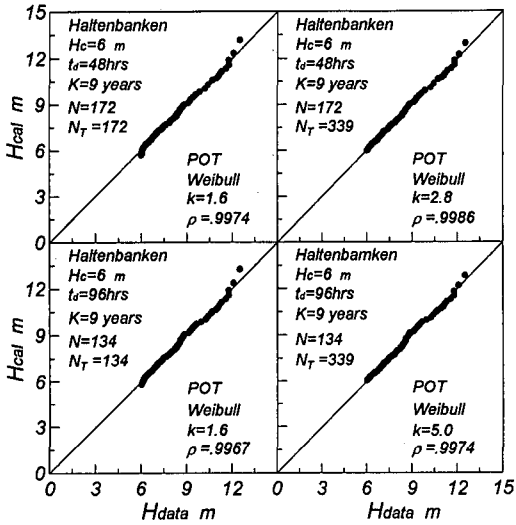


図-2 Haltenbankenにおける波高資料のQ-Qプロット図

推奨している。そこで、 $t_a=96$ hrs の場合に、1年を4季節（1～3月、4～6月、7～9月、10～12月）に分けて得た季節別極大波高資料に対する解析を、資料数 $N=45$ ($H_c=6$ m), 36 (4 m), 35 (4 m), 66 (4 m) および $H_c=3$ m に対する資料総数 N_T (=97, 59, 66, 117) という条件で行ったのち、合田の方法 (1990) によって合成100年確率波高とその標準偏差 (15.3 ± 2.5 m) を推定した。しかし、層別化によっても適合度の向上は認められず、しかも確率波高は増加し、標準偏差も過大な値をとることから、層別化手法の有効性は確認されなかった。

4. Kodiak における波高資料と解析結果の考察

4.1 波高資料

これは CERC による WIS (Wave Information Study) で得られた、アラスカ南側海域 Kodiak における

1956～1976年の20年間78ストームに対する波高6m以上の極大波高追算資料（資料数78、第1位波高11.70m）である。1959年における年最大波高資料は6m以下であるので、与えられていない。したがって、年最大波高資料は資料年数20年のうちの19年相当分である。

4.2 解析結果の考察

Kodiak では、 $H_c=6$ m とする78個の極大波高資料が与えられるのみで、 N_T の見積もり方法が明らかでないので、第1段階では① $H_c=6$ m, $N=N_T=78$, ② $H_c=6.7$ m, $N=N_T=50$, ③ $H_c=7$ m, $N=N_T=46$ の条件で、第2段階では各 H_c に対して $N_T=100, 150, 200, 300$ とする計算を行った。表-2は極値統計結果の一覧である。

年最大波高資料に基づく結果をみると、kind 28 のモデルでは、候補分布数が多いので、相関係数が相対的に大きいけれども、100年確率波高とその標準偏差は 11.62 ± 0.67 m となって、確率波高は20年間の第1位波高11.70mより低く評価される。一方、kind 5 のモデルでは、相関係数がやや小さいが、100年確率波高とその標準偏差は 12.31 ± 0.85 m となり、見かけ上合理的であるようにみえる。また、合田 (1990) の評価式に基づく標準偏差がわずかに大きい。しかし、いずれの場合にも、資料数が少ないため、最適分布の適合度は高いとはいえない。

極大波高資料に基づく結果をみると、 $N_T=N$ とする解析では、kind 28 のモデルと kind 5 のモデルによる最適分布の形状母数はいずれも $k=1.4$ であり、資料値に対する適合度も高い。 H_c の増加とともに、相関係数および100年確率波高は漸減し、標準偏差は漸増する。また、jackknife 法に基づく標準偏差は合田 (1990) の評価式に基づくものより若干小さいが、 H_c の増加とともに、その差は縮小する。 $N_T > N$ とする解析では、 $H_c=6$ m の場合 N_T の増加とともに、形状母数が増大し、相関係数が微増するが、100年確率波高と標準偏差は漸減する。また、 H_c

表-2 Kodiak における波高資料の極値統計解析結果

data	N	N_T	k	ρ	H_{100} m	$\sigma_{H_{100}}$ m	fit	com.
AM $H_c=6$ m	19	20	5.0	.9795	11.62	0.67	△	kind 28
	19	20	2.0	.9692	12.31	0.85	△	kind 5
	19	20	2.0	.9692	12.31	0.87	△	Goda
POT $H_c=6$ m	78	78	1.4	.9963	12.48	0.59	○	kind 28, 5
	78	78	1.4	.9963	12.48	0.65	○	Goda
	78	100	1.7	.9970	12.26	0.57	○	kind 28
	78	150	2.2	.9971	12.17	0.56	○	kind 28
	78	200	2.8	.9971	12.11	0.55	○	kind 28
	78	300	4.0	.9971	12.09	0.55	○	kind 28
POT $H_c=6.7$ m	50	50	1.4	.9952	12.21	0.66	○	kind 28
	50	150	2.4	.9949	12.10	0.65	○△	kind 28
POT $H_c=7$ m	46	46	1.4	.9947	12.17	0.68	○	kind 28
	46	150	2.4	.9943	12.10	0.67	○△	kind 28

