

# 位相平均波浪変形解析モデルへの回折効果の モデリングと適用性に関する研究

間瀬 肇\*・高山知司\*\*・北野利一\*\*\*・森安里夫\*\*\*\*

## 1. はじめに

エネルギー平衡方程式は、位相的に平均化された諸量の 1 つである波エネルギーの収支を表す方程式である (Karlsson, 1969)。時間変化や外部エネルギーとのやりとりを考慮したものに、第 3 世代波浪推算モデルといわれる WAM (WAMDI group, 1988) および SWAN (Booij ら, 1996) がある。これらの計算モデルは格子間隔を大きくとることができ、大領域における波浪変形を計算することが可能である。欠点としては、平均化により位相情報がないために、波の反射や回折効果が考慮できないことが挙げられる。

最近、位相平均モデルに回折効果を導入する試みがなされている (山口ら, 1990; Booij ら, 1997; Rivero ら, 1997)。その方法は、エネルギー平衡方程式における特性速度に回折効果を導入するものである。Booij ら (1997) は計算モデルにうまく回折効果を取り入れられなかったが、Rivero ら (1997) は防波堤背後の波の回折の計算を行い、合理的な回折係数を得られたと報告している。回折を考慮した特性速度には、振幅の空間 3 階微分が含まれ、計算が難しく不安定になる。

本研究は、陽な形で回折項を導入したエネルギー平衡方程式 (流れの影響も含む) を提案する。本計算モデルは計算が容易で安定であり、回折に関して理論結果を十分に表現可能である。この計算モデルを用いて、大阪湾に侵入するうねりの変形特性を解析する。

## 2. エネルギー平衡方程式への回折項の導入

### 2.1 エネルギー平衡方程式

エネルギー平衡方程式は、多方向不規則波の屈折、浅水変形、砕波変形を表すことができ、大領域の波浪変形計算モデルとして実用上盛んに用いられている。しかし、波の回折については、問題点が指摘されている (西村, 1987)。

定常波浪場のエネルギー平衡方程式 (エネルギー減衰

項を含む) は、以下のように表される。

$$\frac{\partial(v_x S)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y S)}{\partial y} + \frac{\partial(v_\theta S)}{\partial \theta} = -\epsilon_b S \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $S$  は波の方向スペクトル、 $(x, y)$  は水平座標、 $\theta$  は  $x$  軸から反時計回りに測った波向角、 $\epsilon_b$  はエネルギー減衰係数であり、特性速度  $(v_x, v_y, v_\theta)$  は

$$(v_x, v_y, v_\theta) = \left\{ C_\theta \cos \theta, C_\theta \sin \theta, \frac{C_\theta}{C} \left( \sin \theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right\} \dots (2)$$

と表される。ここで、 $C$  は波速、 $C_\theta$  は群速度である。

### 2.2 回折項を含むエネルギー平衡方程式

放物型波動方程式を基にして回折項を定式化し、エネルギー平衡方程式に導入する (間瀬ら, 1999)。基本的な放物型近似波動方程式は、以下のように書くことができる。

$$2ikCC_\theta A_x + i(kCC_\theta)_x A + (CC_\theta A_y)_y = 0 \dots (3)$$

{式(3) × A\*} + {式(3)\* × A} を求めると、

$$(C_\theta |A|^2)_x - \frac{i}{2\omega} \{ (CC_\theta |A|^2)_y - 2CC_\theta A_y A_y^* \} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

が得られる。上式が成り立つためには

$$(C_\theta |A|^2)_x = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$(CC_\theta |A|^2)_y - 2CC_\theta A_y A_y^* = 0 \dots\dots\dots (6)$$

