

# 沿岸波浪のスペクトル統計量とそれに及ぼす 波の非線形性の影響について

加藤 始\* ・小高奈美\*\* ・松本礼子\*\*\*  
信岡尚道\*\*\*\* ・荒田昌潔\*\*\*\*\* ・永井紀彦\*\*\*\*\*

## 1. 緒 言

波の変形計算や波浪推算で求めたスペクトルから有義波周期を求める場合、一般に Rice の理論が使われるが、海の波に対してはこの Rice の理論が厳密には成り立たないことが合田ら (1974)、高橋ら (1979) により報告されている。その理由は明確にされていないが、従来波の非線形性によると考えられている。本研究では大量の現地波形データ及び風洞水槽の風波のデータを使って、Rice の理論及びスペクトルパラメータと関連した各種の波浪統計量の値を求め、バイスペクトル解析を用いて、それらの統計量に及ぼす波の非線形性の影響について明らかにすることを目的とする。

## 2. スペクトルと関連する波の統計量と非線形性を表すパラメータ

不規則波の統計理論、いわゆる Rice の理論によると、ゼロアップクロス法あるいは crest-to-crest で定義した波の平均周期  $T_M$  あるいは  $T_C$  はモーメントから求めた周期  $T_{02}$ ,  $T_{24}$  と次のように関係づけられる。

$$T_M = T_{02}, \quad T_C = T_{24} \dots \dots \dots (1a, b)$$

ここに

$$T_{02} = \sqrt{m_0/m_2} \dots \dots \dots (2)$$

$$T_{24} = \sqrt{m_2/m_4} \dots \dots \dots (3)$$

で、 $m_0$ ,  $m_2$ ,  $m_4$  は波の周波数スペクトル  $S(f)$  のモーメントとして次の式で与えられる。

$$m_n = \int_0^\infty f^n S(f) df, \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots \dots (4)$$

一方、合田ら (1974) は実際の海の波について得られた  $T_{02}$  の値は  $T_M$  の値の 83% という結果を報告してい

る。高橋ら (1979) は酒田、波浮、浜田、那覇の異常波浪時のデータ 140 ケースを解析し

$$T_{02} \approx 0.95 T_M \dots \dots \dots (5)$$

との結果を得ているが、彼らはスペクトル計算に MEM を用いており、合田らの値との違いはその計算法の違いに起因するのではないかと述べている。一方、後藤・青野 (1993) は高波浪時を対象に大阪湾 MT 局の 217 データと多数の沿岸波浪データをスペクトル解析し

$$T_{02} \approx 0.95 T_C \dots \dots \dots (6)$$

との結果を得ているが、彼らは代表波の平均周期を crest-to-crest 法で求めており、 $T_C$  と  $T_M$  の関係については言及していない。

水面波形の非線形性を表すものとして合田 (1983) は非線形パラメータ  $\Pi_{1/3}$  を提案しているが、深海波の場合  $\Pi_{1/3}$  は波形勾配に等しくなる。

バイスペクトル  $B$  は 3 つの周波数成分の干渉を表すもので、波形の複素振幅  $dZ(\omega)$  を用いて次式のように定義される (Hasselmann 他, 1963)。

$$\langle dZ(\omega_1) dZ(\omega_2) dZ(\omega_3) \rangle$$

$$\begin{cases} = B(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 & (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0) \\ = 0 & (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 \neq 0) \end{cases} \dots (7)$$

$B(\omega_1, \omega_2)$  は波形の上下非対称性や空間非対称性を表すものとして知られ (増田, 1995; 草場ら, 1990)、水面変動  $\eta(t)$  の平均立方値との間には次の関係が成り立つ。

$$\overline{\eta^3} = \iint_{-\infty}^{\infty} B(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \dots \dots \dots (8)$$

また次式で定義される歪度 (skewness)  $\sqrt{\beta_1}$  も波の非線形性を表すパラメータとして知られ、これは式の形から分かるようにバイスペクトルと関係が大きいと予想される。

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{1}{\eta_{rms}^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^3 \dots \dots \dots (9)$$

