

# ADI 差分法を用いたブシネスクモデルの打切り誤差解析

平山克也\*・加藤雅也\*\*・平石哲也\*\*\*

## 1. まえがき

基礎方程式を離散化して数値解析により近似的に解を求める際には、数値誤差の程度を十分に検討する必要がある。大領域を扱う津波計算では、例えば今村ら(1986)、岩瀬ら(1998)が代表的な差分法に対する誤差解析を行っている。一方、浅海域における波浪変形計算に多用される ADI 差分法では、石井ら(1994)が非線形緩勾配不規則波動方程式について離散化誤差を補正した有理式近似による定式化を行っている。また、ブシネスク方程式に対する打切り誤差を検討した Nwogu (1993), Wei・Kirby (1995), あるいは鄭ら(1998)の研究では、低次微分に比較的高次精度の差分法を適用する、あるいは予測子・修正子法を用いることなどにより打切り誤差を除去する手法が提案されている。

安定な解を得るためにもともと差分間隔を小さく取らざるを得ないブシネスクモデルにおいて、なお打切り誤差を無視できない理由は、方程式中の分散項の次数が数値誤差と同程度であることにある。とくに碎波点近傍や潜堤周辺などでは数値粘性および数値分散が大きくなり、再現精度のみならず、例えば流速波速比に基づく碎波判定の精度を劣化させる原因ともなり得る。

そこで本研究では、ADI 差分法を用いた平面 2 次元のブシネスクモデルに対する打切り誤差を理論的に検討し、かつ誤差修正項をモデルに付加することにより、極浅海域や潜堤周辺における波浪変形の精度を向上させることを目的とした。

## 2. 差分式の打切り誤差項の導出

### (1) ブシネスクモデルの計算アルゴリズム

本研究では、Madsen ら(1992)による平面 2 次元の修正ブシネスク方程式を Madsen らにならって ADI 法により差分化したモデルを用いた。空間差分格子の定義を図-1 に示す。また、本モデルの基礎式を(1)～(3)式に、計算アルゴリズムを図-2 に示す。ここで、 $\eta$  は水位、

$P, Q$  は  $X, Y$  方向の流量フラックス、 $h$  は水深である。

$X, Y$  のそれぞれの方向における連続式と運動方程式の時間に関する差分中心は  $\Delta t/2$  ずれている。そのため本モデルでは、運動方程式中の  $\eta$  は、重力項に関しては連続式をそのまま代入することにより、その他に関しては既知の流量フラックスを用いて求めた仮の  $\eta$  を代入することにより評価している。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{PQ}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \left( B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left( \frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right) \\ + Bgh^3 \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial y^2} \right) + h \frac{\partial h}{\partial x} \\ \cdot \left( \frac{1}{3} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} \right) + h \frac{\partial h}{\partial y} \left( \frac{1}{6} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} \right) \\ + Bgh^2 \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} \left( 2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right\} \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{PQ}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ = \left( B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left( \frac{\partial^3 Q}{\partial y^2 \partial t} + \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y \partial t} \right) \\ + Bgh^3 \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial y} \right) + h \frac{\partial h}{\partial y} \\ \cdot \left( \frac{1}{3} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} \right) + h \frac{\partial h}{\partial x} \left( \frac{1}{6} \frac{\partial^2 P}{\partial y \partial t} \right) \\ + Bgh^2 \left\{ \frac{\partial h}{\partial y} \left( 2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right\} \dots \dots (3) \end{aligned}$$

### (2) 連続式の差分式と打切り誤差解析

$X$  方向の真の連続式に関する差分式を(4)式に示す。

$$\begin{aligned} \frac{\eta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - \eta_{i+1/2,j+1/2}^n}{\frac{1}{2} \Delta t} + \frac{P_{i+1,j+1/2}^n - P_{i,j+1/2}^n}{\Delta x} \\ + \frac{1}{2} \left\{ \frac{Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - Q_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta y} + \frac{Q_{i+1/2,j+1}^{n-1/2} - Q_{i+1/2,j}^{n-1/2}}{\Delta y} \right\} = 0 \dots \dots (4) \end{aligned}$$

