

矩形断面水路における浅水航走波の数値計算

谷本勝利*・小林豪毅**・Vu Thanh Ca***

1. はじめに

孤立波の発見は, Scott-Russell が 1834 年に, 運河で船が急に止まったとき発生した水面の盛り上がり(波)が運河に沿って進んでいくのを目撃したのが契機といわれる(たとえば, 和達, 1992)。それとは条件が異なるけれども, 1980 年代, 模型船の浅水曳航試験において, 船舶の前に周期的な孤立波が形成され, 船より少し速い速度で伝播することが報告されるようになった(たとえば, Ertekin et al., 1985), これは船の水深フルード数が大きくなるにつれ顕著に現れる現象で, ソリトンと呼ばれ, 理論的研究も行われている(たとえば, Choi & Mei, 1989; Chen & Sharma, 1995)。しかし, 既往の理論的研究の多くは移動座標で, フルード数が 1 に近いという仮定のもとに導かれた式を用いたものであり, 適用に限界がある。そのため, 筆者らは, 固定座標で, 実際の複雑な水路条件や船の速度に対して航走波を計算できるようにすることを最終目的とした研究を進めている。本論文は, その第一段階として, 矩形断面水路における浅水航走波を対象として, 計算結果を実験結果と比較することにより検証するとともに, ソリトンに注目して, 船の速度や水路幅による周期や波高の変化を明らかにすることを目的としたものである。

2. 基礎式

本研究では浅水域の航走波を対象とすることから, 基礎式として Boussinesq タイプの式を採用する。静水面上に x, y 軸, 鉛直上向きに z 軸をとると, 一定水深での Peregrine (1967) の式は次のように表される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + gD \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ = \frac{h^2}{3} \left(\frac{\partial^3 Q_x}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 Q_y}{\partial t \partial x \partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_y^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ = \frac{h^2}{3} \left(\frac{\partial^3 Q_x}{\partial t \partial x \partial y} + \frac{\partial^3 Q_y}{\partial t \partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに, ζ は水位, Q_x, Q_y はそれぞれ x, y 方向の線流量, h は静水深, $D (= h + \zeta)$ は全水深, g は重力加速度である。

船による擾乱は, 細長い船 (slender ship) を仮定して, 線状のわき出しと吸い込みによって近似する。船が x 軸上を速度 U で進むとし, 船の断面積の分布を $S(x)$ で表すと, 各断面でのわき出しの強さは質量保存から $U ds/dx$ で与えられる。また, 細長い船の場合, 水はほとんど横方向にかき分けられるから, 船からある程度離れた領域では船が新たに排除した断面積の分だけ横方向の線流量 Q_y として排出されると考えることができる。左右対称の船では両側に排出される水の量は等しいから, 結局, 船による擾乱は境界条件として,

$$Q_y = \pm \frac{1}{2} U \frac{ds}{dx} \quad (\text{船の位置で}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

のように与えられる。これは近似的ではあるが, 船首付近で水をかき分け, 船尾付近で水が流入するという物理的現象を表す。船の境界を移動させながら, Boussinesq 方程式によって波の伝播を計算することにより, 航走波のシミュレーションを行うことができる。

Boussinesq 方程式の離散化には Madsen & Sørensen (1992) に従い ADI 法を用いる。また, 空間的には水位と線流量を交互に配したスタッガード・メッシュを用いて中央差分を行う。

3. 計算結果と考察

(1) 計算条件

計算で対象としたのは Ertekin ら (1985) による曳航実験の条件で, 模型船は長さ (L_s) が 1.52 m, 幅が 0.23 m のものである。船については船長と中央での断面積のみを支配的なパラメーターと考え, 断面積の変化を次のような放物線分布で与えて計算を行うことにする。

$$S(x_s) = S_0 \left[1 - \left(\frac{2x_s}{L_s} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

* フェロー 工 博 埼玉大学教授 工学部建設工学科
 ** 正 会 員 工 修 ㈱東京久栄 技術センター
 *** 正 会 員 博(学) 埼玉大学助教授 工学部建設工学科

