

数値波動水路の開発に関する研究

磯部雅彦*・余 錫平**・梅村幸一郎***・高橋重雄****

1. 序 論

従来、海岸・港湾構造物の設計に際しては、波力や被覆材の安定性、それに越波を含むさまざまな波浪変形過程などに関して多くの水理模型実験が行われてきた。水理実験では、縮尺の影響があるものの、実現象が比較的忠実に再現できると認識されてきたが、造波機の性能や実験にかかるコスト等の制限によって必ずしも設計などに必要なすべてのケースに対して実施できるとは限らない。また、実験に現れてくる複雑な現象の解明は解析者の経験に頼らざるを得ない場合も多い。他方、計算機技術の飛躍的發展に伴って、最近、CFD(数値流体力学)の手法が海岸・港湾工学の実務で活用されるようになってきた。これは、CFDの分野で得られた多くの研究成果をさらに充実させていけば、海岸・港湾構造物の設計に必要な情報は水理実験を行わなくてもある程度得られるとの認識が強まってきた結果として受けとめることができる。そこで本研究では、数値波動水路の開発およびその標準化を試み、近い将来において海岸・港湾構造物の設計に必要な水理模型実験の一部が数値波動水路で実施可能であることを示す。

2. 数値波動水路の構想と CFD

数値波動水路とは、従来水理実験室に設置される波動水路とほぼ同じ機能を備え、実験水路内に現れる水理現象を忠実に再現するための汎用コンピューター・ソフトウェアのことである。大山(1986)および大山・灘岡(1991)も数値波動水槽開発の必要性を示唆したが、それらの研究は理想流体の渦なし運動を前提としていたため、流体の粘性効果が無視できない構造物周辺の複雑な波浪場の再現に限界があった。

より高精度でかつ汎用性のある数値波動水路の開発は、流体運動の基礎方程式であるナビエ・ストークス方程式に基づく必要がある。これは実質上の CFD 応用問題である。しかし、通常の CFD 応用問題とは異なり、海

岸・港湾工学の実際問題に主眼をおいた数値波動水路の場合は、複雑な流動状況が正確に再現できなければならない一方、以下のことも重要となる。(1)沿岸波の特徴の一つとして、自由水面が複雑に変化する場合が多い。砕波の近傍では必ずそのようになるし、越波現象もその1例である。ここで通常的自由水面表記法で対処しにくい問題が2つ含まれている。1つはデカルト座標に対する水面位置の多値性であり、もう1つは水塊が水面に突っ込む現象である。数値波動水路で正確に沿岸波動現象を再現するためには、このような複雑に変化する自由水面を正確に捉えなくてはならない。(2)実際の海岸・港湾構造物に作用する波はさまざまなスペクトルを有する不規則波であるため、数値波動水路に不規則造波の機能を備える必要がある。実験室の場合と同様に、数値水路も直接に無限領域を取り扱うことができないので、造波境界が同時に沖向き方向に伝わる波を効率よく吸収する境界でなければならない。場合によっては、これに境界を流れる定常流の存在も加わる。したがって、数値波動水路に高度な吸収造波理論を取込むことは不可欠である。(3)消波などの目的に透水性の海岸・港湾構造物が多用される。また、構造物の安定性を考える際に地盤の透水性を取り扱う必要がある場合も少なくない。このようなことを考えると、数値波動水路で多孔質体における波動に対処する必要が現れてくる。さらに、構造物の設置に伴う地盤の洗掘および堆積などが重要となる場合においては、移動床問題を考える必要もある。(4)表面波に与える大気流動の影響が無視できない場合もある。数値波動水路を開発する際に大気と水との相互作用も考慮に入れておけばその汎用性がさらに増すことに違いない。

従来のように水理実験室に装備される波動水路に比べて、数値波動水路には以下の特徴がある。まず、低コストで高精度の結果が得られる。コンピューター技術の進歩に伴って、数値水路のこのメリットがますます顕著となっていく。また、数値波動水路で現地スケールで波動現象を再現することができる。また、数値水路を用いれば理想的な条件で現象解析を行うことが可能である。さらに、波浪場に全く擾乱を与えずに必要な物理量の情報