(4) 式の各項を Taylor 展開して微分式に戻し、3 次オーダーまでを残すと、 $X$  方向の真の連続式は、

\* 正会員 工修 運輸省港湾技術研究所水工部波浪研究室

\*\* 東急建設(株)

\*\*\* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部波浪研究室長

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} &= \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\Delta t^2}{24} \frac{\partial^3 \eta}{\partial t^3} \\ &+ \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} - \frac{\Delta t^2}{24} \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} - \frac{\Delta t^2}{8} \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial t^2} \\ &- \frac{\Delta y^2}{24} \frac{\partial^3 Q}{\partial y^3} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} - \frac{\Delta t^2}{4} \frac{\partial^3 Q}{\partial y \partial t^2} \quad \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

となる。ここで、(5)式右辺が3次オーダーまでの打切り誤差である。さらに、線形長波の基礎式を用いることにより、(5)式は最終的に(6)式のように表される。ここで、 $K_x = \Delta t / \Delta x \sqrt{gh}$ ,  $K_y = \Delta t / \Delta y \sqrt{gh}$ (クーラン数)である。

X方向の仮の連続式、Y方向の仮および真の連続式についても、同様な方法により3次までの打切り誤差を評価することができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} &= -\frac{\Delta x}{4} K_x \sqrt{gD} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{\Delta y}{4} K_y \sqrt{gD} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \\ &- \frac{\Delta x^2}{24} (1 + 2K_x^2) \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} - \frac{\Delta y^2}{24} (1 + 5K_y^2) \frac{\partial^3 Q}{\partial y^3} \end{aligned}$$

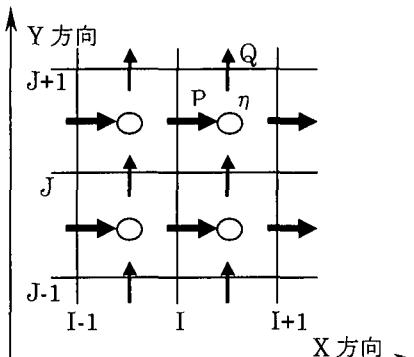
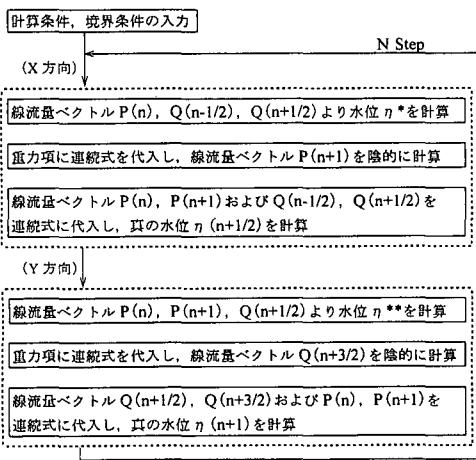


図-1 空間にに対する差分格子の定義



$\eta^*$ ,  $\eta^{**}$ : 仮の連続式より求められる水位  $\eta(n+1/2)$ ,  $\eta(n+1)$

図-2 ブシネスクモデルの計算アルゴリズム

$$-\frac{5\Delta x^2}{24} K_x^2 \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial y^2} - \frac{\Delta y^2}{12} K_y^2 \frac{\partial^3 Q}{\partial x^2 \partial y} \quad \dots \dots \dots (6)$$