また尖鋭度 (kurtosis)  $\beta_2$  も用いられるが、波形が正規分布の場合  $\sqrt{\beta_1} = 0$ ,  $\beta_2 = 3.0$  である。なお後で示すスペクトルの band 幅パラメータ  $\varepsilon$  は次式で定義される。

\* 正会員 工博 茨城大学教授 工学部都市システム工学科  
山形県土木部  
\*\* 正会員 (株)テトラ  
\*\*\* 正会員 工修 茨城大学助手 工学部都市システム工学科  
前運輸省第二港湾建設局横浜調査設計事務所  
\*\*\*\* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部海象調査研究室長

$$\epsilon = \sqrt{1 - (m_0^2/m_0 m_a)} \dots\dots\dots(10)$$

3. 解析データと解析手法

3.1 現地沿岸波浪データ

解析データは、太平洋側の波浮、常陸那珂、鹿島の1990~94年と、日本海側の酒田、輪島の1992~96年の水面波形データである。これらは  $\Delta t = 0.5$  s で偶数正時20分間ずつ、1日12回観測されている。1回分(20分間)の観測データをデータセットと呼ぶ。高橋ら(1978)や後藤・青野(1993)は有義波高が大きいときの波だけを対象として解析している。ここでは1日のうちに波高が2.5mを越える日の全部のデータを対象としたので波高の範囲が幅広く、データセットの数は全体で11766である。解析は、ゼロアップクロス法(太平洋側3地点はcrest-to-crest法も併用)で代表波高・周期を計算し、FFTによるスペクトル計算の結果から各種のパラメータを求めた。これがraw dataについての解析一式であり、バイスペクトル解析も一部行っている。また逆FFTによりスペクトルの平均周波数  $\bar{f}$  の2倍、あるいは3倍以上の高周波成分を除去した波形データを求め、これについてもraw dataと同様の解析一式を行った。図-1はraw dataと  $3\bar{f}$ -cut dataの波形の比較を行ったものである。

3.2 風洞水槽における風波のデータ

用いた風波のデータは、茨城大学の小型風洞水槽(有効吹送距離約9m、幅0.3m、高さ0.8m、水深0.45m)で測定したデータ(以後、風波Iと表す)と、港湾技術研究所の大型風洞水槽(有効吹送距離約28m、幅1.5m、高さ1.1m、水深0.50m)で測定したデータ(以後、風波Kと呼ぶ)である。いずれもサンプリングタイム  $\Delta t$  は0.01(s)、データ数は8200で、これらのデータを用いて現

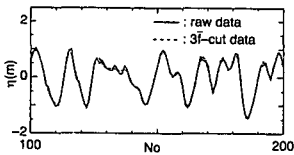


図-1 生データと  $3\bar{f}$ -cut dataの波形の比較

地波と同様の解析を行った。

4. 沿岸波浪の統計的性質

表-1は、太平洋岸3地点、波浮(HA)、常陸那珂(HI)、鹿島(KA)の波形および波のスペクトルから求められた波浪統計量の主要部分を示している。処理方法の欄でrawと書いた行が生データの計算値、 $3\bar{f}$ -cutと  $2\bar{f}$ -cutと書いた行は  $3\bar{f}$ 、及び  $2\bar{f}$  以上の高周波成分を逆FFTの方法でカットした場合の値である。右端の欄の  $(m_0)_{NF}/m_0$  は高周波成分をカットした場合の波エネルギーの割合を示している。 $\epsilon$  は生データでは0.87程度であるが、高周波成分をカットするほど小さくなっている。

4.1 スペクトルのピーク周期と代表波諸元

スペクトルのピーク周波数に対応する周期  $T_p$  と  $T_{1/3}$  の関係、および  $H_{1/3}$  と水面変動の標準偏差の関係は Bretschneider・光易型スペクトル

$$S(f) = 0.257(H_{1/3})^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^{-5} \cdot \exp[-1.03(T_{1/3} \cdot f)^{-4}] \dots\dots\dots(11)$$

