

曲水路を伝播する孤立波の透過・反射特性に関する研究

由比政年*・石田 啓**・間瀬 肇***

1. 序 論

水路や河川を遡上する波浪の透過・反射特性を明らかにすることは、適切な堤防高さを設定し、隣接地域への越波災害を未然に防ぐ上できわめて重要である。そのため、直線水路に対する波浪の伝播特性が、多くの研究により明らかにされてきた。しかしながら、水路や河川の形状は必ずしも直線的ではなく、曲線部分を含むことも多い。これに対し、曲水路における波浪の伝播特性を検討した研究はきわめて少なく、関連する工学的知見も決して十分とは言えない。

こうした状況を踏まえて、近年、Shi et al. (1998) は、90 度の急曲部を有する直線水路および同心円状の曲線部を有する曲水路を対象とし、浅海孤立波の伝播特性を検討した。彼らの研究では、孤立波の透過波高および反射波高の算出に力点が置かれ、その解析対象は、水路幅が比較的狭い場合(水深の 10 倍以下)に限定されている。

一方、越波予測の観点から考えると、波浪が水路の屈曲部を通過する際の、水路壁上での波高分布を把握することがきわめて重要である。一般に、曲水路を波浪が伝播する際には、水路の外周壁面に対して波が浅い角度で入射することが多い。このため、特に、水路幅が大きい場合には、いわゆる Mach 反射と同様なメカニズムによって壁面近傍で波高が大幅に増加して、越波災害に至る危険性も予想される。これに対し、Shi et al. (1998) の研究では、水路外壁での波高の分布特性は検討されていない。また、水路幅が大きい場合の解析例も不足している。

こうした観点から、本研究では、水路を遡上する津波のモデルとして、一定水深の曲水路を進行する浅海孤立波を考え、その伝播特性を解析する。以下では、体系的な数値解析を実施することにより、曲水路形状と孤立波の透過・反射特性との関係を検討し、さらに、外周壁面上での波高増加率の基本特性を明らかにする。解析の対象となる水路幅の範囲は、水深の 20 倍までである。

2. 解析手法

2.1 基礎方程式

解析に使用した基礎方程式は、Nwogu (1993) により誘導された拡張型の Boussinesq 方程式である。本研究の解析モデルでは、これを無次元形で次のように表示する。

$$\zeta_t = E(\zeta, u, v), U_t = F(\zeta, u, v), V_t = G(\zeta, u, v) \quad (1)$$

ここで、 ζ, u, v は、それぞれ水面変位および任意水深 z_x における水平面内の流速を表す。下添字 t は、時間 t に関する偏微分を示す。無次元変数の定義は、Nwogu (1993) と同様である。また、

$$U = u + \mu^2 h(b_1 h u_{xx} + b_2 (hu)_{xx}) \quad (2a)$$

$$V = v + \mu^2 h(b_1 h v_{yy} + b_2 (hv)_{yy}) \quad (2b)$$

$$E = -[(h + \varepsilon \zeta)u]_x - [(h + \varepsilon \zeta)v]_y - \mu^2 a_1 h^3 (u_{xx} + v_{xy}) + a_2 h^2 \{(hu)_{xx} + (hv)_{xy}\}_x - \mu^2 [a_1 h^3 (v_{yy} + u_{xy}) + a_2 h^2 \{(hv)_{yy} + (hu)_{xy}\}]_y \quad (2c)$$

$$F = -\zeta_x - \varepsilon(uu_x + vv_y) - \mu^2 h[b_1 h v_{xy} + b_2 (hv)_{xy}]_t \quad (2d)$$

$$G = -\zeta_y - \varepsilon(uv_x + vv_y) - \mu^2 h[b_1 h u_{xy} + b_2 (hu)_{xy}]_t \quad (2e)$$

であり、式中の h は水深を、下添字 x および y は、それぞれ x および y に関する偏微分を表す。 ε, μ は次式で定義される無次元パラメータである。

$$\varepsilon = \bar{a}_0 / \bar{h}_0, \quad \mu = \bar{h}_0 / \bar{\lambda}_0 \quad (3)$$

ただし、 $\bar{h}_0, \bar{\lambda}_0, \bar{a}_0$ は、それぞれ、代表水深、代表波長、代表振幅を表す。ここで、上付きのバーは有次元量を示す。また、 a_1, a_2, b_1, b_2 は次式で与えられる定数である。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= (\beta^2/2) - (1/6), \quad a_2 = \beta + (1/2), \\ b_1 &= \beta^2/2, \quad b_2 = \beta, \quad \beta = z_a/h \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2.2 座標変換