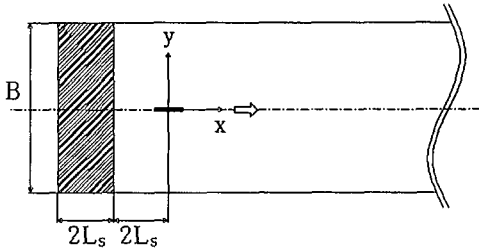


図-1 計算領域の説明図

ここに、 S_0 は船の中央での断面積(喫水0.05 mの場合 0.0115 m^2)、 x_s は船の中央からの距離である。

水路幅 B は 2.44 m であるが、水路の中央を仕切ってその中央を曳航した場合と半分の模型船を側壁に沿って曳航した場合で、 $B=1.22 \text{ m}$ 、 4.88 m についても実験が行われている。水深 h は $0.10 \sim 0.15 \text{ m}$ 、喫水 d は $0.025 \sim 0.1 \text{ m}$ の範囲で変化している。これらのうち、本研究では水深 $h=0.125 \text{ m}$ 、喫水 $d=0.075 \text{ m}$ のケースおよび $h=0.1 \text{ m}$ 、 $d=0.05 \text{ m}$ のケースを対象とする。

計算領域は $t=0 \text{ s}$ で図-1の状態から船が出発するように設定する。水路の側壁は完全反射とし、船の下手側には波を反射させないためのエネルギー吸収帯を設けている。上手側の境界は完全反射であるが、波が到達する前に計算を終了させる。

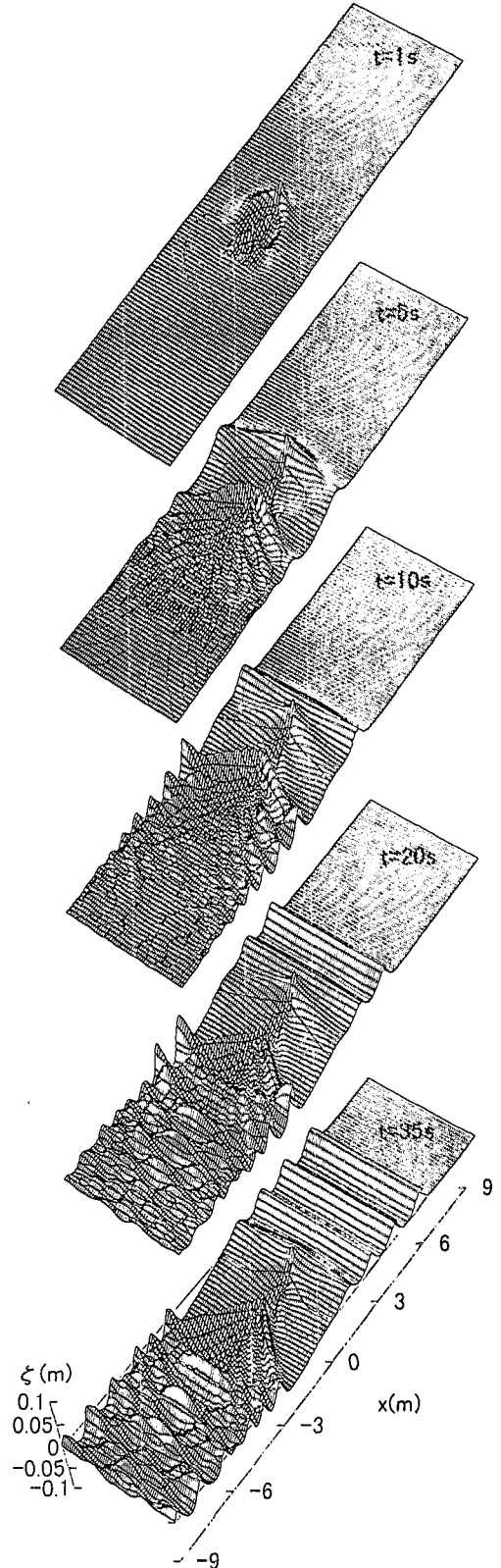
格子間隔は $\Delta x = \Delta y = 0.075 \text{ m}$ とし、 Δt は船が2ステップで1メッシュ進むように $\Delta t = \Delta x / (2U)$ とする。船は水路の中央を真っ直ぐに進むので、対称性から領域の半分のみを計算するが、結果は全幅に対して示す。