である。式(5)はエネルギー保存式を表し、式(6)は回折によるエネルギー変化を表している。波エネルギーは  $E \propto |A|^2$  であり、式(5)および式(6)の左辺第 1 項は  $E$  で表現できるが、第 2 項の  $A_y A_y^*$  は  $E$  で表現できない。そこで、 $A = a + ib$  として得られる  $A_y A_y^*$  の表示式ができるだけ同じになるように  $E_{yy}/4$  と近似する。したがって、式(6)は

$$(CC_\theta E_y)_y - CC_\theta E_{yy}/2 \cong 0 \dots\dots\dots (7)$$

となる。

いま、式(5)の左辺と式(1)の左辺とを比べ、エネルギー  $E$  を方向スペクトル  $S$  とみなす。そして、ほぼゼロである式(7)の  $E$  を  $S$  として式(1)の右辺に加えることにより、モデル方程式として次式を得る。

\* 正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所  
 \*\* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所  
 \*\*\* 正会員 工修 徳島大学助手 工学部建設工学科  
 \*\*\*\* 正会員 高田機工(株)

$$\frac{\partial(v_x S)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y S)}{\partial y} + \frac{\partial(v_\theta S)}{\partial \theta} = \frac{\kappa}{2\omega} \left\{ (C_{C\theta} \cos^2 \theta S_{yy})_y - \frac{1}{2} C_{C\theta} \cos^2 \theta S_{yy} \right\} - \varepsilon_\theta S \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\kappa$ は回折項の影響係数である。すなわち、式(7)のようにこの項は完全にゼロにならないので、この影響係数によって回折項を調整する。この項は左辺のSと連成し、拡散項の役目を果たすことになる。放物型近似方程式は、波の伝播方向(ほぼx軸方向)に垂直な方向に回折効果を導入することができる。ここでは多方向不規則波の成分波のそれぞれに回折効果を導入しようとするものである。それぞれの成分波の伝播方向はx軸とは異なり、その分 $\cos \theta$ の重みがついている。

2.3 流れを考慮したエネルギー平衡方程式

流れの影響を考慮する場合、wave actionを用いると、式が簡単で便利である。その式は、エネルギー平衡方程式においてSの代わりに $A_c = S/\sigma$ で定義されるwave actionに置き換える。すなわち、

$$\frac{\partial(v_x A_c)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y A_c)}{\partial y} + \frac{\partial(v_\theta A_c)}{\partial \theta} = \frac{\kappa}{2\omega} \left\{ (C_r C_{gr} \cos^2 \theta A_{cy})_y - \frac{1}{2} C_{rgr} \cos^2 \theta A_{cy} \right\} - \varepsilon_\theta A_c \dots\dots\dots (9)$$

である。絶対角周波数 $\omega$ 、固有角周波数 $\sigma$ 、波数ベクトル $k$ 、流れのベクトル $\vec{U}$ には、以下の関係

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \omega - \vec{k} \cdot \vec{U} \\ \sigma^2 &= g|\vec{k}| \tanh|\vec{k}|h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

があり、特性速度は

$$\left. \begin{aligned} v_x &= C_{gr} \cos \theta + U \\ v_y &= C_{gr} \sin \theta + V \\ v_\theta &= \cos \theta \sin \theta \frac{\partial U}{\partial x} + \sin^2 \theta \frac{\partial V}{\partial x} \\ &\quad - \cos^2 \theta \frac{\partial U}{\partial y} - \sin \theta \cos \theta \frac{\partial V}{\partial y} \\ &\quad + \frac{1}{|\vec{k}|} \frac{g|\vec{k}|^2 \operatorname{sech}^2|\vec{k}|h}{2\sigma} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial y} \cos \theta \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

で与えられる。ここで、 $C_r$ および $C_{gr}$ は流れがある場における波の波速と群速度である。波の進行方向に逆向きの流れが大きいと、式(10)で表される分散関係の解が存在しない。すなわち、波が存在し得なくなるが、その場合本研究では $A_c = 0$ とした。また、分散関係の解は存在しても特性速度が $v_x < 0$ となる場合はエネルギーが上流に伝播できないので、この場合も $A_c = 0$ とした。 $v_x$ の値が正であってもその値が小さい場合、計算されるエネル