曲水路中の波浪の伝播特性を解析する場合、水路形状を正確に表現し、壁面での境界条件を精度良く指定することが重要となる。そこで、本研究では、水路側壁の平面形状に適合した座標系を用いることとし、基礎式を一般曲線座標系に変換して数値解析を行った。座標変換の

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
** 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
*** 正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所

内容に関しては、別報 (Yuhi et al., 1999) に詳しい。

2.3 境界条件

本研究では、Wei and Kirby (1995) に従い、次のように境界条件の設定を行った。まず、不透性の鉛直壁では、次の条件を課した。

$$u \cdot n = 0, \nabla \zeta \cdot n = 0, \partial u_r / \partial n = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 n は壁面の法線ベクトルを、 u_r は壁面に平行な方向の速度成分をそれぞれ表す。また、入射境界では、入射波の速度および水面変位を指定し、透過境界では、放射条件を減衰層と組み合わせて用いた。

2.4 離散化の手法

基礎式の時間的な離散化手法として、高精度の予測子・修正子法を用いた。まず、予測子計算では、次式で表される3次精度の Adams-Bashforth 法を用いた。

$$\zeta_j^{n+1} = \zeta_j^n + \Delta t (23E_j^n - 16E_j^{n-1} + 5E_j^{n-2}) / 12 \dots (6a)$$

$$U_j^{n+1} = U_j^n + \Delta t (23F_j^n - 16F_j^{n-1} + 5F_j^{n-2}) / 12 \dots\dots\dots (6b)$$

$$V_j^{n+1} = V_j^n + \Delta t (23G_j^n - 16G_j^{n-1} + 5G_j^{n-2}) / 12 \dots\dots\dots (6c)$$

U, V の予測値を得た後に、式 (2a, b) を座標変換した式を SOR 法で解いて、速度 u, v の値を求める。次に、4次精度の Adams-Moulton 法を用いて、修正子計算を行う。

$$\zeta_j^{n+1} = \zeta_j^n + \Delta t (9E_j^{n+1} + 19E_j^n - 5E_j^{n-1} + E_j^{n-2}) / 24 \dots\dots\dots (7a)$$

$$U_j^{n+1} = U_j^n + \Delta t (9F_j^{n+1} + 19F_j^n - 5F_j^{n-1} + F_j^{n-2}) / 24 \dots\dots\dots (7b)$$

$$V_j^{n+1} = V_j^n + \Delta t (9G_j^{n+1} + 19G_j^n - 5G_j^{n-1} + G_j^{n-2}) / 24 \dots\dots\dots (7c)$$

修正子計算は、連続した反復計算結果が、次の基準をすべて満たすまで繰り返し実行される。

$$\Delta f = \sum_j |f_j^{n+1} - f_j^{n+1*}| / \sum_j |f_j^{n+1}| < 0.0001 \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 f は、 ζ, u, v を、上付きの添え字 (*) は、1 回前の反復計算の値を示している。

空間的な離散化には、1 回微分項に 4 次精度の中心差分を、それ以外の項には 2 次精度の中心差分を用いた。

2.5 数値スキームの検証

本研究で用いた数値スキームの精度を検証するために、一定水深・一定水路幅の直線水路を伝播する孤立波の運動を計算した。ここで、水路長は水深の 100 倍、水路幅は水深の 5 倍と設定した。また、入射境界において、拡張型 Boussinesq 方程式の解析解 (Wei and Kirby, 1995) を与えることで孤立波の造波を行った。