$K=20$ years (1956～1975) $H_{max}=11.70$ m

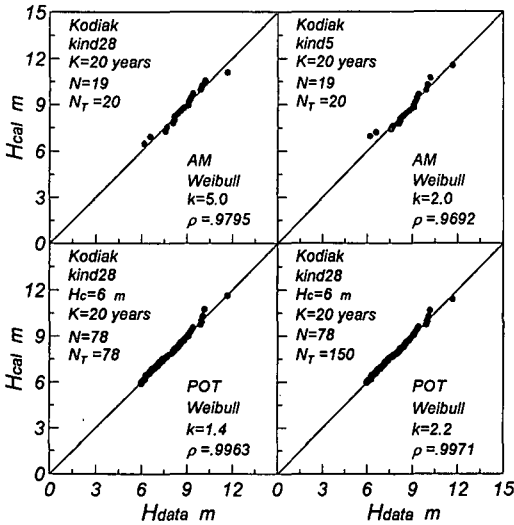


図-3 Kodiakにおける波高資料のQ-Qプロット図

の増加に伴う挙動は、形状母数が漸減する点を除いて、 $N_T=N$ とする解析結果と同様である。なお、最適分布の形状母数が $k=1.4\sim 2.0$ の場合には、最適分布は棄却されないが、 $k>2.0$ の場合には棄却される。

100年確率波高とその標準偏差は $H_c=6$ m, $N=N_T=78$ に対して 12.48 ± 0.59 m, あるいは $H_c=6$ m, $N=78$, $N_T=150$ に対して 12.17 ± 0.56 mと推定される。これをvan Vledderら(1993)の結果と比較すると、前者はTable 4.2に記載されたCおよびG機関による値および8機関による平均値に、また後者はAおよびD機関による値にほぼ一致する。ただし、今回の検討に基づく標準偏差は0.6 m, 信頼区間の半幅は1.0 mになるから、Table 4.3に記載されたいずれの機関による値(1.1~2.2 m)より小さい。要するに、Kodiakにおける極大波高資料の年数および資料数が相対的に多いので、確率波高の推定値に及ぼす H_c や N_T の影響はHaltenbankenほど強く現れない。

図-3はkind 28およびkind 5のモデルによる年最大波高資料についてのQ-Qプロット図およびkind 28のモデルによる極大波高資料についてのQ-Qプロット図である。資料数の少ない年最大波高資料に対する適合度がkind 5のモデルの場合に低いのにに対し、極大波高資料に対する適合度は $N_T>N$ とする解析結果の場合に高い。

5. 結 語

IAHRの作業部会による国際共同研究で用いられた

HaltenbankenおよびKodiakにおける波高資料を再解析し、van Vledderら(1993)の報告と比較した結果、つぎの知見が得られた。

①資料年数が少ない場合、年最大波高資料よりむしろ資料数を多くとれる極大波高資料を用いた解析が望ましい。しかし、極大波高資料に基づく確率波高の推定値は極大波高資料の抽出に用いる波高の閾値 H_c に強く依存し、 H_c を低くとると、確率波高が過大評価される可能性がある。 H_c を第1位波高の1/2程度以上にとれば、適切な結果が得られる。

②極大波高資料の独立性を確保する観点から、極大波高最小生起時間間隔 t_d を2~4日とすることが望ましい。

③資料総数を資料数とする解析($N_T=N$)は確率波高をかなり大きく評価する傾向にある。一方、 $N_T>N$ とする解析は、 N_T を N の1.5倍以上とすれば、確率波高の適切な推定値を与える。

④拡張型モデルによれば、Haltenbankenにおける100年確率波高とその標準偏差は 14.2 ± 0.5 mと推定される。前者は国際共同研究で推定された値の平均値15.0 mより約5%低く、後者は平均値1.0 mの約50%とかなり小さい。また、Kodiakにおける100年確率波高12.5 mは国際共同研究で得られた値の平均値と一致するが、その標準偏差は平均値0.9 mの約65%である。すなわち、本研究の推定結果が有効性において優れている。

最後に、現地波高資料を提供戴いた、IAHR作業部会主要メンバーの横浜国立大学合田良賢教授に深甚の謝意を表します。

参 考 文 献

- 合田良賢(1990): 港湾構造物の耐波設計—波浪工学への序説—鹿島出版会, 333 p.
- Goda, Y. et al. (1993): Intercomparison of extremal wave analysis methods using numerically simulated data, Proc. WAVES 93 Conf., Vol. 2, pp. 963-977.
- Mathiesen, M. et al. (1994): Recommended practice for extreme wave analysis, Jour. Hydraul. Res., Vol. 32, No. 6, pp. 803-814.
- Miller, R. G. (1974): The jackknife—a review, Biometrika, Vol. 61, No. 1, pp. 1-15.
- van Vledder, G. et al. (1993): Case studies of extreme wave analysis—a comparative analysis—, Proc. WAVES 93 Conf., Vol. 2, pp. 978-992.
- Yamaguchi, M. and Y. Hatada (1997): An extremal analysis system and its application to the estimation of extremes of meteorological and oceanographic elements around the coasts of Japan, Proc. WAVES 97 Conf., Vol. 2, pp. 932-946.