を決定する重要な関係である。raw dataでの  $H_{1/3}/\eta_{rms}$  の平均値は、従来の研究と同様にレーリ分布の理論値4.00よりも小さめの3.78であった。 $T_p/T_{1/3}$ の値は5地点ともほぼ同じで、表-1のように平均値は1.16となった。これは光易の提案による値1.05より10%以上大きく、合田(1987)の数値シミュレーションによる値1.13よりもさらに少し大きい。今回の値を使って式(11)を書き変えると次式が得られる。

$$S(f) = 0.193(H_{1/3})^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^{-5} \cdot \exp[-0.690(T_{1/3} \cdot f)^{-4}] \dots\dots\dots(12)$$

4.2 スペクトルから求まる平均周期と代表周期

今回の沿岸波浪データの解析結果では、 $T_{02}/T_M$ の平均値は、Riceの理論値1.0よりも小さく、太平洋側3地点では0.950となった(日本海側は除く)。これらの値は従来高波高時を対象にして求められた高橋ら(1979)や後藤・青野(1993)の値とほぼ等しいが、これらの過去の研究では、Riceの理論値がなぜ厳密には成り立たないのかについてはほとんど言及されていない。図-2(a)は波浮の5年間のデータについて求めた  $T_{02}/T_M$  と  $H_{1/3}$  の関係を示している。この図からは  $T_{02}/T_M$ の値が0.8より

表-1 各種統計量の平均値 (HA: 波浮, HI: 常陸那珂, KA: 鹿島) ( $T_3 = T_{1/3}$ )

データ数	処理方法	$H_{1/3}$	$T_3$	$T_p/T_01$	$T_3/T_01$	$T_3/T_02$	$T_{02}/T_M$	$T_{02}/T_c$	$T_p/T_3$	$T_3/T_M$	$\epsilon$	$\sqrt{\beta_1}$	$\beta_2$	$Q_b$	$(m_0)_{NF}/m_0$
HA	raw	2.28	8.45	1.36	1.18	1.33	0.948	0.769	1.15	1.26	0.859	0.106	3.01	1.98	1.000
	3f-cut	2.28	8.51	1.31	1.15	1.24	0.988	0.994	1.14	1.23	0.694	0.106	3.01	2.03	0.990
HI	raw	2.43	9.25	1.39	1.20	1.37	0.949	0.777	1.16	1.30	0.870	0.122	3.02	1.98	1.000
	3f-cut	2.42	9.33	1.33	1.16	1.26	0.991	1.00	1.15	1.25	0.713	0.113	3.00	2.03	0.987
KA	raw	2.31	9.23	1.41	1.21	1.40	0.954	0.787	1.17	1.33	0.872	0.122	3.01	1.92	1.000
	3f-cut	2.30	9.34	1.35	1.17	1.28	0.994	1.01	1.15	1.27	0.728	0.112	3.00	1.98	0.985
全平均	raw	2.34	8.98	1.39	1.19	1.37	0.950	0.778	1.16	1.30	0.867	0.117	3.01	1.96	1.000
	3f-cut	2.34	9.06	1.33	1.16	1.26	0.991	1.00	1.15	1.25	0.712	0.110	3.00	2.01	0.987
	2f-cut	2.29	9.18	-	1.11	1.17	1.010	-	1.13	1.19	0.595	-	-	-	0.954

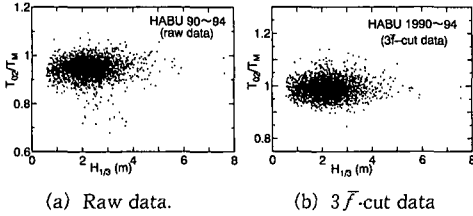


図-2 波浮の  $T_{02}/T_M$  と波高の関係.