図-1 は、水路中央部での孤立波の空間波形を複数の無次元時間に対して表示したものである。計算の初期段階において孤立波の波高はわずかに (3%程度) 増加する

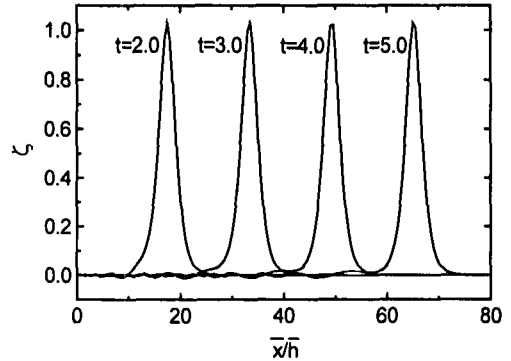


図-1 孤立波の空間波形の時間発展

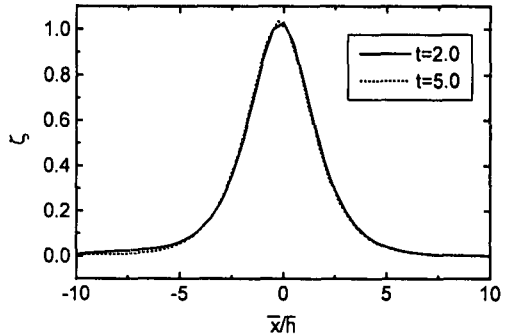


図-2 孤立波の空間波形の比較

が、その後は、波高が増大あるいは減衰することなく、一定の波形を保ったまま水深の 50 倍以上の距離を伝播している。図-2 は、無次元時間 $t = \bar{t} \sqrt{g h_0} / \lambda_0 = 2.0$ および $t = 5.0$ における孤立波の波形を比較したものである。両者の波形は非常によく一致することが確認できる。また、計算結果から算出された孤立波の位相速度と理論値との差は、0.6%であった。これらの解析結果より、今回用いた数値スキームが十分な計算精度を有することを検証できた。

3. 解析結果および考察

3.1 解析の条件

今回の研究で対象とした水路形状は、同心円状の曲線部分に直線状の上・下流部分を接続したものである (図-3)。ここでは、上流側および下流側の直線部分の長さを水深の 50 倍、曲線部の内周半径を水深の 10 倍と固定し、水路幅 (W) を水深の 5 倍、10 倍、20 倍の 3 通りに、入射波の振幅水深比 (ϵ) を 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 の 5 通りに変化させてパラメータ・スタディを行った。

3.2 曲線部での波浪変形の特徴

図-4 には、水路幅が小さく (水深の 5 倍) かつ入射波の非線形性が小さい ($\epsilon = 0.05$) 場合を対象とし、孤立波

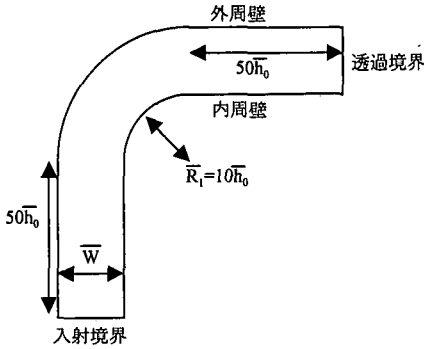


図-3 曲水路の形状

が曲線部を伝播する過程での水面変動の空間分布を示した。入射波が曲線部分に到達した段階では、孤立波の形状は1次元的であり、初期波形を良く保持している。波浪が曲線部に入射すると、遠心力とつりあう形で外周部分の波高が大きくなり、外壁近傍での流速を増加させる。この外周部での流速の増加が内外周の経路長差を補う形となり、孤立波は波峯線が壁面に直交するような形で曲線部を通過する。曲線部を通過した後、孤立波は速やかに初期の形状を回復し、ほぼ完全に透過する。この場合の透過波高は入射波高の97%に達する。これらの一連の様子は、Shi et al. (1998) の結果と良く一致する。

図-5 は、水路幅が中程度（水深の10倍）で、入射波の非線形性が $\epsilon=0.15$ となる場合に対する計算結果を示したものである。この図と図-4を比較すると、水路幅が大きくなると、曲線部における孤立波の変形の様子が、かなり異なった様相を呈することがわかる。この場合、まず、孤立波が曲線部に入射した直後には、孤立波の外周側の波高が高くなり、水路幅が小さい場合と良く似た特徴を示す。しかしながら、孤立波が曲線部分を伝達していくにつれて、内周側では、外周側よりも波の回りこみが顕著になる傾向が見られる。この結果、孤立波の波峰は、内周側が先行する形を取り、初期の1次元的な波形は崩れる。内周側の先行波の波高は、進行するに連れて減少する。一方、外周部分では、波は、外周壁へと衝突・反射し、その波高を増加させる。外周壁での波高は、孤立波が曲線部分の中央やや下流よりの位置に達するまで増加を続け、そこで最大となった後に減少する。外周側を進行する波は、孤立波の主要部分となり、水路下流側に伝播していく。図-5には示していないが、この後、外壁からの反射波は、半径方向には、内壁へ向けて進行し、内周側の波高を増加させる。しかしながら、内周壁での波高の最大値は、外周での値に比べて小さい。内壁に到達した波は、再び内壁で反射されることになる。この孤立波の主要部分は、内周側の先行波より速く進行するため、時間が経過すると主要部分が先行波に追いつ

