

孤立波の碎波過程への $k-\epsilon$ モデルの適用と乱流構造に関する研究

水谷夏樹*・安田孝志**・小笠原敏記***

1. 緒 言

近年, 碎波帯内の計算を行う上で最も実用化, 汎用化が進みつつあるのが VOF 法 (例えば, 川崎, 1998) であるが, メッシュサイズ以下の現象をどのように評価するかについては議論が分かれるところである。メッシュサイズ以下の現象を間接的に表現する手法として代表的な方法に $k-\epsilon$ モデルがある。しかし, 標準型 $k-\epsilon$ モデルに含まれる実験定数は限られた現象に対するものであり, 碎波後の乱流場の適用性については検討の必要がある。

Lin・Liu (1998a, 1998b) は Reynolds 応力を 2 次の非線形項まで考慮して表示し, VOF 法による斜面上の碎波の計算を行っている。その結果は Ting・Kirby (1994, 1995, 1996) の詳細な実験結果に対して良好な一致を示しており, 波動場への適用性について検証が進みつつある。

以上のことを踏まえて, 本研究では $k-\epsilon$ モデルを組み合わせ合わせた Reynolds 方程式を VOF 法によって解き, 5 タイプの Reynolds 応力の渦粘性表示の比較を水理実験結果によって行う。また, 碎波後の乱流場をより単純化して検討するため, 入射波を先行波の影響のない孤立波とし, 底面形状についても矩形リーフを用いることで, 碎波後の乱流構造について考察を試みる。

2. 渦粘性近似

標準型 $k-\epsilon$ モデルが様々な現象に適用され, その有用性と問題点が明らかにされつつある。特に非定常・非等方な乱流場に対して Reynolds 応力の渦粘性近似を行う場合に, 2 次のオーダーまで考慮することの有効性が指摘されている (例えば, 保原・大宮司, 1992)。Lin・Liu (1998a) は 2 次の項まで考慮した渦粘性近似を用い, さらに実験定数を平均速度勾配の逆数として定式化することによって, 斜面上の碎波の計算を行っている。しかし, 碎波後の各過程 (transient region, bore region) に

対して, どのような Reynolds 応力近似が最適であるのかは不明であり, 工学的見地からもいたずらに高次の効果を取り入れ, 計算負荷を増大させることは好ましいことではない。そこで本研究では, 以下の 5 タイプの渦粘性表現を比較検討した。

$$\text{Type I: } u_i u_j = -C_d \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{Type II: } u_i u_j = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - C_d \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Type III: } u_i u_j = & \frac{2}{3} k \delta_{ij} - C_d \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ & + \frac{k^3}{\epsilon^2} \left[C_1 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \\ & + C_2 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \\ & \left. + C_3 \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_i} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \right] \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで, $u_i u_j$, $U_i U_j$ はそれぞれ流速の変動成分と平均成分, k は乱流エネルギー, ϵ は k の散逸率, δ_{ij} はクロネッカーのデルタを表す。また, 式中の C_d , C_1 , C_2 , C_3 は実験定数であり, 本研究では以下のような値を用いた。

$$C_d = 0.09, C_1 = 0.0054, C_2 = -0.0171, C_3 = 0.0027$$

Lin・Liu (1998a) は, 上記の実験定数を用いた場合に乱流エネルギー k が負になり得ることを指摘しており, その対策としてこれら実験定数を次式のように, 平均速度勾配の逆数で定式化している。

$$C_d = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{7.4 + S_{\max}} \right), C_1 = \frac{1}{185.2 + D_{\max}^2}$$

$$C_2 = -\frac{1}{58.5 + D_{\max}^2}, C_3 = \frac{1}{370.4 + D_{\max}^2}$$

ここで, $S_{\max} = (k/\epsilon) \max[|\partial U_i / \partial x_j|, (i=j)]$, および $D_{\max} = (k/\epsilon) \max[|\partial U_i / \partial x_j|]$ である。著者らの計算では, k が負になることはなかったが, ここでは Lin・Liu (1998a) にならない, Type II と Type III の実験定数を平均速度勾配の逆数で定式化することによって, それぞれ Type IV およ

* 学生会員 工修 岐阜大学大学院 工学研究科生産開発システム工学専攻 (日本学術振興会特別研究員)
** 正会員 工博 岐阜大学教授 工学研究科環境エネルギーシステム専攻
*** 工修 富山県庁