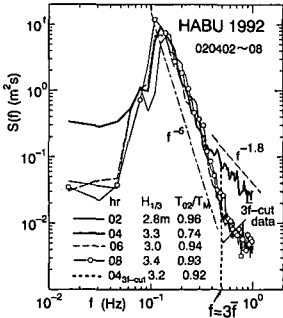


図-3 スペクトル形と  $T_{02}/T_M$  の値の変化

も小さくなる場合が 10 ケース以上みられる。これらの極端に小さい値の点を除くと、 $T_{02}/T_M$  の  $H_{1/3}$  への依存性はほとんど見られず、平均値 0.948 の周りにほぼ均一に分布しているのが分かる。他の地点についてもこの図とほぼ同様な結果が得られた。

表-1 から分かるように、逆 FFT 法により波形の高周波成分を除去すると、 $T_{02}/T_M$  の値が Rice の理論値の 1.0 に近づく。図-2(b) は波浮の  $3\bar{f}$ -cut data について求めた  $T_{02}/T_M$  と  $H_{1/3}$  との関係であるが、図-2(a) に見られた  $T_{02}/T_M$  が極端に小さな値の点はなくなり全体的に大きくなっている。

$T_{02}/T_M$  が 0.8 以下と極端に小さい場合のスペクトルは、 $T_{02}/T_M$  が 1.0 近くの場合と比べてその高周波数部分で大きいエネルギーをもっていることを加藤ら (1999) は示している。図-3 はその 1 例で、同じ日の一連のスペクトルを示しており、図中に時刻と  $T_{02}/T_M$  の値が書いてある。 $T_{02}/T_M$  の値が極端に小さい 04 時のスペクトルは高周波数領域の中間でその減衰率が  $f^{-1.8}$  程度と鈍り、そこで異常に大きなパワーが現れている。図-3 には 04 時のデータについて、 $f=3\bar{f}$  の位置が点線で示してある。 $3\bar{f}$ -cut data のスペクトルはこの点線の位置より高周波側の値がゼロになるため、高周波領域の異常に大きなパワーの影響がほとんどなくなり、 $T_{02}/T_M$  の値が 0.74 から 0.92 と通常の場合に近い値を示すようになっている。  $2\bar{f}$ -cut データではさらにこの効果が強まり、Rice の理論通りに  $T_{02} \approx T_M$  が成り立つものと考えられる。波の非線形性の影響については後のバイスペクトル

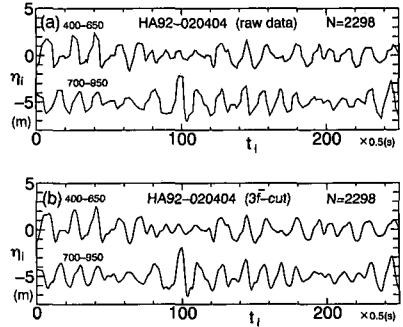


図-4 スペクトルの高周波領域が大きいデータの波形 [a(上) : Raw data, b(下) :  $3\bar{f}$ -cut data]

による解析の所で述べる。

図-4 の上の図(a) は図-3 の 04 時の水面波形であるが、波の山や谷が尖ったり、急変していたり不自然な形をしている。図-3 の他の時刻のデータについての波形は自然な変化を示している、このような特異性を示さない。図-4 の下の図(b) は、今述べた 04 時のデータについて  $3\bar{f}$ -cut した場合の波形を示しているが、この波形では、raw data での不自然さが消えて正常な波形となっている。これと同じことが、 $T_{02}/T_M$  が 0.8 以下程度の他の場合についても見られた。

一般に海洋波のスペクトルのピークより高周波側の部分には平衡領域が存在し、そこでのスペクトルの挙動に関しては、従来  $f^{-5}$  則と  $f^{-4}$  則とが知られている (例えば、光易 (1995) 参照)。結局、図-4 に見られた波形の異常さと、 $3\bar{f}$ -cut で波形が正常になったことを考慮すると、図-3 の 04 時のスペクトルに見られるような高周波部分の大きめパワーの出現は、波高計の記録に何らかのエラーが混入した結果ではないかと推定される。波浪推算でスペクトルから有義波周期  $T_{1/3}$  を求める場合、スペクトルモーメントから求まる平均周期  $T_{01}$  ( $=m_0/m_1$ ) または  $T_{02}$  と波形から求まる平均周期  $T_M$  および  $T_{1/3}$  との関係が必要になる。後藤・青野 (1993) はスペクトルの誤差による影響を考慮して、 $T_{02}$  と  $T_{1/3}$  との関係よりも  $T_{01}$  と  $T_{1/3}$  との関係を使うことを推奨している。表-1 の結果からも  $T_{1/3}/T_{01}$  は  $T_{1/3}/T_{02}$  よりもスペクトルの高周波成分の影響を受けにくいことが分かる。