(2) 航走波の発達

まず、静水中に船が走り始めてからの航走波の発達の様子を水深 0.125 m 、幅 4.88 m の例を中心に示す。この場合水路の断面積と船の中央での水面下断面積の比で定義したブロック係数 (blockage coefficient) C_b は 0.0284 であり、 $U/(gh)^{1/2}$ で定義した水深フルード数 F_h は 1.0 すなわち限界速度 (critical speed) の条件である。

図-2は計算開始後約1, 5, 10, 20, 35 sの航走波のパターンを示したものである。船を中心とした前後9 m区間のみを示している。船の進捗とともに擾乱が拡がり、側壁に達し、船の後方で反射波との重合が進展していく様子が認められる。また、船の前の波が次第に2次元化してソリトンとなり、その数が増えていく様子も認められる。

一方、図-3は水路幅中央線上 ($y=0$) での水位分布の時間的変化を示したものである。横軸の距離 x は、図-2も同様であるが、船の中央を原点としており、正方向が進行方向である。船は $x=-0.76 \sim 0.76 \text{ m}$ の位置にある。

図-2 航走波のパターン (幅 4.88 m 、 $F_h=1.0$)

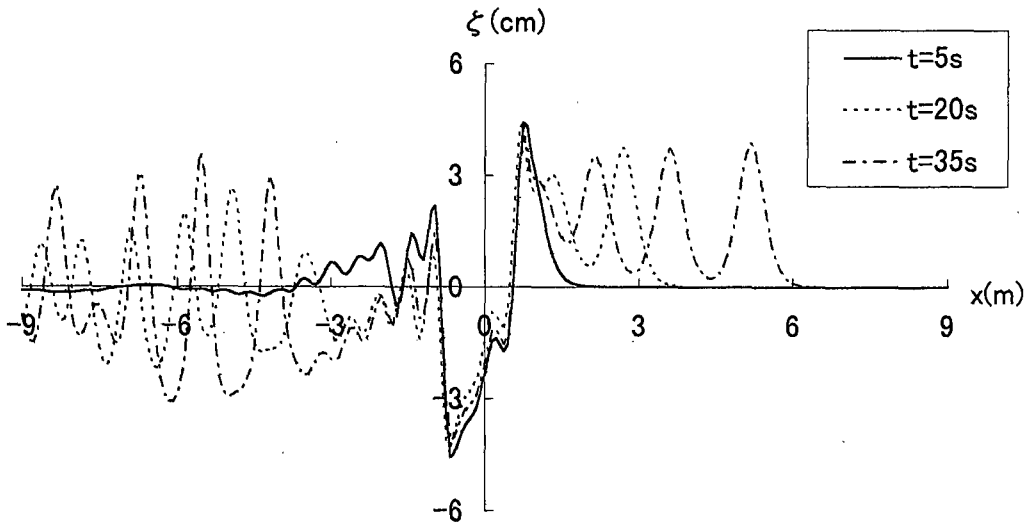


図-3 幅中央線上 ($y = 0$) での水位の分布

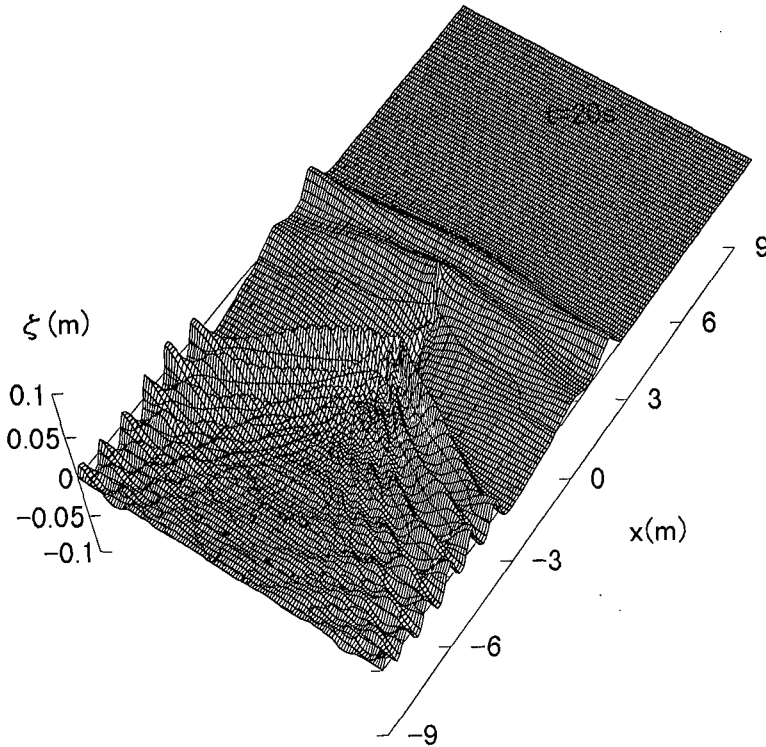


図-4 航走波のパターン (幅 9.76 m, $F_h = 1.0$)

水位分布は計算開始後 5, 20, 35 s を示してあるけれども、船の前方後方ともに、定常的パターンにならない。ただし、船の位置および前後の近傍では変化は小さい。

こうした航走波の発達の様子は水深フルード数やブロック係数などの条件によって異なる。図-4 は水路幅を倍の 9.76 m としたときの 20 s 後のパターンを示した

ものである。この場合、船の前の波はまだ完全に二次元化しておらず、また背後の反射波との重合パターンにも図-2 の場合と相違が認められる。

(3) 時間波形に関する実験結果との比較