* フェロー 工博 東京大学教授 新領域創成科学研究科
** 正会員 工博 (中国)上海交通大学教授 応用力学科
*** 学生会員 東京大学工学系研究科社会基盤工学専攻
**** 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所 水工部耐波研究室長

を取得することができる。しかし、数値波動水路では、移動床現象などのような、数学モデルが未だ確立されていない現象に対して、結果の精度低下が避けられない。また、数値波動水路の機能拡張には、流体力学、数値計算理論および汎用コンピューターソフトウェアのプログラミングの諸分野に関わる高度な専門知識が必要となるため、容易なことではない。

3. 関連研究の概況

ナビエ・ストークス方程式の数値解法に基づいた表面波の研究、つまり、波のダイレクト・シミュレーションに関する研究を先駆けたのは、米国 Los Alamos 国立研究所の研究者達であった。Welch ら (1966) が MAC 法を提案し、流速および圧力で表記される非圧縮流体運動の基礎方程式に有効な差分スキームを考案する一方、マーカーを設定することによって自由水面を追跡することに成功した。後にマーカーよりさらに有効な VOF 関数の概念が確立されると、自由水面の位置確定にマーカーの使用が推奨されなくなったが、MAC 法による基礎方程式の差分スキームは、後に SMAC 法 (Amsden・Harlow, 1970) などに改良した研究があるものの、その基本的な考えは現在に至っている。一方、複雑に変化する自由水面の処理に VOF 法 (Hirt・Nicholas, 1980) が確立されたことによって、Nichols ら (1980) が自由水面解析の汎用プログラム SOLA-VOF を発表した。また、Torrey ら (1985, 1987) が NASA-VOF を完成した。これらの一連の研究はその後の水の波のダイレクト・シミュレーションの方向性に大きな影響を与えた。日本国内においても、近年、CFD などの手法を用いた波のダイレクト・シミュレーションに関する研究が活発に行われるようになってきた。図-1 に示されているのは、海岸工学講演会に発表されたこの種の研究を主要内容とする論文の数の経年変化である。1995 年以降急速な増加傾向となっていることは明らかである。最近の国内外で数多く

行われた沿岸波ダイレクト・シミュレーションに関する研究を総合すると、以下のことが見えてくる。

まず、基礎方程式に関しては、流速および圧力で表記するナビエ・ストークス方程式を用いる傾向がほぼ定着してきた。これは一般的に流速および圧力に対して境界条件を与えやすいことによるところが大きい。以前差分法を適用する際に楕円型の連続方程式の取り扱いが困難とされていたが、それが圧力に関するポアソン方程式と等価となることが明らかになってから、この問題が解消され、流れ関数および渦度を基本変数とする基礎方程式や、擬似圧縮性を取込んだ基礎方程式を用いる必要性が薄れた。しかしながら、特殊問題に対応するために、通常のナビエ・ストークス方程式を拡張した基礎方程式に基づいた研究も数多く見られる。透過性構造物や透水性地盤における波動にも対応できるように、多孔質体における流体運動の基礎方程式を採用した研究がその 1 例である (榊山ら, 1990; 1991)。また、大気と水を物性の異なる流体として統一的に考え、気液 2 相流の基礎方程式を用いる研究もある (睦田ら, 1998; 由比ら, 1998)。

基礎方程式の時間差分法として SMAC 法が多用されているが、射影法やその他の高精度法も数多く提案されている (Peyret・Taylor, 1982)。いずれの場合においても、最終的には圧力に関するポアソン方程式および運動量に関する移流拡散方程式を解くこととなる。移流拡散方程式の数値解法に関しては、数値不安定を引き起こしやすい移流項の処理に工夫が必要である。一方、ポアソン方程式を解くための数値計算量は全体の計算効率を大きく左右するため、計算機のハードウェアも考慮した計算方法が望まれる。

複雑な形状を成す自由表面の記述には VOF 関数を用いる研究が大多数を占める。VOF 関数は移流方程式を満たす。VOF 方程式の数値解法については、大抵の場合以下の原則を満たしたものをを用いる。まず、VOF 関数に基づいて自由水面を決定しなければならないため、VOF 関数の数値拡散を抑える必要がある。また、VOF 関数の値を求める計算は自由水面付近のできるだけ狭い範囲に限定できる数値計算法がより効率が良い。