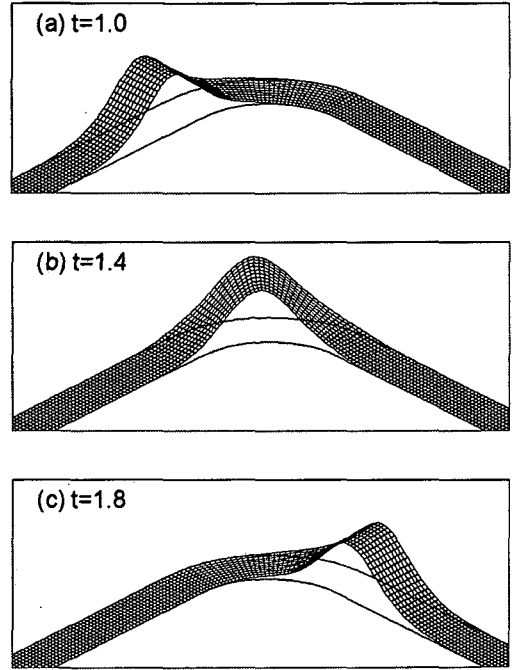


図-4 曲線部での空間波形 ($\bar{W}/h_0=5.0, \epsilon=5.0$)

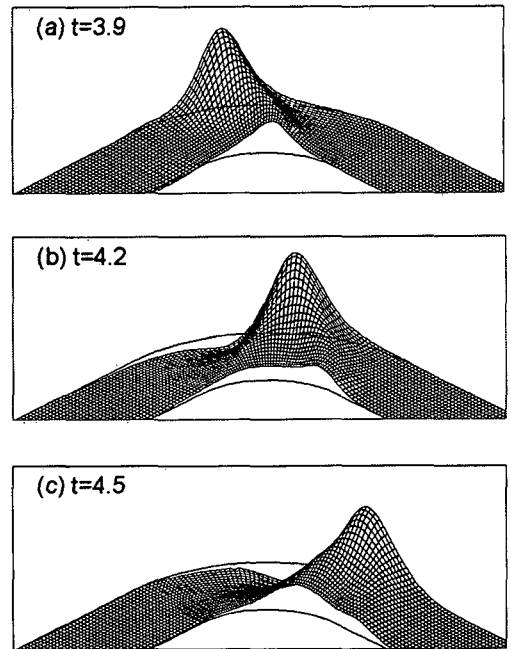


図-5 曲線部での空間波形 ($\bar{W}/h_0=10.0, \epsilon=0.15$)

き、両者は融合していく。

水路幅がさらに大きく（水深の20倍）かつ入射波の非線形性が強い場合 ($\epsilon=0.25$) には、曲線部での波の変形

は、図-6に示すようにさらに顕著となり、図-5で見られた特徴がさらに強調される。すなわち、孤立波の分裂や外壁での波高の増大が著しくなる。この場合には、外周壁での波高の最大値は、入射波高の約2倍にまで達している。

直線壁に対して波浪が浅い角度で入射する場合には、いわゆる Mach 反射が発生して、壁面での波高が大幅に増加する場合があることが知られている (たとえば、Tanaka, 1993)。図-6で見られる曲線部での反射の様子は、直線壁における Mach 反射の様子と類似している。このような幅広の曲水路における Mach 反射の発達過程やその発現の条件、波高の分布特性等に関しては、今後さらに詳細な検討を進める予定である。

3.3 外周壁面における最大水面変位

孤立波が水路曲線部を通過する際の、外壁上での水面変位の最大値と入射波振幅の比が、入射波の非線形性および水路幅に対してどう変化するかを解析した例を図-7に示す。入射波の非線形性が大きくなるほど、水面変位の最大値は大きくなり、各水路幅に応じたある一定の値に漸近する。また、水路幅が大きいほど水面変位の最大値が大きい。水路幅が大きい場合には、水面変位の最大値は入射波振幅の約2倍にも達している。