図-5 は水深 0.125 m, 水路幅 2.44 m, 水深フルード数 1.0 のケースについて、水路の側面から 0.23 m 離れた測

線上3点(船の始発位置側よりG1, G1, G3, 間隔は9.7 m)での実験および計算による水位の時間変化を例示したものである。このとき、ブロック係数は0.0567となる。上から順に船の初期位置に近く、航走波の現れる時間が遅れている。ただし、実験における模型船の初期位置と時間軸の関係が不明であるので、計算結果の時間軸はソリトンの発生数が実験に合うように実際の計算開始後の

時間から5sを差し引いてずらしてある。

両者を比較すると、特に、船の通過時や通過後の波形にやや違いが認められるものの、船の前方に現れるソリトンの発達状況等、計算結果は実験結果とよく合っているといえよう。

(4) ソリトンの周期と波高

水深 $h=0.1$ m, 噴水 $d=0.05$ m の条件について、ソリトンの周期および波高について実験結果と比較する。そのうち、周期については、実験では船を曳航する台車に設置された波高計で周期 T_{sm} を測定しているの、計算においても同様に船とともに移動する座標上での計算時間波形から求める。

図-6は結果を無次元化して示したものである。水深フルード数が大きいところで計算値が大きいものの、 $F_h=1.1$ 程度まではよく合っている。ただし、水路幅 $B=4.88$ m の $F_h=0.8$ の条件では、計算ではソリトンは単発型であり、周期は算定していない。この周期は1個のソリトンが発生する時間間隔を表しているけれども、水路幅が大きいほど、すなわちブロック係数が小さいほど、また水深フルード数が大きいほど長くなる傾向にある。ブロック係数 C_b は $B=1.22, 2.44, 4.88$ m に対してそれぞれ0.0941, 0.0470, 0.0235である。

固定座標でのソリトンの周期 T_{sf} については、実験結果が示されていないので計算結果のみを示す。図-7は測点G3での計算周期である。この場合、周期はブロック係数が小さいほど長くなるが、水深フルード数に対しては極小値を持つような変化をしている。