ギー値は大きくなる。そうした場合砕波が生じることになるが、本研究では流れによる砕波と砕波後のモデリングは行っていない。

2.4 数値計算法

成分波はすべて岸に向かって伝播するとする。風上差分を用いて式(8)を差分化すると、以下の形式の連立方程式が得られる。

$$A_1 S_n^{i,j,k} + A_2 S_n^{i(j-1)k} + A_3 S_n^{i(j+1)k} + A_4 S_n^{j(k-1)} + A_5 S_n^{j(k+1)} = -B S_n^{i-1,j,k} \dots (12)$$

ここで、 $i$ および $j$ はそれぞれx軸およびy軸方向の格子番号、 $n$ は周波数番号、 $k$ は波向番号を表す。 $A_1 \sim A_5$ および $B$ の詳細は、間瀬ら(1999)を参照されたい。式(9)も同様の形式となる。

式(9)の右辺の $S_n^{i-1,j,k}$ は既知であり、周波数成分 $n$ (全個数 $N$ )に対して、 $j=1 \sim J, k=1 \sim K$ の $J \times K$ 個の連立方程式を解くことによって $S_n^{i,j,k}$ を求めることができる。計算された $S_n^{i,j,k}$ を用いて、有義波高 $H_{1/3}$ 、有義周期 $T_{1/3}$ 、平均波向き $\bar{\theta}$ を求める。

3. 開口防波堤背後の波高分布の計算例

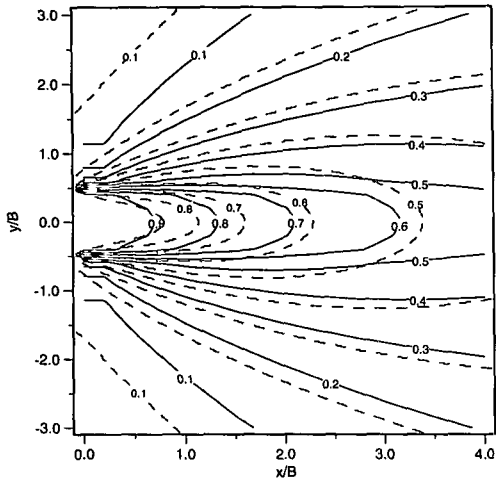
エネルギー平衡方程式を用いて防波堤背後の波浪変形計算を行うと、数値分散によってエネルギーの側方への分散が生じ、あたかも回折の効果が入りようになる(西村, 1987)が、それ以上にエネルギーの方向分散効果で、特に防波堤開口幅が広い場合、計算値はSommerfeldの理論値とよく一致する。しかし、開口幅が狭くなると理論値からのずれは大きくなる(高山ら, 1991)。

図-1(a)は、防波堤開口幅が狭い $B/L=2$ について、従来のエネルギー平衡方程式を用いた無次元波高の計算結果を示したものである。なお、計算に当たっては、周波数スペクトルはBretshneider-Mitsuyasu型スペクトル、方向関数として光易型方向関数( $S_{max}=25$ )を用い、 $\delta x = \delta y = B/20, N=10, K=36$ とした。同様の計算条件で、回折を考慮したエネルギー平衡方程式を用いた計算結果を図-1(b)に示した。用いた回折影響係数は、予備計算の結果、 $\kappa=2.5$ としたものである。

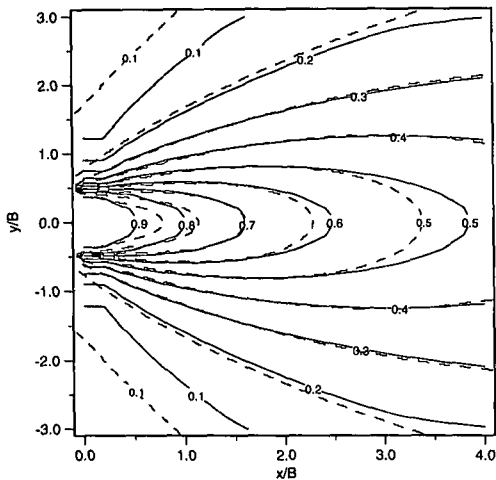
$-0.5 < y/B < 0.5$ が開口部、破線がSommerfeldの理論値、実線が計算結果である。両図を比較してわかるように、回折係数の値が0.1と小さくなる開口部から離れた防波堤背後の領域では一致の程度は良くないが、開口幅が狭い場合でも本計算モデルによる計算結果はSommerfeldの理論値にかなりよく一致する。