### (3) 運動方程式の差分式と打切り誤差解析

X方向の運動方程式の差分式を(7)式に示す。

$$\begin{aligned} &\frac{P_{i,j+1/2}^{n+1} - P_{i,j+1/2}^n}{\Delta t} \\ &+ \frac{1}{4\Delta x} \left\{ \frac{(P_{i+1,j+1/2}^{n+1} + P_{i,j+1/2}^{n+1})(P_{i-1,j+1/2}^n + P_{i,j+1/2}^n)}{D_{i+1/2,j+1/2}^*} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(P_{i,j+1/2}^{n+1} + P_{i-1,j+1/2}^{n+1})(P_{i,j+1/2}^n + P_{i-1,j+1/2}^n)}{D_{i-1/2,j+1/2}^*} \right\} \\ &+ \frac{1}{4\Delta y} \left\{ \frac{(P_{i,j+1/2}^{n+1} + P_{i,j+3/2}^n)(Q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2})}{D_{i,j+1}^*} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(P_{i,j+1/2}^{n+1} + P_{i,j-1/2}^{n+1})(Q_{i-1/2,j}^{n+1/2} + Q_{i+1/2,j}^{n+1/2})}{D_{i,j}^*} \right\} \\ &+ g D_{i,j+1/2}^* \left\{ \frac{\eta_{i+1/2,j+1/2}^n - \eta_{i-1/2,j+1/2}^n}{\Delta x} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta t}{4} \left( \frac{P_{i+1,j+1/2}^{n+1} - 2P_{i,j+1/2}^{n+1} + P_{i-1,j+1/2}^{n+1}}{\Delta x^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{P_{i+1,j+1/2}^n - 2P_{i,j+1/2}^n + P_{i-1,j+1/2}^n}{\Delta x^2} \right) \right\} \\ &- \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{Q_{i+1/2,j+1}^{n+1/2} - Q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2}}{\Delta y} - \frac{Q_{i-1/2,j+1}^{n+1/2} - Q_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} \right\} \\ &= [(分散項)]_{F.D.} \quad \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

ここで  $D$  は全水深 ( $D = h + \eta$ ) である。また F.D. は差分式を示す。簡略化のため左辺第2項、第3項を無視し、各項を Taylor 展開して微分式に戻し、3次オーダーまでを残すと、非線形項を無視した X 方向の運動方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} &= -\frac{\Delta t^2}{24} \frac{\partial^3 P}{\partial t^3} \\ &+ gD \left\{ \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} - \frac{\Delta x^2}{24} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} - \frac{\Delta t^2}{8} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial t^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta t}{4} \left( 2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} \right) \right) \right\} \quad \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

となる。さらに、線形長波の基礎式を用いることにより、(8)式は最終的に(9)式のように表わされる。

$$\begin{aligned} &\frac{\partial P}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ &= \frac{\Delta x^2}{24} (1 + 2K_x^2) \frac{\partial^3 P}{\partial t \partial x^2} + \frac{\Delta x^2}{12} K_x^2 \frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial x \partial y} \quad \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

つぎに、非線形項に関する誤差解析を行う。(7)式左辺第2項を Taylor 展開し、3次オーダーまでを残すと、

$$\begin{aligned} &\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{D} \right) \right]_{F.D.} = 2 \frac{P}{D} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{12} \\ &\cdot \left\{ 4 \frac{P}{D} \frac{\partial^3 P}{\partial x^3} + 6 \frac{1}{D} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right\} \\ &+ \frac{\Delta t^2}{4} \left\{ \frac{1}{D} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{2}{D} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{P}{D} \frac{\partial^3 P}{\partial x \partial t^2} \right\} \quad \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

となる。さらに(10)式は(11)式のように変形される。

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{D} \right) \right]_{F.D.} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{D} \right) + \frac{\Delta x^2}{24} \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left( \frac{P^2}{D} \right) - \frac{\Delta x^2}{4} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_x^2 \frac{P}{D} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} - \frac{P}{D} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + K_y^2 g \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad \dots \dots \dots (11)$$

同様に(7)式左辺第3項についてTaylor展開すると、

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{PQ}{D} \right) \right]_{F.D.} &= \left\{ \frac{Q}{D} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{P}{D} \frac{\partial Q}{\partial y} \right\} - \frac{\Delta t}{2} \frac{Q}{D} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y \partial t} \\ &+ \frac{\Delta y^2}{24} \left\{ 4 \frac{Q}{D} \frac{\partial^3 P}{\partial y^3} + 6 \frac{1}{D} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \frac{\partial Q}{\partial y} + 3 \frac{1}{D} \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right. \\ &\left. + \frac{P}{D} \frac{\partial^3 Q}{\partial y^3} \right\} + \frac{\Delta x^2}{24} \left\{ 3 \frac{1}{D} \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + 3 \frac{P}{D} \frac{\partial^3 Q}{\partial x^2 \partial y} \right\} \\ &+ \frac{\Delta t^2}{24} \left\{ 3 \frac{1}{D} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \frac{\partial Q}{\partial y} + 3 \frac{Q}{D} \frac{\partial^3 P}{\partial y \partial t^2} \right\} \quad \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

