

不規則波のマッハ反射に関する研究

間瀬 肇*・目見田 哲**・由比政年***・高山知司****

1. はじめに

防波堤や大規模人工島の直立壁に平行に近い角度で波が入射すると、直立壁に垂直な方向に波峰が発達し、その波が壁に沿って進行して波高が増加するマッハ反射の現象が起こる。しかし、こうした波高変化は防波堤先端や隅角部からの回折散乱によるものと同様の傾向を示すものであり、壁面前面の波浪場にはマッハ反射と回折散乱という2つの要因が混在して現象は複雑である。孤立波および周期波のマッハ反射についてはある程度研究が進んでおり、基本的な特性は明らかになっているが、不規則波のマッハ反射についてはほとんど研究がなされていない。

本研究は、規則波のマッハ反射と不規則波のそれとの類似点・相違点を検討するとともに、不規則波の非線形平面変形理論を用いたマッハ反射の計算結果、回折理論による算定結果、および一方向不規則波を用いた実験結果との比較・検討を行い、直立壁前面における不規則波浪場の特性を調べるものである。

2. マッハ反射

直立壁に $\theta < 45^\circ$ の角度で孤立波が入射すると、入射波と反射波に加え、ステム波が生じる (Perroud, 1957; Wiegel, 1964)。ステム波は、図-1のように、壁に沿って伝播し、その峰線は壁に垂直で、振幅および幅は伝播方向に大きくなる。Berger and Kohlhase (1976) は、このようなステム波は正弦波が斜めに入射する場合にも生じることを示した。彼らはこのステム波の波高変化に関する実験結果を回折理論による算定結果と比較し、両者は比較的よい一致を示すことから、マッハ反射を回折現象として説明できるとした。

一方、Yue and Mei (1980) および Yoon and Liu (1989) は、ストークス波およびクノイド波を対象として、マッハ反射を非線形共鳴干渉の現象として取り扱い、非線形放物型波動方程式の数値解析によって、ステム波の発達

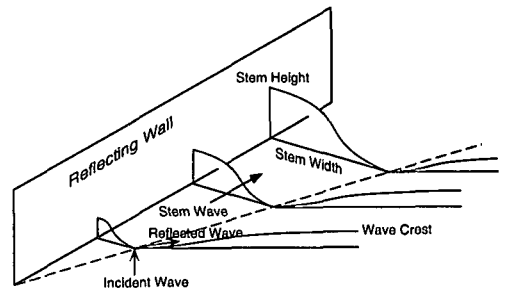


図-1 マッハ反射の模式図

特性を説明した。ステム波の発達特性をまとめると、以下のようである。

- 1) 入射波高で無次元化したステム波の振幅は、入射波の非線形性が大きくなるにつれて、また入射角が小さくなるにつれて減少する。
- 2) ステム波の幅は、入射波の非線形性が大きくなるにつれて、また入射角が小さくなるにつれて、大きくなる。

森屋ら(1995)は、クノイド波を用いた実験結果、Boussinesq 方程式による計算結果、Helmholtz 方程式の解析解を比較し、Boussinesq 方程式による計算結果がマッハ反射を再現できるとした。しかしながら、Boussinesq 方程式および Helmholtz 方程式による算定結果は $\theta = 15^\circ, 30^\circ$ ではほぼ同じで、両者の差が現れるのは $\theta = 45^\circ$ 場合であったが、このように入射角が大きい場合はマッハ反射波が顕著でない条件である。直立壁に垂直方向の波高分布を示した Berger and Kohlhase (1976) の Fig. 5.6 を詳細にみると、入射波高が大きいほど壁における無次元波高が小さくなっている。これは、ステム波の発達特性をまとめた 1) に対応するものである。

ステム波の発達特性が線形回折現象によるものか、非線形干渉によるものか、あるいは、両者が混在したものかについては現在のところ明らかでない。これを調べるには、実験結果、線形理論結果および非線形理論結果の3者の同時比較が必要である。

また、従来のマッハ反射に関する研究は孤立波および周期波を対象としたものであり、不規則波に対する検討

* 正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所
** 正会員 工修 関西電力(株) 総合技術研究所
*** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
**** フェロー 工博 京都大学教授 防災研究所