4. 流れと地形変化による波高変化

計算条件としての流れのパターンを図-2(a)に示す。領域は東西1200 m、南北に800 mであり、西の境界 $x=0$  mにおける南北方向の水深は一様で25 m、東の境界 $x$



(a) 従来のエネルギー平衡方程式を用いた計算結果

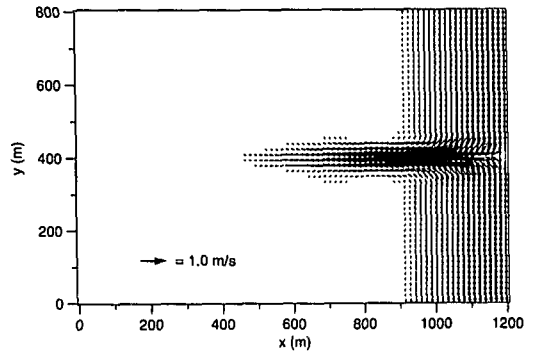


(b) 回折を考慮したエネルギー平衡方程式を用いた計算結果

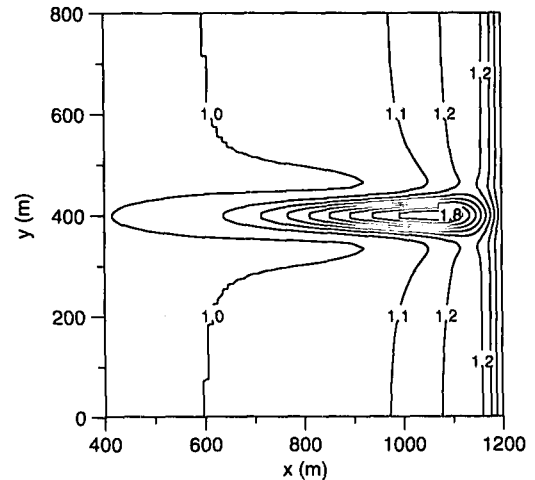
図一 開口防波堤背後の波高分布 (破線は Sommerfeld の理論解, 実線は数値モデルによる計算結果)

=1200 m における南北方向の水深一様で 1 m とし、その間は線形的に変化する一様勾配の平行水深地形を設定した。流れの場は離岸流を模したもので、 $y = 400$  m における測線上で最大流速が現れる。ここでは、流れの大きさは砕波が生じない条件を設定した。数値計算に当たっては、周波数スペクトルとして Bretschneider-Mitsuyasu 型スペクトル、方向関数として光易型方向関数 ( $S_{max} = 25$ ) を使い、 $\delta x = \delta y = 10$  m、 $N = 10$ 、 $K = 36$  とした。回折を考慮する場合  $\kappa = 2.5$  とした。

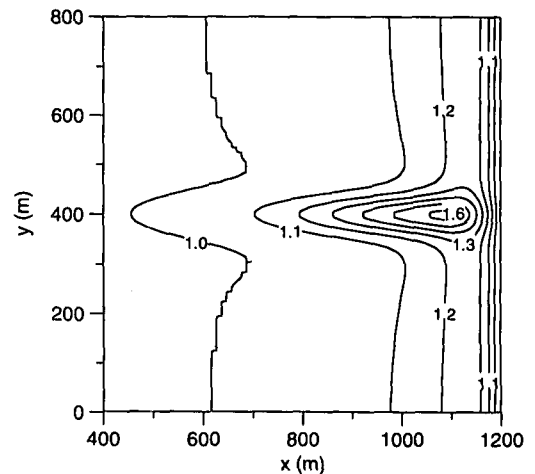
図一2(b) は従来のエネルギー平衡方程式を用いた計算結果であり、 $y = 400$  m 線上へ波が集中する様子が見られる。図一2(c) の回折効果を取り入れたエネルギー平衡方程式を用いた計算結果では波の集中度が弱くなり、また最大波高値も (b) 図に比べて小さくなっている。