### 4.3 風洞水槽の風波データの解析

今回解析した風波 I と風波 K の波のスペクトルの一部を図-5 に示す。

図-6 は風波 I と風波 K における各測点ごとの  $T_{02}/T_M$  と  $H_{1/3}$  の関係を示している。これらの図から風速・波高が大きいほど、つまり発達した波ほど  $T_{02}/T_M$  の値は小さくなっている。これは図-5 から分かるように、発達した風波のスペクトルほどその高周波端の減衰率が

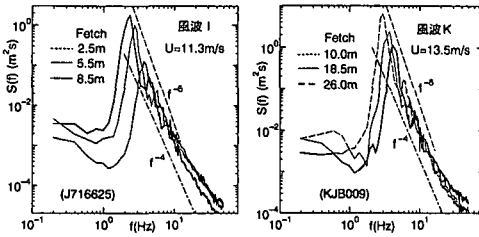


図-5 風波 I (左) と風波 K (右) のスペクトルの例

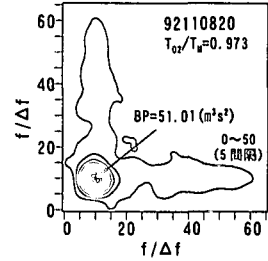


図-7 現地波浪のバイスペクトルの計算例 (鹿島)  
(92/11/08/20,  $\Delta f=0.0078125 \text{ s}^{-1}$ )

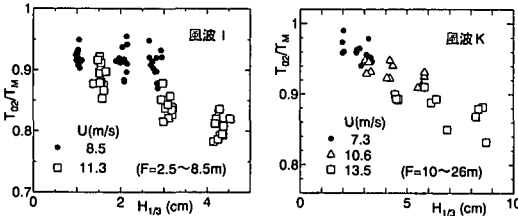


図-6 風波 I (左) と風波 K (右) の  $T_{02}/T_M$  と  $H_{1/3}$  の関係

表-2 風波 K の主要統計量への高周波成分除去の影響

Fetch (m)	処理方法	$H_{1/3}$ (cm)	$T_{1/3}$ (s)	$T_{1/3}/T_{01}$	$T_{1/3}/T_{02}$	$T_{02}/T_M$	$\epsilon$	$(m_0)_{nr}/m_0$
10.0	raw	3.20	0.201	1.07	1.16	0.93	0.88	1.000
	3f-cut	3.12	0.201	1.05	1.08	0.98	0.57	0.994
	2f-cut	3.05	0.202	1.03	1.05	0.99	0.43	0.981
18.5	raw	4.38	0.241	1.07	1.16	0.93	0.91	1.000
	3f-cut	4.29	0.242	1.05	1.08	0.98	0.57	0.994
	2f-cut	4.16	0.242	1.03	1.05	1.00	0.43	0.982
26.0	raw	6.40	0.285	1.07	1.18	0.91	0.94	1.000
	3f-cut	5.62	0.281	1.04	1.09	0.97	0.58	0.994
	2f-cut	5.67	0.287	1.03	1.06	0.99	0.44	0.981

小さくなり、スペクトルが相対的に大きなパワーをもつためである。

表-2 は風波 K について  $2\bar{f}$ ,  $3\bar{f}$  以上の高周波成分を除去したときの主要統計量の変化を示しており、この解析結果から以下のことが分かる。①  $H_{1/3}$ ,  $T_{1/3}$  は高周波成分をカットしてもほとんど変化せず、安定した統計量である。②  $T_{1/3}/T_{01}$  は  $T_{1/3}/T_{02}$  に比べ高周波成分カットの影響を受けない。③  $T_{02}/T_M$  は  $3\bar{f}$ -cut data においては、Rice の理論値 1.0 にあまり近づかないが、 $2\bar{f}$ -cut data では、1.0 にほぼ等しくなる。