となる。さらに(12)式は(13)式のように変形される。

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{PQ}{D} \right) \right]_{F.D.} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{PQ}{D} \right) + \frac{\Delta t}{2} Q g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \\ &+ \frac{\Delta y^2}{24} \frac{\partial^3}{\partial y^3} \left( \frac{PQ}{D} \right) + \frac{\Delta y^2}{8} \frac{\partial}{\partial y} \\ &\cdot \left\{ \frac{Q}{D} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + K_x^2 \frac{P}{D} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - K_y^2 \frac{Q}{D} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} \right\} \quad \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

$Y$ 方向の運動方程式についても、同様な方法により3次までの打切り誤差を評価することができる。

#### (4) 各差分式における打切り誤差の修正

差分式の打切り誤差を修正する手法として、本研究では、各差分式から直接、打ち切り誤差項を差し引く方法を用いた。すなわち、誤差解析により得られた(6)、(9)、(11)、(13)式などの右辺をそれぞれ打ち消すように付加する項が、本モデルの各差分式における打切り誤差修正項である。

### 3. 計算精度の検討

#### (1) 破波直前の浅水変形

本モデルを用いて、勾配1/30の一様斜面上における波の浅水変形を計算した。沖側、岸側境界での水深をそれぞれ水深を-20m、-0.8mとし、線境界入射法を用いて、周期8s、冲波波形勾配 $H_0/L_0=0.005$ のsin波を入射した。差分間隔は、 $\Delta x=L/90$ m、 $\Delta t=T/160$ s( $L, T$ :入射波の波長および周期)であり、このとき入射境界におけるクーラン数は $K_x=0.70$ である。ただし試計算では、岸側境界に波が到達後、岸側境界の影響により斜面上部の波高が減衰したのち安定する傾向がみられたため、本研究では、浅水変形の再現性のみに着目し、波が岸側境界に到達した段階で計算を打ち切った。

打切り誤差の修正を行わない場合(Type 0)、線形項より生ずる打切り誤差のみを修正した場合(Type 1)、さらにType 1に加えて非線形項より生ずる打切り誤差を修

正した場合(Type 2)における浅水係数 $K_s$ および流速波速比 $u_s/\sqrt{gh}$ ( $u_s$ :水表面流速、 $C$ :波速(ここでは $C=\sqrt{gh}$ ))の計算結果の比較を図-3および図-4に示す。図-3中の細線は浅水係数に関する首藤の理論値(1974)であり、×印は合田の碎波式(1973)より $A=0.17$ として求めた碎波限界である。また図-4中の細線はクノイド波形より求めた流速波速比である。

図-3より、 $h/L_0=0.015$ 以深では浅水係数に関するいずれの計算結果も理論値とよい一致を示すが、Type 0は $h/L_0=0.015$ 以浅で理論値を下回るようになり、碎波点( $h/L_0=0.0112$ )での浅水係数は理論値の91%程度となることがわかる。一方、打切り誤差を修正したType 1あるいはType 2では碎波点近傍まで計算精度の向上がみられ、碎波点での浅水係数はそれぞれ理論値の95%およ

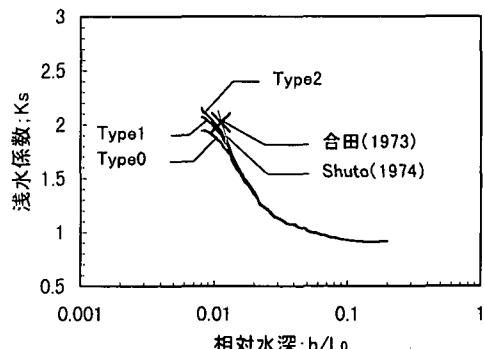


図-3 浅水係数の変化 ( $H_0/L_0=0.005, K_x=0.70$ )