(a) 流れのパターン



(b) 従来のエネルギー平衡方程式を用いた計算結果



(c) 回折を考慮したエネルギー平衡方程式を用いた計算結果

図二 一様勾配地形上の離岸流による波高変化

### 5. 大阪湾に侵入するうねりの変形

#### 5.1 計算条件

大阪湾の喉元に位置する友ヶ島では、風波とうねりの観測が行われていた(川鍋, 1970)。目視によるうねりは0~9段階の階級に区分され、来襲方向は8方向で整理された。統計解析は1960~1967年の8年間の資料に基づいて行われた。その結果、地形によりうねりの来襲方向はほとんど南よりで、東西方向のうねりはほとんどないこと、季節を通して階級0が圧倒的に多く、階級3(波高2~4 m)以上は年間を通じて4%程度であり、そのうち夏季が最も多く1.6%、冬季が最も少なく0.25%であった。

計算に用いるうねりの条件としては波高を4 m, 周期を10 s, 15 s, 20 sの3種類とし、主波向は北向とした。周波数スペクトルはJONSWAPスペクトルを用いたが、尖ったスペクトルにするため、尖鋭度パラメータ $\gamma$ を7とした。方向関数は光易型方向関数を用い、 $S_{max}=75$ とした。また、計算メッシュ幅、周波数分割数、方向分割数をそれぞれ $\delta x=\delta y=100$  m,  $N=15$ ,  $K=31$ とした。

#### 5.2 流れを考慮しない計算結果

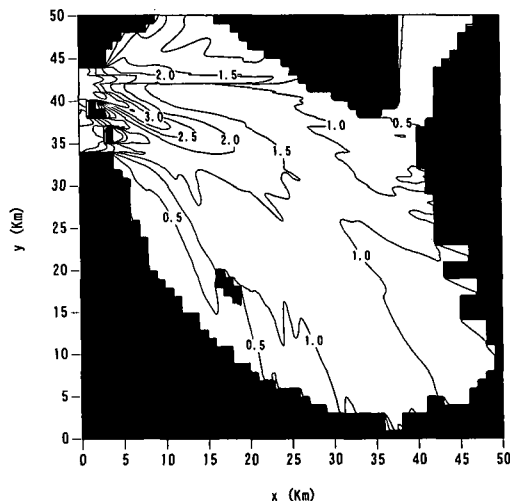
計算結果の1例として、波高4 mおよび周期20 sのうねり的大阪湾内での波高分布および波向き分布を図-3に示す。(a)図は従来のエネルギー平衡方程式を用いた計算結果、(b)図は回折を考慮したエネルギー平衡方程式による計算結果、(c)図は波高の大きさと主波向きがわかるようにベクトル表示したものである。図の右方向が北方向である。

従来のエネルギー平衡方程式を用いた計算結果は、由良瀬戸から北方向にかけて波高が大きな領域が現れ、淡路島に到達する地点では約1.5 mとなる。しかし、回折を考慮したエネルギー平衡方程式を用いると、そのような大きな波高領域が現れることがなく、波高分布は湾奥に曲がり込むような分布形となる。(c)図から、うねりが湾奥に伝播する様子がわかる。