4. 数値波動水路の開発方針

(1) 基礎方程式

地盤および構造物の透水性にも対応できるようにするため、数値波動水路で発生する波動現象を以下の多孔質体における非圧縮流れに拡張された連続の式とナビエ・ストークス方程式で記述する。

$$\frac{\partial}{\partial x}(\gamma_x u) + \frac{\partial}{\partial z}(\gamma_z w) = 0 \dots\dots\dots(1)$$

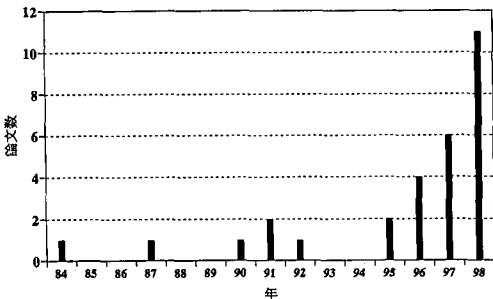


図-1 デイレクト・シミュレーションに関する海講論文数の推移

$$\lambda_v \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u u}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z u w}{\partial z} = -\gamma_v \frac{\partial \psi}{\partial x} - R_x$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\gamma_x \nu_e \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\gamma_z \nu_e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]$$

..... (2)

$$\lambda_v \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x w w}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z w w}{\partial z} = -\gamma_v \frac{\partial \psi}{\partial z} - R_z$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\gamma_x \nu_e \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\gamma_z \nu_e \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]$$

..... (3)

ただし、 x および z は水平および垂直座標、 t は時間、 (u, w) は流速、 $\psi = p/\rho + gz$ 、 p は圧力、 ρ は流体の密度、 g は重力加速度である。 (R_x, R_z) は多孔質体が流体に与える抵抗力、 γ_v は空隙率、 (γ_x, γ_z) は面積透過率である。また $(\lambda_v, \lambda_x, \lambda_z)$ はそれぞれ $(\gamma_v, \gamma_x, \gamma_z)$ から定義され、 $\lambda = \gamma + (1 - \gamma) C_M$ 、 C_M は付加質量係数である。 $\nu_e = \nu + \nu_t$ 、 ν は流体の動粘性係数、 ν_t は渦動粘性係数である。 k - ϵ モデルに基づいて、 $\nu_t = C_\mu k^2/\epsilon$ とする。ただし、 k および ϵ はそれぞれ乱流エネルギーおよび乱流エネルギー逸散関数であり、以下の方程式を満たす。

$$\gamma_v \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial (\gamma_x u k)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma_z w k)}{\partial z} = \gamma_v G_s - \gamma_v \epsilon$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \nu_k \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \nu_k \frac{\partial k}{\partial z} \right)$$

..... (4)

$$\gamma_v \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\gamma_x u \epsilon)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma_z w \epsilon)}{\partial z} = \gamma_v C_1 G_s - \gamma_v C_2 \frac{\epsilon^2}{k}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \nu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \nu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right)$$

..... (5)

ここに、

$$\nu_k = \nu + \nu_t/\sigma_k$$

..... (6)

$$\nu_\epsilon = \nu + \nu_t/\sigma_\epsilon$$

..... (7)

$$G_s = \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right]$$

..... (8)

また、 $C_\mu = 0.09$ 、 $\sigma_k = 1.00$ 、 $\sigma_\epsilon = 1.30$ 、 $C_1 = 1.44$ 、 $C_2 = 1.92$ 。

自由水面における力学的境界条件について $p=0$ および $\tau = \tau_a$ を与える。ただし、 τ_a は風によって自由水面に作用するせん断応力である。適切な経験式で τ_a を定めれば、大気流動が水面波に及ぼす影響をある程度まで考慮することができる。自由水面における運動学的境界条件としては以下のVOF関数に関する移流方程式を用いる。

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial (\gamma_x u F)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma_z w F)}{\partial z} = 0$$

..... (9)