次に、水面変位が最大となる周方向の位置を比較した結果を図-8に示す。なお、図中の角度 θ は、水路の上流側直線部と円弧状曲線部の接続位置から時計回りに値を計算している。水路幅が小さい場合には、入射波の非線形性が増加するにつれて、最大値をとる位置が下流側に移動している。一方、水路幅が、水深の10倍、20倍の場合には、水面変位が最大となる位置は、入射波の非線形性によらずほぼ一定で、それぞれ、約48度および53度の地点となる。また、水路幅が大きいほど、水面変位が最大となる位置は下流側に移動する。

最後に、外周壁上での最大水面変位を支配する無次元パラメータに関する検討を行った。Shi et al. (1998) は、90度の急曲部を有する直線水路における孤立波の伝播特性が、水路幅 \bar{W} と入射孤立波の有効波長 $\bar{\lambda}_e$ の比で定義される無次元パラメータ

$$\alpha = \bar{W} / \bar{\lambda}_e \dots\dots\dots (9)$$

により支配されることを示している。ここで、孤立波の有効波長として、水面変位が孤立波振幅の1%以上となる部分の波長を用いている。曲水路中の孤立波の伝播特性と α との関連については、彼らの論文中には触れられていない。しかしながら、90度の急曲水路と曲線水路での孤立波の伝播特性がいくつかの共通点を有することを考えると、曲水路に対してもこの無次元パラメータが有効となることが予測される。図-9には、曲水路外壁での最大水面変位と α との関係を示す。この図から、最大水

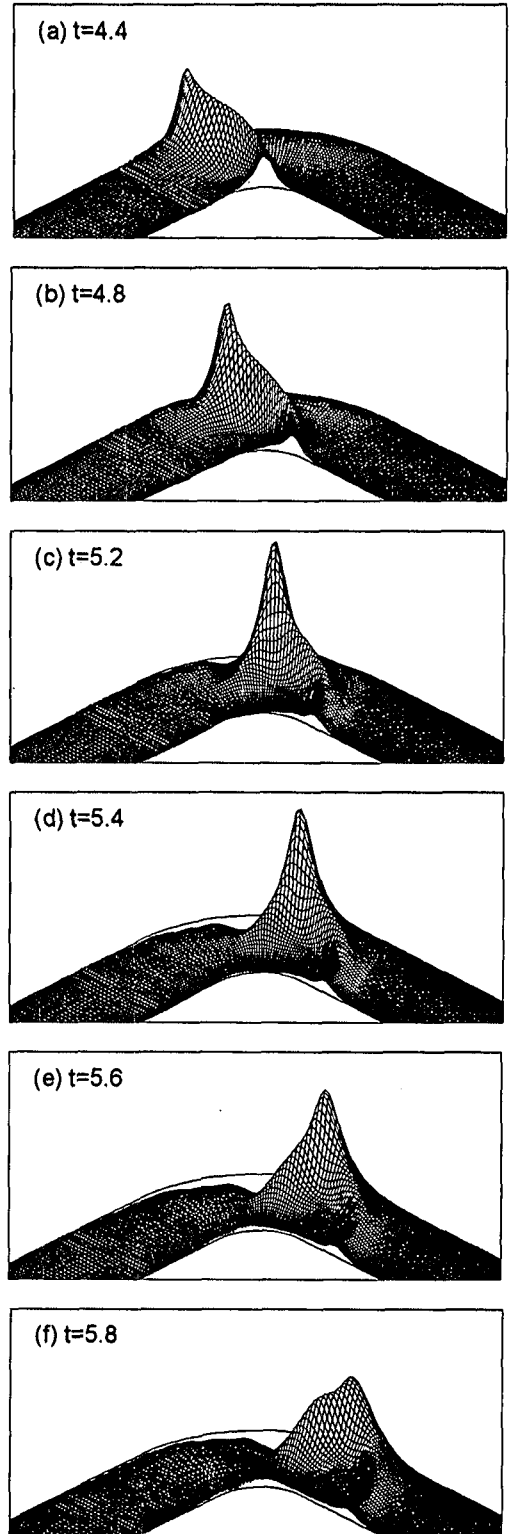


図-6 曲線部での空間波形 ($\bar{W}/\bar{h}_0=20.0$, $\epsilon=0.25$)