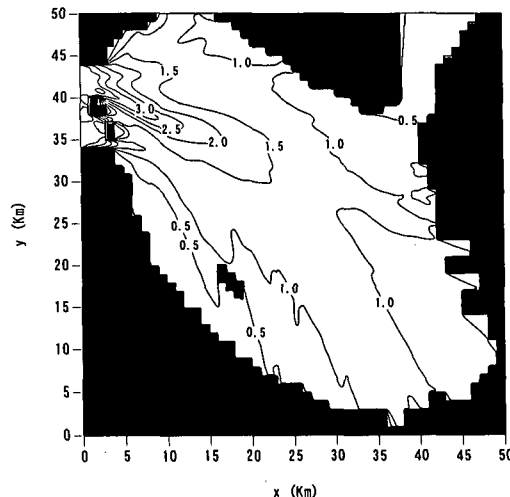
うねりの周期が15 sの場合の計算結果は図-3のそれとほぼ同じであるが、周期が10 sの場合には図-4のように波高分布パターンが少し異なるようになる。すなわち、由良瀬戸を通過した波が湾奥方向に曲がり込まず、北方向に広がる波高分布パターンとなる。

#### 5.3 流れを考慮した計算結果

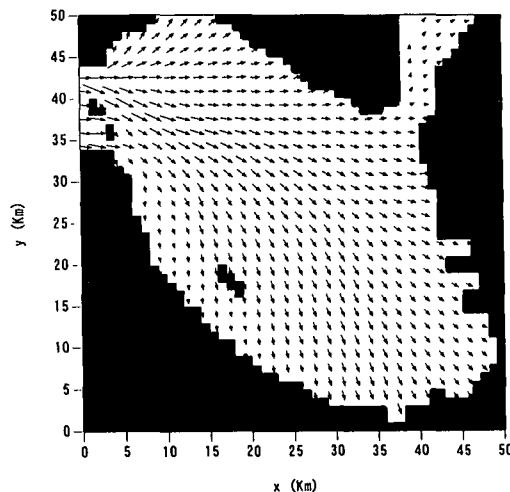
平均大潮を対象とし、12時間25分の $M_2$ 潮周期を用いて、大阪湾内での潮流シミュレーションを行った。図-5(a)は明石海峡において西流が最大となる時点の流ベクトルを示したものである。この流れパターンに対して、うねり(波高4 mおよび周期20 s)の変形計算結果を図-5(b)に示す。図-3(b)と比較すると、関西国際空港人工



(a)従来のエネルギー平衡方程式を用いた計算結果

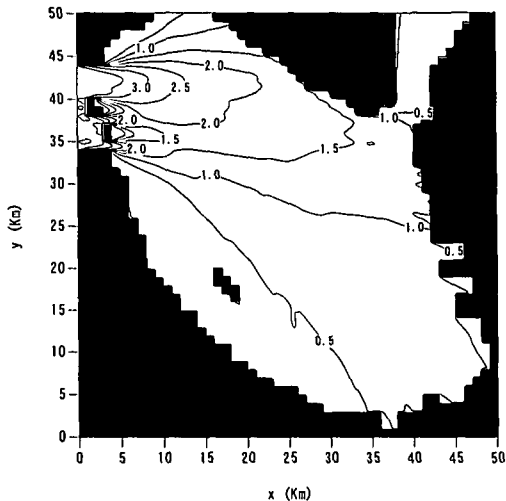


(b)回折を考慮したエネルギー平衡方程式を用いた計算結果



(c)波高と波向き(回折を考慮)

図-3 波高4 mおよび周期20 sのうねりの変形計算結果



図—4 波高 4 m および周期 10 s のうねりの変形計算結果 (回折を考慮)

島の周辺で少し差が出ているが、ほぼ同様の結果である。しかし、明石海峡において東流最強時となる流パターンにおいては、波に対して逆流が強くなる海峡付近から湾奥の領域で計算波高が過大になった。成分波が存在し得ないときはそのエネルギーを 0 としたが、特性速度  $v_x$  の値が小さい場合に計算されるエネルギー値が大きくなるためである。こうした場合砕波条件とその時のエネルギー値の条件を課さなければならない。どのような条件を課すかは今後の課題とする。