また、不透過境界では原則としてノン・スリップ条件を与えるが、メッシュ・サイズが大きく、境界の法線方向における流速の急激な変化に対応できない場合はスリッ

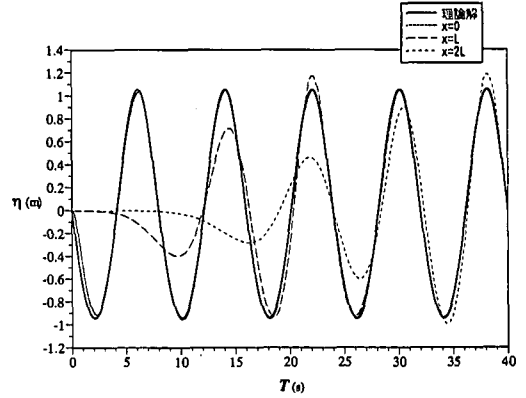


図-2 微小振幅波に対する検証計算の結果

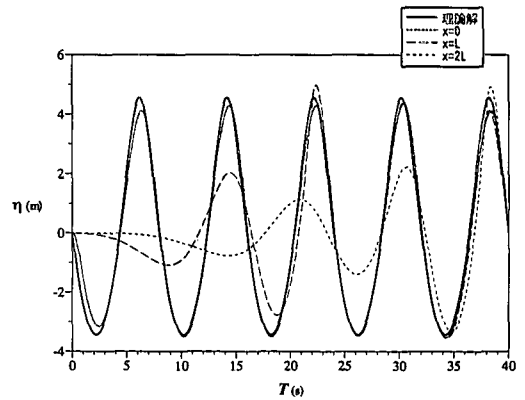


図-3 ストークス波に対する検証計算の結果

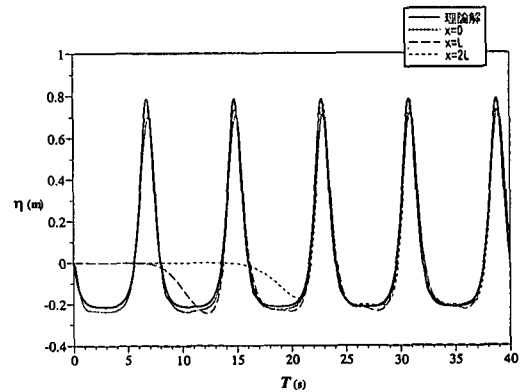


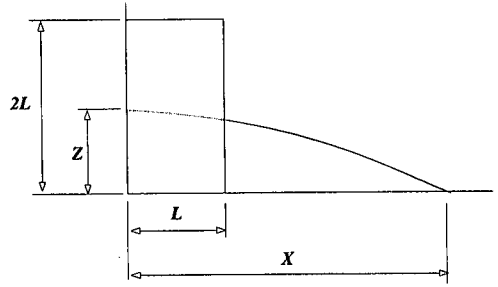
図-4 クノイド波に対する検証計算の結果

プ条件を与えることも許容される。移動床を考慮する必要があるときには、境界層流動の特性を正確に評価した上で、経験則を用いて地形変化を予測し、それを次の瞬間の流動状況に反映させる方法で対処する。

造波方法に関しては、当面、有限振幅波理論による断

表一 保存波の諸元および計算条件

	微小振幅波	ストークス波	クノイド波
水深 (m)	20	40	2.5
周期 (s)	8.007	8.007	8.007
波高 (m)	2	8	1
h/L_0	0.2	0.4	0.025
H/h	0.1	0.2	0.4
H/L_0	0.02	0.08	0.01
$\Delta x/L$	1/80	1/80	1/80
$\Delta z/h$	1/80	1/80	1/25



図一五 ダムブレイク計算の初期条件

面流速分布を指定する方法および吸収造波可能なソース法を取り入れる。

(2) 数値計算スキーム

式(1)-(3)の時間差分にSMAC法を適用する。具体的には、式(2)および(3)に対して前進差分を適用し、計算時刻における仮流速を求める。この仮流速に基づいて、圧力に関するポアソン方程式を解き、計算時刻の圧力および流速を決定する。圧力に関するポアソン方程式には2次精度の5点差分法を適用し、連立差分方程式の解法として、収束性および安定性で優れているILU-BCGSTAB法を用いる。運動量方程式および $k-\epsilon$ 方程式を離散化するには保存則を保ちやすい有限体積法を用いる。移流項の処理に風上差分スキームおよびQUICKスキームを取込んで、波の非線形の強弱によって使分けできるように配慮した。VOF関数の移流方程式をドナー・アクセプター法で解くが、各セルにおける自由水面の向きについてはNASA-VOF3Dと同様の手法で決定する。