4.4 バイスpekトルによる波の非線形性の検討

まず現地波浪データのバイスペクトルの計算例 (実数部) として今回のデータのほぼ最大級の値がでた鹿島の結果を図-7 に示す。バイスペクトルではこの図のようにスペクトルのピーク周波数を  $f_p$  とすると、 $(f_p, f_p)$  の位置に顕著なピークが出現する。本論文ではこの正のピーク値を  $B_p$  と表し、この  $B_p$  を波の非線形性の強さを表す指標として使うことにする。

波の非線形性は現地波浪データより風洞水路の風波の

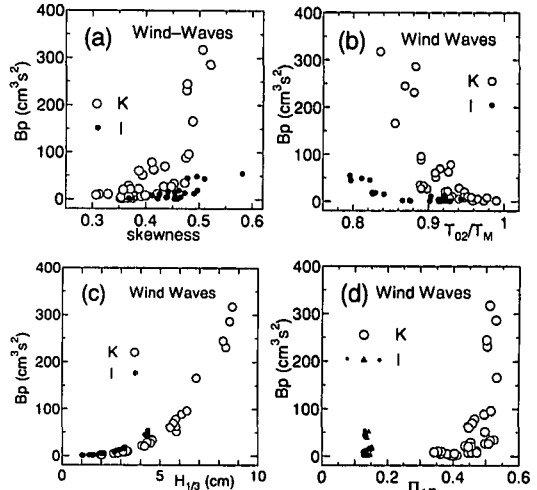


図-8 風洞水路の風波の  $B_p$  値と他の統計量との関係  
(a)  $B_p$  と skewness, (b)  $B_p$  と  $T_{02}/T_M$   
(c)  $B_p$  と  $H_{1/3}$ , (d)  $B_p$  と  $\Pi_{1/3}$

方が強く出るので、まず風波について計算したバイスペクトルの  $B_p$  値とその他の統計量との関係を調べてみる。図-8 の (a) は  $B_p$  値と skewness の関係であるが、この両者は明瞭な相関を示しており、 $B_p$  が波の非線形性の強さの指標として使えることを示している。図-8 (b) は  $B_p$  と  $T_{02}/T_M$  との関係であるが、波の非線形性が強くなるほど  $T_{02}/T_M$  の値は小さくなる傾向を示している。図-8 (c) は同じ  $H_{1/3}$  に対しては風波 I の方が  $B_p$  値がやや大きくなる傾向を示している。図 (a) の skewness の値を見ても、風波 I は風波 K と同程度の大きさを示しており、これは風洞水路の幅により波の非線形性の現れ方に差が出ることを示唆していると言えるかも知れない。しかし図 (d) の非線形パラメータ  $\Pi_{1/3}$  について見ると、風波 I は波高によってもほとんど変化しない非常に小さな値しか示さず、この理由は目下のところ分からない。

図-9 は太平洋側 3 地点の 3 年間のデータについて計算した  $B_p$  値と  $T_{02}/T_M$  との関係を示しているが、 $T_{02}/T_M$  の大きさは  $B_p$  と相関がないこと、すなわち  $T_{02}/T_M$  の値

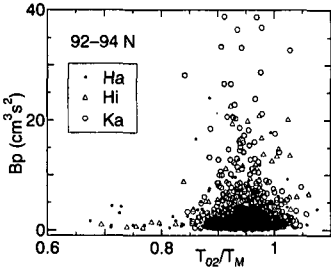


図-9 現地波浪における  $B_p$  値と  $T_{02}/T_M$  の関係 (太平洋側3地点の92~94年のraw data)

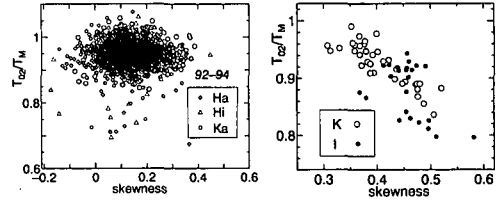


図-10 skewness と  $T_{02}/T_M$  の関係； (左)現地波, (右)風洞水槽の風波

は波の非線形性とは無関係であることを示している。

図-10 は現地波と風洞水路の風波について  $T_{02}/T_M$  と skewness の関係を示している。風波では明瞭な相関があるが、現地波の場合には全く相関がなく、 $T_{02}/T_M$  の値に波の非線形性は平均的には関係のないことが分かる。