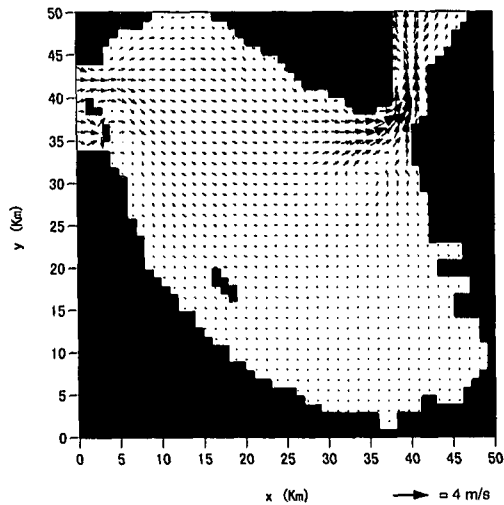
## 6. まとめ

本研究は、回折効果を導入したエネルギー平衡方程式を提案した。数値計算モデルは、計算が容易で回折に関して理論結果を十分に表現可能である。この計算モデルを用いて、大阪湾に侵入するうねりの変形特性を解析し、回折効果を考慮した計算結果は波高分布が滑らかになることを示した。

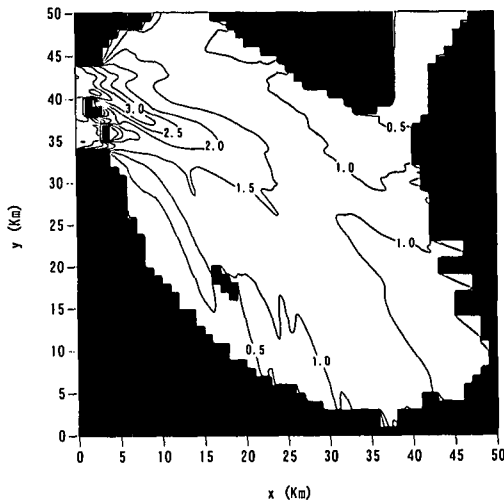
最後に、本研究を行うに当たり、運輸省港湾技術研究所 平石哲也博士には回折計算について便宜を図っていただきここに謝意を表する。

## 参考文献

- 川鍋安次(1970): 大阪湾の波, 神戸海洋気象台彙報, 第 183 号, pp. 1-55.
- 高山知司・池田直太・平石哲也 (1991): 砕波および反射を考慮した波浪変形計算, 港湾技術研究所報告, 第 30 巻, 第 1 号, pp. 21-67.
- 西村仁嗣: エネルギー平衡方程式の積分に伴う数値分散について, 第 34 回海岸工学講演会論文集, pp. 11-15, 1987.
- 間瀬 肇・高山知司・国富将嗣・三島豊秋 (1999): 波の回折を考慮した多方向不規則波の変形計算モデルに関する研究, 土木学会論文集 (印刷中).



(a) 流れのパターン



(b) 波高分布

図—5 潮流と回折を考慮したうねりの変形計算結果

- 山口正隆・西岡賢嗣・田中浩二 (1990): 構造物が存在する場合の不規則波に伴う海浜流の数値モデル, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 205-209.
- Karlsson, T. (1969): Refraction of continuous ocean wave spectra, Proc. ASCE, Vol. 95, No. WW 4, pp. 471-490.
- WAMDI group (1988): The WAM model — a third generation ocean wave prediction model, Jour. Physical Oceanography, Vol. 18, pp. 1775-1810.
- Booij, N., L.H. Holthuijsen and R. C. Ris (1996): The “SWAN” wave model for shallow water, Proc. 25 th Int. Conf Coastal Eng., ASCE, pp. 668-676.
- Booij, N, L. H. Holthuijsen, N. Doorn and A. T. M. M. Kieftenburg (1997): Diffraction in a spectral wave model, Proc. 3 rd Int. Symp. on Wave '97, ASCE, pp. 243-255.
- Rivero, F. J., A. S. Arcilla and E. Carci (1997): An analysis of diffraction in spectral wave models, Proc. 3rd Int. Symp. on Wave '97, ASCE, pp. 431-445.