び Type V とした。

3. 実験および計算条件

水理実験は、西松建設(株)技術研究所所有の片面ガラス張り水槽 ($65\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1.6\text{ m}$) 内に鋼製ユニット構造のリーフを設置し、これに孤立波を入射させて、崩れ波型および巻き波型碎波を発生させることにより行った。16 台の容量式波高計を用いて時間波形を記録するとともに、空間波形についても高速度ビデオカメラ (Nac 製, 200 fps) を用いて撮影を行った。

数値計算は、実験と同一条件で、造波板位置に造波境界を設けて行ったが、メッシュサイズについては x 方向, y 方向とも水深の $1/20$ のサイズを用いた。実験および計算条件を表-1 に示す。

表-1 実験および計算条件

Breaker Type	Depth $h[\text{cm}]$	Reef height R/h	Wave height H/h	Mesh size $dx=dy$
Spilling	31.0	0.42	0.45	$h/20$
Plunging	20.0	0.65	0.50	$h/20$

4. 水理実験結果との比較

図-1 は、巻き波型碎波の最大波頂高の時間的変化について Type I~V の渦粘性近似による計算結果と実験結果の比較を行ったものである。図中の B.P. で示される碎波限界以前においては、計算結果に渦粘性近似による差異は見られず、乱れ成分が現れていないことが確認できる。しかし、碎波限界から時刻 ($t\sqrt{g/h}=50$ 付近までのジェットおよびスプレイの放出と突入が繰り返される区間 (transient region) においても、 η_{max} に関する限り、渦粘性近似による違いはほとんど見られない。一方、時刻 50 以降の bore region においては、Type V が最も早く乱流状態が終了し、続いて、Type I, Type III の順序で乱流状態が終了している。これらは、実験結果とは明らかに異なる結果となっている。それに比べて、Type II および Type IV は実験結果における波高減衰過程を良好に再現していると言える。

次に、崩れ波型碎波の最大波頂高の時間的変化についての同様の比較を図-2 に示す。この場合も、碎波限界以前は各近似タイプがすべて一致しており、乱れ成分が現れていないと判断できる。また、碎波限界以降、時刻 45 付近までの transient region においても近似タイプによる明確な違いは見られない。ただし、時刻 40~45 の間での実験結果とは一致しておらず、さらに実験では時刻 55 以降の減衰過程において η_{max} が上昇傾向にあるのに対し、計算値はいずれも減少傾向にある点が異なっている。計算では Type V を除くすべてのタイプが時刻 53 付近

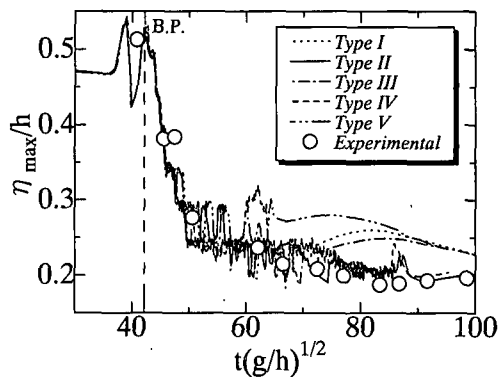


図-1 最大波頂高の時間的変化 (巻き波型碎波)

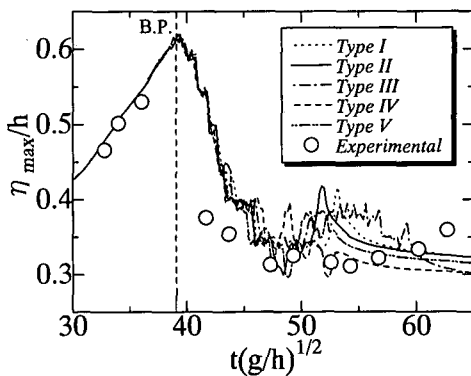


図-2 最大波頂高の時間的変化 (崩れ波型碎波)

で乱流状態が終了しており、実験においても少し遅れて終了しているが、その傾向には差異が生じている。

以上の比較から、実験結果との一致度が最も高いものは Type IV の線形の渦粘性近似を用いた場合であり、実験定数を平均速度勾配の逆数として定式化する場合であることがわかる。