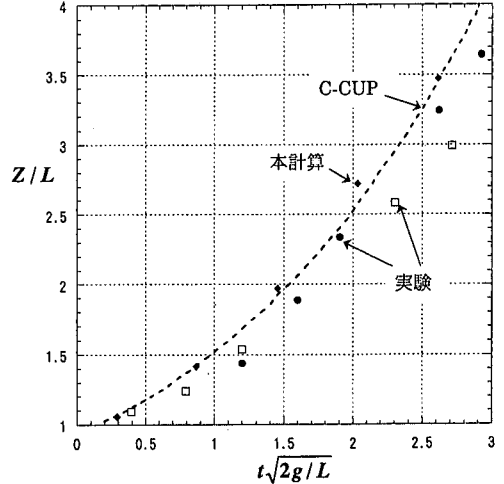
5. 検証計算の結果

(1) 保存波の場合

数値波動水路における波の伝播特性を把握するために、一様水深で保存波の再現性について検討を行った。図一2~4は代表的な微小振幅波、ストークス波およびクノイド波に対する水位変動の計算結果を解析解と比較したものである。波の諸元および計算条件は表一にまとめてある。図示結果のように、定常状態に達した波に関して数値解が理論値と精度よく一致していることが分かる。したがって、強い非線形波に対してもVOF法が有効であることが確認された。

(2) ダムブレイク波の場合

次に、自由水面の形状が比較的単純である瞬時ダムブレイク現象を数値波動水路で再現してみることにした。初期条件は図一5に示されているように、陸田ら(1998)と同様の設定である。図一6は波形の先端位置の時間変化を水槽実験データおよび陸田ら(1998)の数値計算結



図一六 ダムブレイク波先端位置の時間変化

果と比較したもので、精度のよい計算結果が得られたことが明らかである。

(3) 越波の場合

最後に、数値水路で低天端傾斜防波堤の越波現象を考察することとした。図一7に越波に至る波形変化の1例を示している。

水中に混入した気泡が抜けないことや、防波堤天端上に水塊が残るなど、解決しなければならない問題も多いが、この種の問題に対する適用可能性が示された。

6. 終わりに

本研究で多孔質体における非圧縮流体運動の連続式および運動量方程式に基づいて数値波動水路の開発を行った。自由水面の表記にはVOF関数を用いた。基礎方程式の離散化はSMAC法に基づいた。VOF関数の数値解法としてドナー・アクセプター法を適用した。開発された数値波動水路における波の伝播特性を検証するために、代表的な微小振幅波、ストークス波およびクノイド波の再現計算を行った。その結果、VOF法が強非線形性の波に対しても有効であることが確認された。また、ダムブ