図-8は測点G3でのソリトンの第1波目の高さ(最大水位) H_s を実験値と比較したものである。 $B=1.22$ m の $F_h=0.8$ 以下の条件で計算値が大きいものの、その他の条件ではよく合っている。ただし、 F_h が大きいところで実験値が低下するのは波峰が崩れるためであり、計算

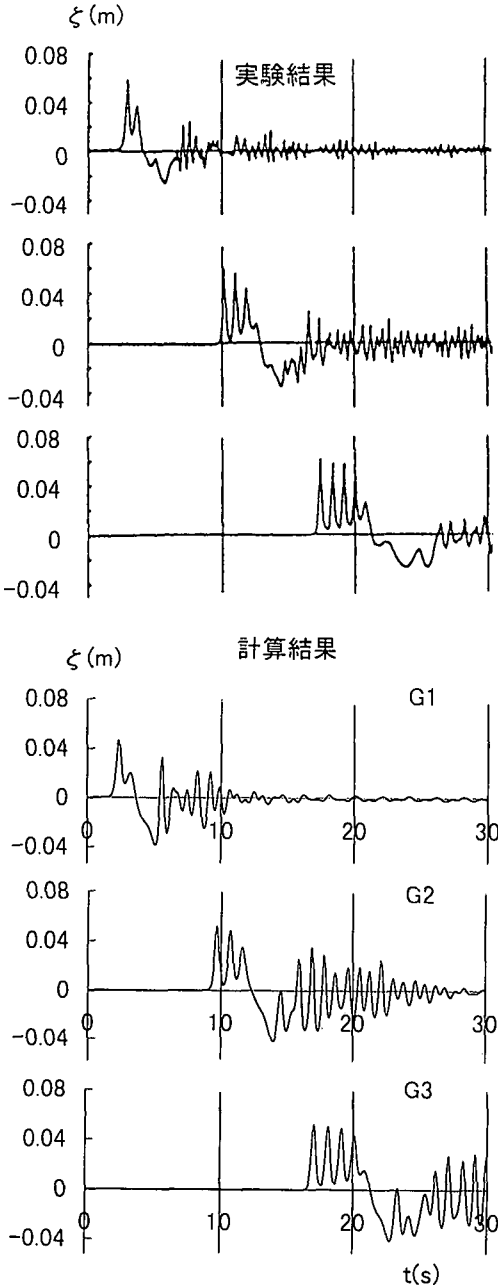


図-5 実験と計算による航走波の時間波形(実験結果は Ertekin et al., 1985 による)

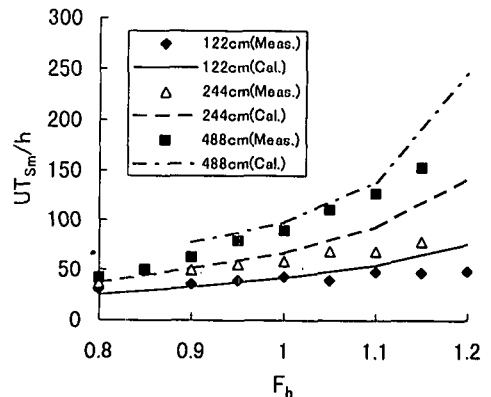


図-6 移動座標におけるソリトンの周期(実験結果は Ertekin et al., 1985 による)