次に、各波高計による時間波形との比較を行う。図-3 は巻き波型碎波の場合について示したものであり、(a) の W05 の波高計は $X/h=50.2$ の位置にあり、ほぼジェット突入点に相当する。以下、(b) W07 ($X/h=55.9$), (c) W09 ($X/h=69.6$), (d) W11 ($X/h=78.4$) であり、碎波限界は $X/h=47.0$ 付近である。(a) の W05 における結果を見ると、計算結果は実験結果と非常によく合っており、各近似タイプによる違いもほとんど見られない。しかし、W07, W09, W11 と伝播するにつれて、計算と実験とは位相のずれが生じ、それが徐々に拡大している。この位相のずれについて調べるため、高速度ビデオカメラで撮影された空間波形について検討した。図-4 は碎波限界以降の Type IV と実験による空間波形の比較である。時刻 42.4 の碎波限界、時刻 43.4 のジェット落下限界においては、両者は良好な一致を示している。

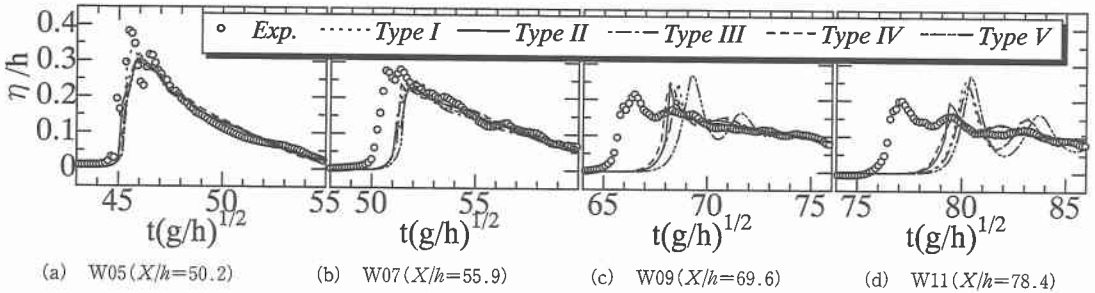


図-3 時間波形の比較 (巻き波型砕波)