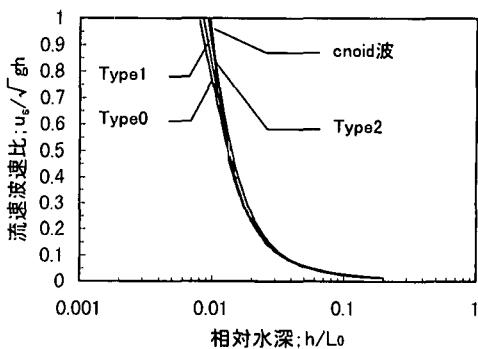


図-4 流速波速比の変化 ( $H_0/L_0=0.005, K_x=0.70$ )

表-1 碎波点における相対水深と浅水係数

(a) $u_s/\sqrt{gh} \geq 0.8$		(b) $u_s/\sqrt{gh} \geq 0.7$		
	$h/L_0$	$K_s$	$h/L_0$	$K_s$
合田 (1973)	0.0112	2.02	合田 (1973)	0.0112
Type 0	0.0096	1.91	Type 0	0.0106
Type 1	0.0102	1.97	Type 1	0.0111
Type 2	0.0106	1.97	Type 2	0.0115

び96%程度となる。

また碎波点における流速波速比は、図-4より、Type 0で0.65, Type 1で0.69, Type 2で0.74であり、打切り誤差を修正することにより徐々に大きくなつた。

ところで、流速波速比を用いた碎波条件は、一般に $u_s/C \geq 1$ とされているが、有川・磯部(1997)は、Cを長波の波速として $u_s/\sqrt{gh} \geq 0.8 \sim 1.0$ とすることを提案している。そこで、図-4に $u_s/\sqrt{gh} \geq 0.8$ を適用すると、それぞれの計算モデルによる碎波限界水深は、表-1に示すように合田式より求まる値よりも、Type 0で約14%, Type 1で約9%, Type 2で約5%浅くなる。さらに、図-3より碎波位置における浅水係数を求めるとき、Type 0で合田の示す値の約6%, Type 1, 2で約2%小さくなっていることがわかる。したがって、碎波条件を $u_s/\sqrt{gh} \geq 0.8$ とした場合、打切り誤差の修正を行わないType 0では、碎波帶付近において十分な再現性を得ることは難しいが、打切り誤差の修正項を付加したType 1あるいはType 2では、碎波位置および碎波限界波高とも実用上十分な精度を確保できるものと考えられる。なお、碎波条件を $u_s/\sqrt{gh} \geq 0.7$ とした場合には、Type 1, 2で碎波位置の推定精度は向上するものの、碎波限界波高は5%程度小さく見積もられることになる。

## (2) 一次元台形潜堤周辺の波浪変形

土木学会(1994)が「台形潜堤による波浪変形問題」のモデルケースとして実施した模型実験のうち、CASE 4(周期9 s, 波高1.0 m)の実験結果を用いて、非線形分散波の再現性に対する誤差修正項の効果を検証した。入射境界における水深を-10 m, 天端上水深を-3 mとし、差分間隔は、入射境界におけるクーラン数が一定( $K_x=0.49$ )となるように密な場合( $\Delta x=L/80$  m,  $\Delta t=T/180$  s)と疎な場合( $\Delta x=L/40$  m,  $\Delta t=T/90$  s)の2種類設定した。再現計算を実施した結果をそれぞれ図-5

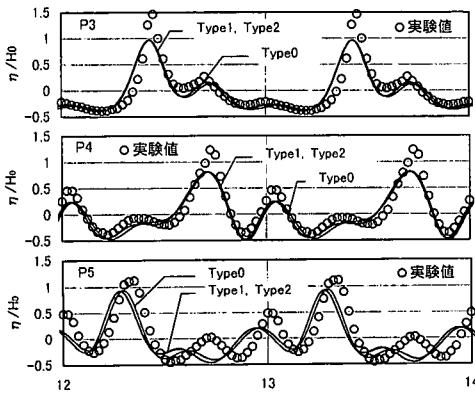


図-5 潜堤背後の波浪変形 ( $\Delta x=L/80$  m,  $\Delta t=T/180$  s)