面変位は、式(9)の無次元パラメータにより良く整理できることがわかる。解析結果に基づいて算出された

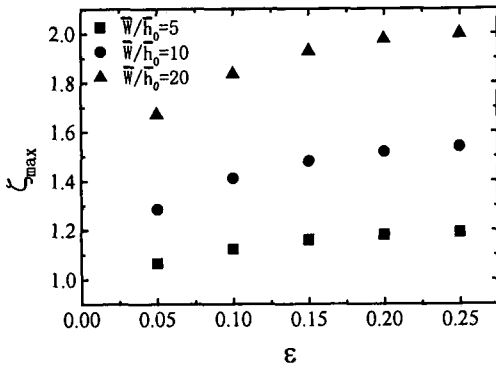


図-7 外周壁上での最大水面変位

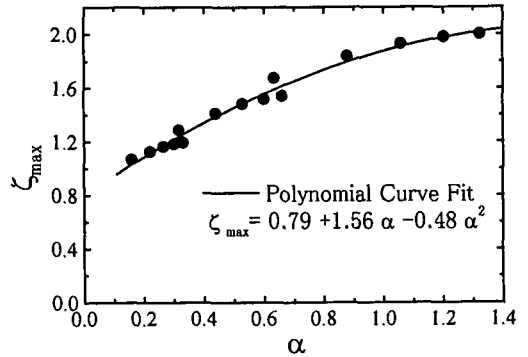


図-9 外周壁上での最大水面変位と α との関連

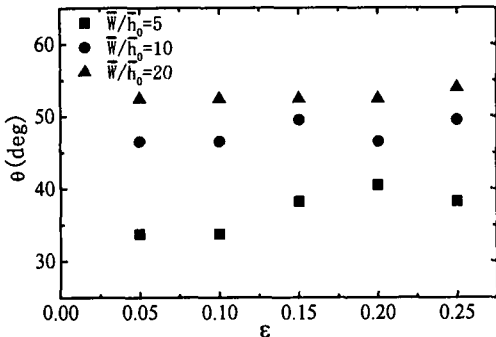


図-8 外周壁上で水面変位が最大となる周方向位置

ζ_{max} と α の回帰式は、次のように表される。

$$\zeta_{max} = 0.79 + 1.56\alpha - 0.48\alpha^2 \dots\dots\dots (10)$$

4. 結 論

平面 2 次元の拡張型ブジネスク方程式を一般曲線座標系に変換して数値解析を行い、曲水路を伝播する孤立波の透過・反射特性を解析した。今回の解析条件下で得られた主な結論は、次のようにまとめられる。

(1) 水路曲線部における孤立波の変形の様子は、水路幅により大きく異なる。水路幅と孤立波の非線形性が大きくなるほど波の変形は顕著となり、直線壁における Mach 反射と類似した波形パターンも生じる。

(2) 曲水路の外周壁上での水面変位の最大値も水路幅に大きく依存し、水路幅が大きいほどその値が大きい。また、入射波の非線形性が大きいほど水面変位の最大値が大きくなる。水面変位が最大となる位置は、水路幅が

大きいほど下流側に移動する。

(3) 外周壁上での最大水面変位は、水路幅と孤立波の有効波長の比により良く整理できる。水路幅が大きく、入射波の非線形性が強い場合には、水面変位の最大値は入射孤立波の振幅の約 2 倍にも達する。

本研究では、一定水深で比較的簡単な形状の曲水路を対象としたが、今回開発した計算モデルは、より一般的な形状および水深分布を有する曲水路にも適用可能である。また、規則波や不規則波への拡張も容易である。

謝辞：本研究の一部は、京都大学防災研究所特定共同研究および一般共同研究（代表者：高山知司教授）の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

Nwogu, O. (1993): Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Wtrwy., Port, Coast. and Oc. Engrg., Vol. 119, No. 6, pp. 618-638.
 Shi, A., M.H. Teng, and T. Wu (1998): Propagation of solitary waves through significantly curved shallow water channels, J. Fluid Mech., Vol. 362, pp. 157-176.
 Tanaka, M. (1993): Mach reflection of a large-amplitude solitary wave, J. Fluid Mech., Vol. 248, pp. 637-661.
 Wei, G. and J.T. Kirby (1995): Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations, J. Wtrwy., Port, Coast., and Oc. Engrg., Vol. 121, No. 5, pp. 251-261.
 Yuhi, M., H.Ishida and H. Mase (1999): A numerical model for extended Boussinesq equations in generalized curvilinear coordinates and its application to solitary wave propagation in curved channel, Annuals of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 42, in press.