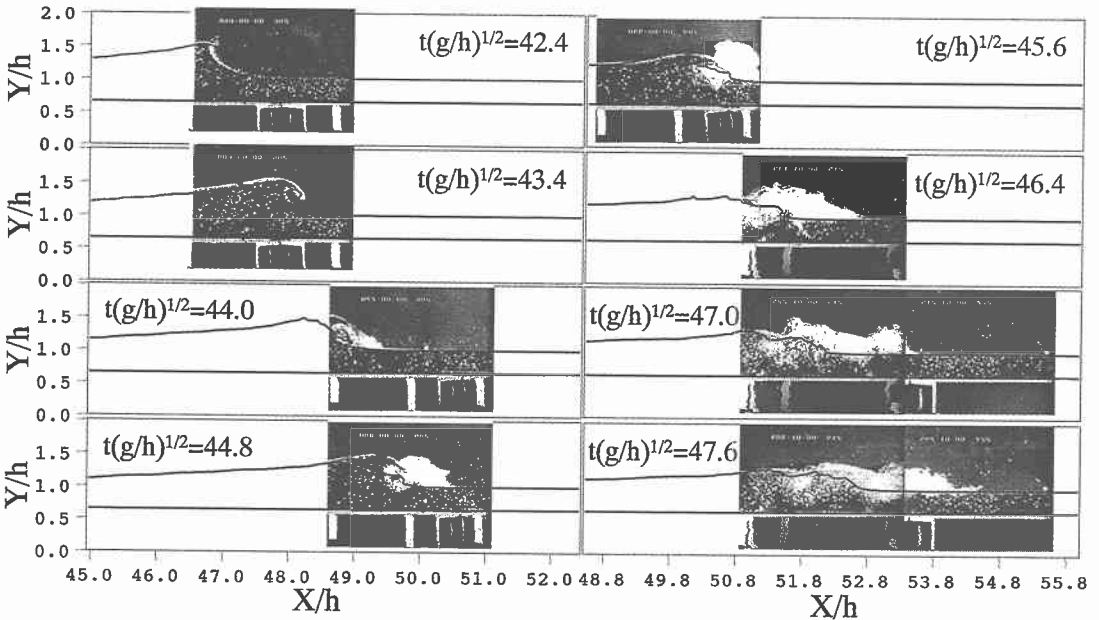


図-4 Type IV による計算結果 (実線) と実験 (写真) による巻き波型砕波の空間波形の比較

しかし、時刻 44.0 以降、ジェットの入りに伴う、スプレイの生成に計算の方が追従しておらず、計算結果はスプレイ後方の波動を維持している流体にのみ追従した結果となっている。こうしたスプレイの生成に伴う、実験と計算との位相のずれは時刻 47.6 に向かうに従って拡大しており、時間波形において見られた位相のずれに相当すると考えられる。N-S 方程式を用いた計算でも同様の結果となっていることに加え、後述する崩れ波型砕波の場合はあまり位相のずれが生じていないことなどから、実験と計算結果における位相のずれはスプレイの生成によるものと考えられ、これは VOF 法が空気の混合を考慮していないことによるものと判断した。同様の位相のずれは川崎 (1998) も指摘しており、砕波規模が大きい場合には空気混入の影響が無視できないことを述べている。なお、時間波形における位相のずれは、図-3(d)の波高計 W11 によるずれがほぼ最大値であり、このずれの大きさを保ったまま W16 まで伝播している。

図-5 は崩れ波型砕波の場合の時間波形の比較であるが、波高計の位置はそれぞれ、(a) W08 ($X/h=44.3$), (b) W10 ($X/h=49.9$), (c) W12 ($X/h=55.6$), (d) W14 ($X/h=59.6$) であり、実験における砕波点はおおよそ $X/h=38.3$ である。前述した通り、伝播に伴う実験と計算結果の位相のずれは小さい。W08 は計算におけるジェット突入点付近であるが、実験では、 $X/h=39.3$ 付近で既にジェットが突入している。実験と計算とのずれは水深の約 5 倍であり、砕波限界においてもこの程度の差異が生じている。これは、崩れ波型砕波のジェットサイズが今回の計算で用いたメッシュサイズ ($h/20$) よりも小さく、解像度の不足から、ジェットの放出を再現できなかったためと思われる、図-2 に見られた時刻 40~45 における最大波頂高の不一致の原因と考えられる。また、W14 における時間波形の比較から、実験では波峯の分裂が十分でないものの、計算では最大波頂高の後方に波谷の存在が確認でき、既に波峯の分裂が始まっていること

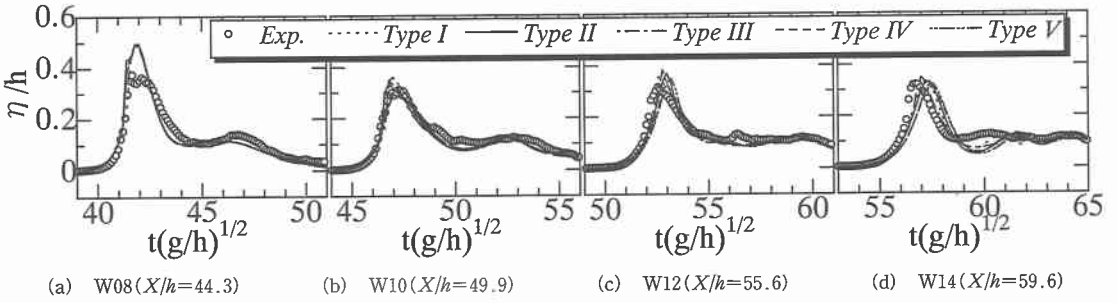


図-5 時間波形の比較 (崩れ波型碎波)