および図-6に示す。

差分間隔が密な場合の計算結果を示した図-5をみると、ピーク値の再現性がやや不十分ではあるが、いずれの計算結果も実験結果を比較的良く再現しており、計算結果にはほとんど差が認められないことがわかる。一方、差分間隔がやや粗である場合の計算結果を示した図-6では、Type 0による波形の計算値と実験値の差が大きくなっているのに対し、Type 1, Type 2では差分間隔が密な場合と同様に実験値と良い一致を示していることがわかる。しかしType 1とType 2の差違はほとんどみられず、本ケースにおいて非線形項より生じる3次オーダーまでの打切り誤差を修正する効果を確認することはできなかった。

## (3) 二次元球面浅瀬場の波浪変形

伊藤ら(1972)が行った円形浅瀬周辺の波浪場に関する模型実験結果を用いて、浅瀬による波の屈折に関する再現性を検証した。入射境界における水深は-15 cm, 天端上水深は-5 cmである。差分間隔は、入射境界におけるクーラン数が一定( $K_x=K_y=0.15$ )となるように密な場合( $\Delta x=L/20$  m,  $\Delta t=T/204$  s)と疎な場合( $\Delta x=L/10$  m,  $\Delta t=T/102$  s)の2種類設定した。それぞれ再現計算した結果を図-7および図-8に示す。

差分間隔を密としたときは(図-7), いずれの計算結果も実験値をよく再現し、Type 0とType 1, Type 2の差違はほとんどみられなかった。一方、差分間隔を疎としたときは(図-8), 打切り誤差を修正しないType 0で計算精度の低下がみられるのに対し、打切り誤差の修正項を加えたType 1, 2では差分間隔を密とした場合とほぼ同様な計算精度を有することが確認された。なお、このような二次元波浪場においても、Type 1とType 2の差違はほとんどみられず、非線形項に関する誤差修正の効果を明らかにすることはできなかった。

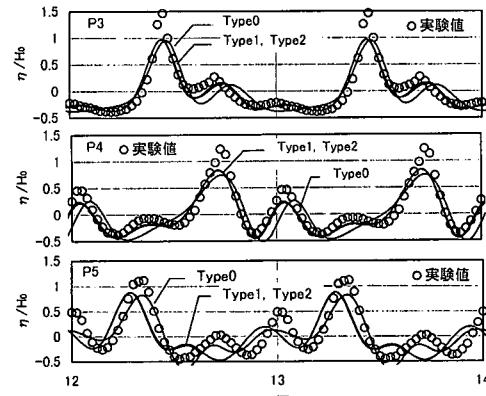
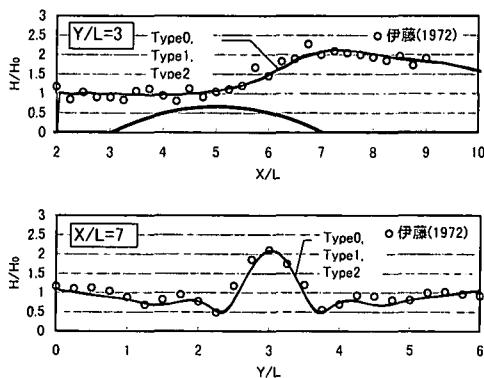
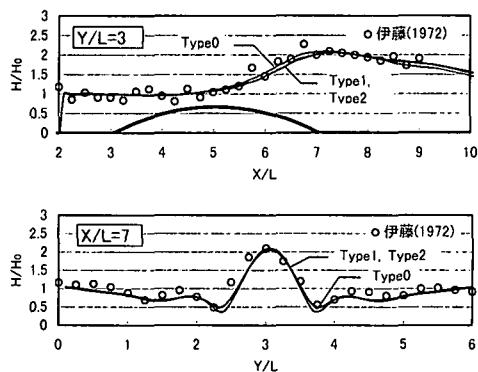


図-6 潜堤背後の波浪変形 ( $\Delta x=L/40$  m,  $\Delta t=T/90$  s)

図-7 球面浅瀬場の波浪変形 ( $\Delta x = L/20 \text{ m}$ ,  $\Delta t = T/204 \text{ s}$ )図-8 球面浅瀬場の波浪変形 ( $\Delta x = L/10 \text{ m}$ ,  $\Delta t = T/102 \text{ s}$ )