図-11 は raw data と  $3\bar{f}$ -cut data の skewness と  $B_p$  値の関係を示している。(a)の raw data では、両者は中程度の正の相関をもっている。図(b)の  $3\bar{f}$ -cut data についての結果でも両者は値もその間の相関性もほとんど変わらないことが分かる。表-1 から分かるように、 $3\bar{f}$ -cut は  $f_p$  のほぼ4倍以上の高周波成分をカットするわけであるが、この高周波成分のカットによって skewness も  $B_p$  もほとんど変化しないということが分かる。

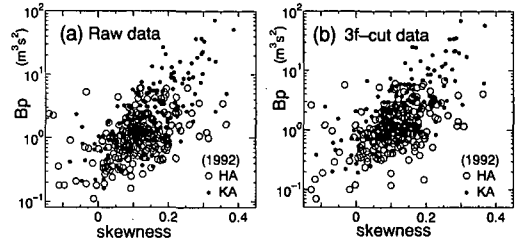


図-11 波浮と鹿島のデータの  $B_p$  と skewness の関係に対する  $3\bar{f}$ -cut の影響

### 5. 結 論

本研究の主要な結果を列挙すると次の通りである。

- (1)  $T_{02}/T_M$  の値にはスペクトルの高周波領域の減衰特性が支配的に関係することを、逆FFT法による高周波成分を除去した波形解析の結果から明らかにした。
- (2) 現地波浪に対しては、 $T_{02}/T_M \approx 0.95$  というほぼ5%のずれでRiceの法則が成り立ち、これから大きくずれる場合、波の非線形性の影響はあまり関係ないことをバイスペクトル解析の結果から示した。また上記のずれは波高計のノイズの可能性が高いことも示した。
- (3)  $T_{01}$  は  $T_{02}$  よりもノイズ等によるスペクトルの高周波成分の影響を受けにくく安定した統計量であるという後藤・青野(1993)の結果を、風洞水路の風波まで含めて再確認した。
- (4) 風波性の発達段階にある波浪では、 $T_{02}/T_M$  の値は波の発達段階に応じて変化することが予想される。

謝辞：風波Kのデータは、港湾技術研究所水理研究室

の橋本典明室長他諸氏の全面的な支援の下に測定したものである。関係者に深く感謝いたします。

### 参 考 文 献

加藤 始・松本礼子・信岡尚道・永井紀彦 (1999): 沿岸波浪のスペクトルと波浪統計量についての研究, 茨大工学部研究集報, 46巻, pp. 33-45.

草場忠夫・増田章他 (1990): 三次統計量とバイスペクトル, 九大応力研所報, 69号, pp. 1-32.

合田良実・永井康平 (1974): 波浪の統計的性質に関する調査・解析, 港湾技術研究所報告, 第13巻第1号, pp. 3-37.

合田良実 (1987): 数値シミュレーションによる波浪の標準スペクトルと統計的性質, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 131-135.

合田良実 (1990): 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 333 p.

後藤智明・青野利夫 (1993): 沿岸域における風波の周波数スペクトルと無次元パラメータの特性—ハイブリッドパラメータ法による波浪推算モデル(第2報)—, 港研報告, 32巻, 1号, pp. 53-99.

高橋智晴・広瀬宗一・佐々木徹也 (1979): スペクトル幅パラメータと波浪周期の関係, 港湾技研資料, No. 315, 65 p.

増田 章(1995): 風波研究の最近の話題から, ながれ, Vol. 14, pp. 198-208.

光易 恒 (1995): 海洋波の物理, 岩波書店, 210 p.

Goda, Y. (1983): A unified nonlinearity parameter of water-waves, Rept. PHR Inst., Vol. 22, No. 3, pp. 3-30.

Hasselmann, K., W. Munk and G. McDonald (1963): Bispectra of ocean waves. Proc. Symp. on Time Series Analysis, John Wiley, New York, pp. 481-500.