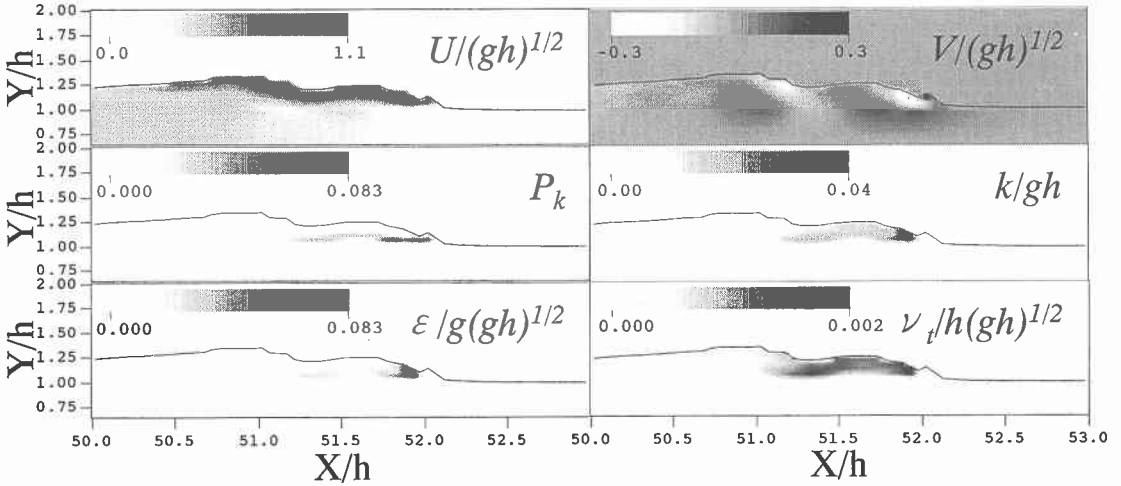


図-6 平均速度と乱流諸量の空間分布

が分かる。

5. 碎波後の乱流構造

$k-\epsilon$ モデルを用いる最大の特徴は、平均成分で乱れ成分を表現することにある。そこで、碎波後の乱流諸量と平均速度場との関係を考察するとともに、それら乱流諸量を計算領域で空間平均することにより、波高減衰過程における乱流諸量の時間的変動について検討する。

図-6 は巻き波型碎波の Type IV における平均水平水粒子速度 U/\sqrt{gh} 、平均鉛直水粒子速度 V/\sqrt{gh} 、乱流エネルギー k/gh とその生成項 P_k および散逸率 $\epsilon/g\sqrt{gh}$ 、渦動粘性係数 $\nu_t/h\sqrt{gh}$ の空間分布を時刻 $t\sqrt{gh}=47.0$ において示したものである。ここで、乱流エネルギーの生成項 P_k は次式で表される。

$$P_k = C_d \frac{k^2}{\epsilon} \left\{ 2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (4)$$

図より、水平速度場を見ると、静水面上を波速に近い速度を持つ水平流が生成されている様子が分かる。このポアフロントは、その直下の静水面とは容易には混合せ

ず、明瞭な境界が存在し、この境界で大きなせん断力が働いていることが予想される (以下、この境界をせん断層と呼ぶ)。一方、鉛直速度場を見ると、ポアフロントより負 (明色) と正 (暗色) が交互に繰り返されており、水平方向に渦軸を持つような大規模渦の発生が確認できる。このような平均速度場に対して、乱流エネルギーの生成項 P_k は、平均速度成分のエネルギー方程式においても符号を変えてそのままの形で現れる。つまり、平均成分と乱れ成分の間で力学的なやりとりをする重要な項である。図を見ると、 P_k の空間分布は平均水平速度場に見られたせん断層において直線的に分布していることが分かる。平均鉛直速度場の分布から、式(4)の右辺かつこ内の第2項のような平均鉛直速度の水平勾配も相当量あるものと推察できるが、 P_k の分布にはそのような傾向は現れていない。結果として生成された乱流エネルギー k の分布を見ると、ポアフロント先端部に強い分布を持ちながら、せん断層から上方への輸送が支配的であることが分かる。せん断層は平均鉛直速度場で見られた大規模水平渦を水平方向に貫いており、そこで生成された乱流エネルギー k を輸送する平均速度成分は正 (上) の方

向にも負(下)の方向にも存在する。にも関わらず、上方への輸送拡散が支配的であるという事実は碎波帯内の乱流構造を示すものとして重要である。また、乱流エネルギーの散逸率 ϵ の分布も、せん断層より上方に拡散しており、 k の分布に類似している。結果として、乱流エネルギー k とその散逸率 ϵ で定義された渦動粘性係数 $\nu_t (= C_d k^2 / \epsilon)$ も、これらと同様の分布を示している。