#### 4. 打切り誤差を修正したモデルの計算例

ここでは、Type 1 の計算モデルを用いて、一次元台形潜堤を二次元に拡張した複合台形潜堤周辺における波浪場の計算例を示す。差分間隔は  $\Delta x = L/40 \text{ m}$ ,  $\Delta t = T/180 \text{ s}$ とした。その他の条件は土木学会による CASE 4 と同様である。

図-9 にある時刻の空間波形、および台形潜堤周辺の流速分布を示す。あわせて示した流速分布に関する Type 0 の計算結果と比較すると、天端上の流向などに違いが現れていることがわかる。

#### 5. 結 論

本研究では、平面二次元ブシネスク方程式を ADI 法により差分化したモデルに関して、線形項から生じる 3 次オーダーまでの打切り誤差を修正することにより、比較的大きな差分格子上においても、波の浅水変形、屈折および潜堤背後の波浪変形などの計算精度が向上することを明らかにした。しかしながら、本研究で対象とした計算条件において、非線形項より生じる打切り誤差を修正

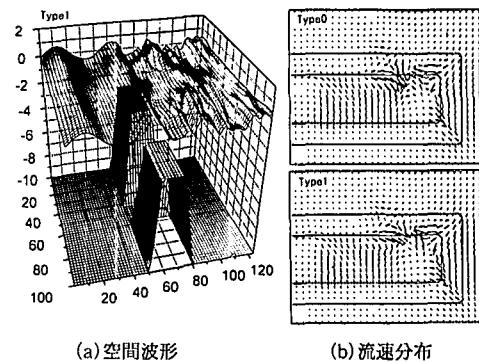


図-9 複合潜堤周辺の波浪場

する効果は、碎波限界に関してわずかに精度の向上がみられることを除いて、あまり顕著にはみられなかった。

#### 参 考 文 献

- 有川太郎・磯部雅彦 (1997): 非線形緩勾配方程式を用いた碎波判定法の適用性、海岸工学論文集、第 44巻、pp. 91-95.
- 石井敏雅・磯部雅彦・渡辺 光 (1994): 有理式近似に基づく緩勾配不規則波動方程式を用いた平面 2 次元波浪場計算、海岸工学論文集、第 41巻、pp. 6-10.
- 伊藤喜行・谷本勝利・山本庄一 (1972): 波向線交差領域における波高分布—数値波動解析法の応用—、港研報告、第 11巻、第 3 号、pp. 87-109.
- 今村文彦・後藤智明 (1986): 差分法による津波数値計算の打ち切り誤差、土木学会論文集、第 375 号/II-6、pp. 241-250.
- 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明 (1998): 非線形形分散波理論を用いた実用的な津波計算モデル、土木学会論文集、第 600 号/II-44、pp. 119-124.
- 合田良実 (1973): 防波堤の設計波圧に関する研究、港研報告、第 12巻、第 3 号、pp. 31-69.
- 佐藤慎司・M. Kabiling (1993): Boussinesq 方程式を用いた三次元海浜変形の数値計算、海岸工学論文集、第 40巻、pp. 386-390.
- 首藤伸夫 (1974): 非線形長波の変形—水路幅、水深の変化する場合—、第 21 回海講論文集、pp. 57-63.
- 鄭 培喜・余 錫平・磯部雅彦 (1998): Boussinesq 方程式に対する高次数値計算モデルの開発、海岸工学論文集、第 45巻、pp. 21-25.
- 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会 (1994): 海岸波動、pp. 146-200.
- Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1992): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part 2, A slowly-varying bathymetry, Proc. 18th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 183-204.
- Nwogu, O. (1993): Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Waterway Port Coastal Ocean Eng., ASCE, Vol. 119, No. 6, pp. 618-638.
- Peregrine, D. H. (1967): Long waves on a beach, J. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 815-827.
- Wei, O. and J. T., Kirby (1995): A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves, Part 1, Highly nonlinear unsteady waves, J. Fluid Mech., Vol. 294, pp. 71-92.