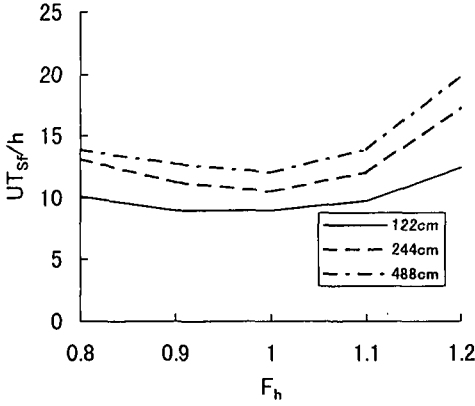


図-7 固定点 (G3) でのソリトンの周期

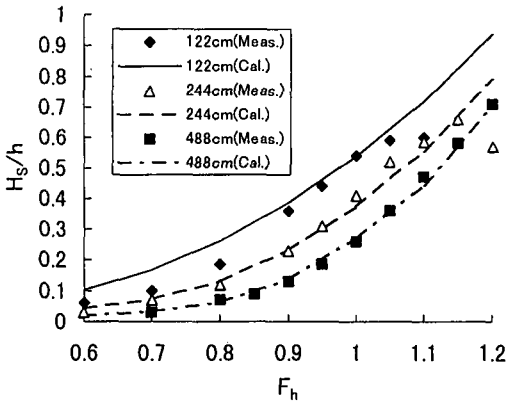


図-8 ソリトンの高さ (実験結果は Ertekin et al., 1985 による)

ではこれを考慮していないので、大きいままとなっている。ソリトンの高さは水深フルード数およびブロック係数が大きいほど大きくなる傾向にある。

4. むすび

本研究では、浅水域の航走波の数値計算モデルを開発し、矩形断面水路での実験結果と比較することによりその妥当性を例証するとともに、特に、船の前方に現れるソリトンの周期や波高について、船の速度および水路幅の影響を明らかにした。ソリトンの周期は水路幅が広いほど長くなるが、船速に対しては極小値を持つような変化をする。また、高さ(第1波目の最大水位)は水路幅が狭いほど、船速が大きいほど大きくなる。

今回は細長い船を扱ったけれども、実際に河川などの水路に就航している船は幅が広いことが多い。今後、

Madsen & Sørensen (1990) らが試みているように、圧力を取り入れた式を用いて、船の幅および船底下での流動を考慮した計算法に発展させたいと考えている。以下、現地への換算の1例を示し、むすびとする。

縮尺を1/20とすると、本研究で対象とした船は長さ30.4 m、幅4.6 mであり、ソリトンを検討した条件でいえば、喫水は1.0 m、水深は2 mである。また、水路幅2.44 mを例にとれば、48.8 mとなる。このとき、船速を限界速度4.43 m/s(約9ノット)とすれば、計算結果は高さ(最大水位)0.75 m、周期4.74 sのソリトンが約30 sごとに1個発生するというを示している。そうしたソリトンが複雑な条件下での実際の水路で発生するかどうか興味深いところである。

そのため、筆者らは両岸が直立護岸で制限された幅の狭い水路として新河岸川を選び、航走波の現地観測を実施している。水路幅は上述の現地換算例とほぼ同じであるが、水深が約4 mと大きく、水深フルード数も最大で0.7であり、船の前に小さな波高の先駆波が数波認められるものの、明確なソリトンを観測するにはいたっていない。今後も観測を継続していく予定である。

なお、本研究を進めるにあたって、(株)五洋建設技術研究所の関本恒浩課長、金山進係長には、数値計算の方法についてご教示いただいた。ここに記して心から感謝申し上げる次第である。

参考文献

和達三樹 (1992): 非線形波動, 岩波講座現代の物理学 14, 岩波書店, 219 p.

Chen, X. N. and S. D. Sharma (1995): A slender ship moving at a near-critical speed in a shallow channel, *J. Fluid Mech.*, Vol. 291, pp. 263-285.

Choi, H. S. and C. C. Mei (1989): Wave resistance and squat of a slender ship moving near critical speed in restricted water, *Proc. 5th Intl. Conf. on Numer. Ship Hydrodyn.*, pp. 439-454.

Ertekin, R. C., W. C. Webster, and J. V. Wehausen (1985): Ship-generated solitons, *Proc. 15th Symp. Nav. Hydrodyn.*, Hamburg, pp. 347-364.

Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1990): Extension of the Boussinesq equations to include wave propagation in deeper water and wave-ship interaction in shallow water, *Proc. 22nd Coastal Eng. Conf.*, pp. 3112-3126.

Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1992): A new form of Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng.*, Vol. 18, pp.183-204.

Peregrine, D. H. (1967): Long waves on a beach, *J. Fluid Mech.*, Vol. 27, pp. 815-827.