次にこれらの乱流諸量を計算領域全体で空間平均し、最大波頂高の時間変化と比較することにより、波高減衰過程における乱流諸量の影響について考察する。図-7および8は、Type IVの波高減衰過程における空間平均された乱流諸量の時間変化を、それぞれ巻き波型と崩れ波型碎波について示したものである。どちらも空間平均された乱流諸量は平均速度の運動エネルギー E_k よりも、 $10^1 \sim 10^2$ もオーダーが下がる。したがって、図-7と図-8では、それぞれ50倍と100倍して表示している。これらのオーダーの差については、局所的に見てもこの程度のオーダーの差は生じており、平均速度の運動エネルギーに対してどの程度影響をおよぼすかについてはさらに詳細な検討が必要である。全体的な傾向を見ると、両図ともジェット突入点から減衰傾向が収束する区間(図中、点線で挟まれた区間)において乱流エネルギーが増加する傾向にある。同様に乱流エネルギーの生成項 P_k の値も、この間で増加しており、平均速度場から乱流場へとエネルギーの輸送が行われているものと考えられる。しかし、平均速度の運動エネルギー E_k の時間変化は乱流エネルギーの増大と関係なく緩やかな減衰傾向にあり、波高減衰による位置エネルギーの減少と相まって、波動場全体のエネルギーの収支を合理的に説明することはできない。また、渦動粘性係数については図-6で見られたように、空間的には k および ϵ の分布に類似しているものの、平均値の時間変化について見ると、むしろその変化は緩やかで、 k および ϵ がピークを持つにも関わらず、単調増加傾向にある。

6. 結 語

VOF法に $k-\epsilon$ モデルを組み合わせて、5つのタイプの渦粘性近似について比較した。その結果、Type IVの線形近似を用いて、実験定数には平均速度勾配の逆関数を与えた場合が最も実験結果と一致した。しかし、巻き波型碎波の場合は、スプレイの生成をVOF法が追従できず、碎波規模が大きくなると気泡の混入を無視できないことがわかった。さらに碎波後の乱流エネルギーの生成について、水平方向速度の鉛直勾配によるせん断層が重要になること、生成された乱流エネルギーは上方への輸送が支配的であることがわかった。

謝辞：実験に際して、西松建設(株)技術研究所の多田

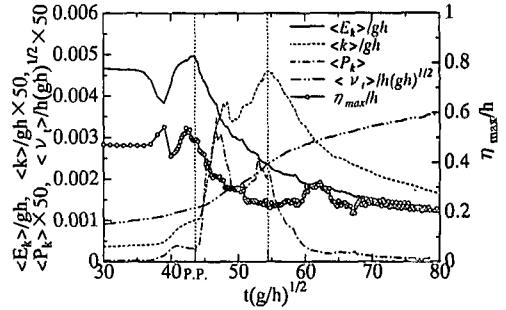


図-7 波高減衰過程における空間平均された乱流諸量の時間変化(巻き波型碎波)

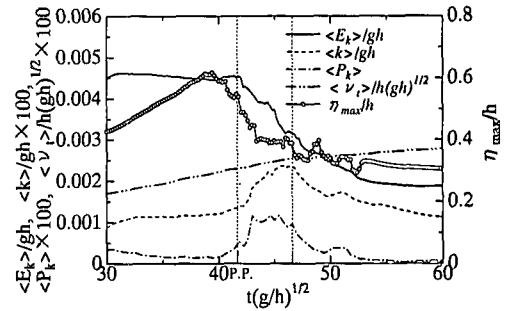


図-8 波高減衰過程における空間平均された乱流諸量の時間変化(崩れ波型碎波)

彰秀氏(現長崎大学助教授)、福本正氏、手賀夕紀子氏には様々な形でお世話になった。ここに記して深謝する。なお、本研究は、文部省科学研究費(学振特別研究員奨励費)および基盤(c)(2)10650501による成果であることを付記し、謝意を表す。

参 考 文 献

- 川崎浩司(1998): 潜水構造物による碎波変形と再生過程に関する基礎的研究, 名古屋大学学位論文, 186 p.
- 保原 充, 大宮司久明(1992): 数値流体力学, 東京大学出版会, 635 p.
- Lin, P. and P.L.-F. Liu (1998a): A numerical study of breaking waves in the surf zone, *J. Fluid Mech.*, 359, pp. 239-264.
- Lin, P. and P.L.-F. Liu (1998b): Turbulence transport, vorticity dynamics, and solute mixing under plunging breaking waves in surf zone, *J. Geophysical Research*, Vol. 103, No. C8, pp. 15677-15694.
- Ting, F. and J. Kirby (1994): Observation of undertow and turbulence in laboratory surf zone, *Coastal Eng.*, Vol. 24, pp. 51-80.
- Ting, F. and J. Kirby (1995): Dynamics of surf-zone turbulence in a strong plunging breaker, *Coastal Eng.*, Vol. 24, pp. 117-204.
- Ting, F. and J. Kirby (1996): Dynamics of surf-zone turbulence in a spilling breaker, *Coastal Eng.*, Vol. 27, pp. 131-160.