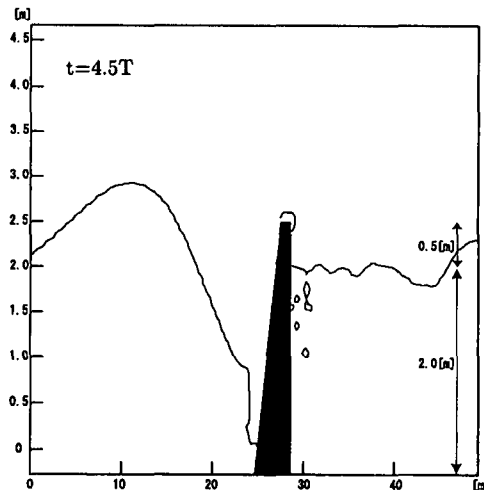
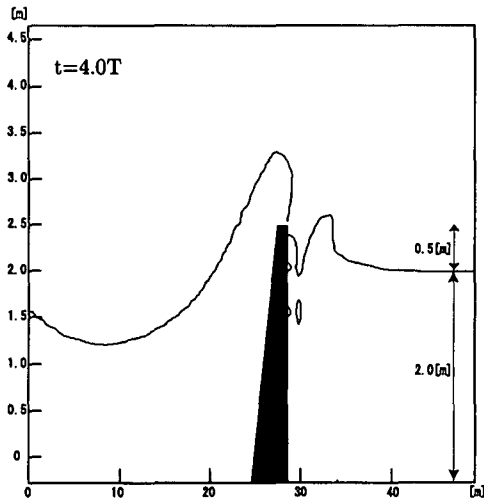
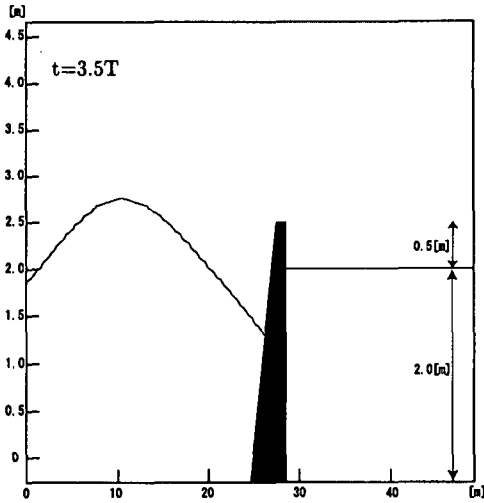


図-7 越波波形の計算結果

レーク波の再現計算も実施し、精度のよい数値結果が得られた。最後に、低天端に対する越波現象の再現も試みた。今後、数値波動水路としての実用化のための研究を進める予定である。

謝辞：本論文の内容には平成11年度発足した数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会の研究成果が含まれていることをここに記し、メンバーに謝意を表す。また、本研究に文部省科学研究費の補助を得たことに対し、謝意を表す。

参考文献

- 大山 巧 (1986): 数値波動水路によるクノイド波の変形解析, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 99-103.
- 大山 巧・澁岡和夫 (1991): 数値波動水路を用いた潜堤による波の分裂現象の解析, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 16-20.
- 榊山 勉・阿部宣行・鹿島遼一 (1990): ポーラスモデルによる透水性構造物周辺の非線形波動解析, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 554-558.
- 榊山 勉・鹿島遼一・阿部宣行 (1991): 傾斜堤周辺の波浪解析へのポーラスモデルの適用性, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 546-550.
- 睦田秀実・河合ひろみ・安田孝志 (1998): C-CUP法による気液界面の直接数値計算, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 55-59.
- 由比政年・石田 啓・保智正和 (1998): 界面の大変形を伴う気液二相流体場の数値計算, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 61-65.
- Amsden, A.A. and Harlow, F.H. (1970): The SMAC Method: A numerical technique for calculating incompressible fluid flows, Rep. No. LA-4307, Los Alamos National Laboratory.
- Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981): Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries, J. Comp. Phys., Vol. 39, pp. 201-225.
- Nichols, B.D., Hirt, C.W., and Hotchkiss, R.S. (1980): SOLA-VOF: A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, Rep. No. LA-8355, Los Alamos National Laboratory.
- Peyret, R. and Taylor, T.D. (1982): Computational Methods for Fluid Flows, Springer-Verlag.
- Torrey, M.D., Cloutman, L.D., Mjolsness, R.C., and Hirt, C.W. (1985): NASA-VOF2D: A Computer Program for Incompressible Flows with Free Surfaces, Rep. No. LA-10612-MS, Los Alamos National Laboratory.
- Torrey, M.D., Mjolsness, R.C., and Stein, L. R. (1987): NASA-VOF3D: A Three-Dimensional Computer Program for Incompressible Flows with Free Surfaces, Rep. No. LA-11009-MS, Los Alamos National Laboratory.
- Welch, J.E., Harlow, F.H., Shannon, J.P., and Daly, B.J. (1966): The MAC Method: A Computing Technique for Solving Viscous, Incompressible, Transient Fluid-Flow Problems Involving Free Surfaces, Rep. No. LA-3425, Los Alamos National Laboratory.