も重要である。

3. 解析に用いる理論モデル

不規則波によるマッハ反射の予測計算に用いる理論は、間瀬ら(1997)が提案した非線形ハイブリッド平面変形モデルである。解くべき式は、以下のように表される。

$$A'_n + \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A'_n - i(k_n - n\bar{k}_1) A'_n - \frac{i}{2(kCC_g)_n} \{(CC_g)_n A'_{ny}\}_y + \frac{3ink_1}{8h} \left[\sum_{i=1}^{n-1} A'_i A'_{n-i} + 2 \sum_{i=1}^{N-n} A'_i A'_{n+i} \right] + \alpha_n A'_n = 0 \quad (n=1, \dots, N) \quad (1)$$

ここで、 n は成分波の識別番号、 N は成分波の個数、 h は水深、 k_1 は基準波数(基準角周波数とは $\omega_1 = \sqrt{gh}k_1$ の関係で結ばれる)、 \bar{k}_1 は k_1 の y 方向平均値、 k_n は成分波の波数($(n\omega_1)^2 = ghk_n \tanh k_n h$ の解)、 C は成分波の波速、 C_{gn} は成分波の群速度、 α_n は砕波減衰係数、 i は虚数単位、下付添字の x, y は微分を表すものであり、計算で求める成分波の振幅 A'_n は水位変動 ζ と以下の関係がある。

$$\zeta(x, y, t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} A'_i(x, y) e^{in(\int k_i(x) dx - \omega_i t)} + c.c. \quad (2)$$

$$A'_n = A_n e^{in(\int k_n dx - \int \bar{k}_1 dy)} \quad (3)$$

ただし、 $c.c.$ は共役複素数を表す。式(1)の連立微分方程式で表される振幅 A'_n を求めた後、逆フーリエ変換により水位変動 ζ を求めることができる。その水位変動から波の代表諸量を求める。

いま、 x 方向を直立壁に沿う方向 ($i=1 \sim L$) とし、それに垂直に y 軸をとる ($j=1 \sim M$)。直立壁が $j=1$ にあるとすれば、そこでの境界条件は次式で表される。

$$\partial A'_n / \partial y = 0 \quad (A'_n = A_n) \quad (4)$$

入射波側の側方境界条件は、計算領域外の格子点の水深は境界におけるそれと同じとして、以下の透過条件を用いる。

$$A_n^{M+1} = A_n^M \exp(ik_n \sin \theta \Delta y) \quad (5)$$

Δy は格子間隔、 θ は入射角である。

ここで用いる理論は周波数空間で複素振幅の空間発展をもとめ、逆フーリエ変換により水位変動を算定するものであり、時間領域で方程式を計算する方法に比べ、付加的なスポンジ層が不要であり、また計算時間も短くて済む。

4. 不規則波のマッハ反射に関するモデル計算

4.1 計算条件

不規則波のマッハ反射の特性を知るために、計算条件

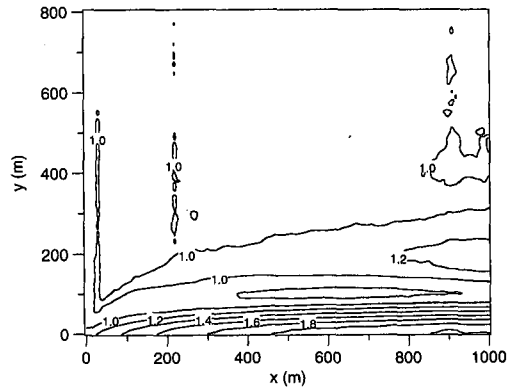
を以下のように設定する。

- 1) 計算領域：1000 m × 800 m
- 2) 格子間隔，時間間隔： $\Delta x = \Delta y = 10$ m, $\Delta t = 0.6$ s
- 3) 不規則波：Bretshneider-Mitsuyasu スペクトル，有義波周期 10 s，有義波高 3 m および 6 m の 2 種類，成分波の個数 150
- 4) 入射角：10°, 20°, 30° の 3 種類
- 5) 海底地形：一様水深地形(水深 21 m) および一様勾配地形(水深 21 m ~ 1 m, 勾配 1/50) の 2 種類

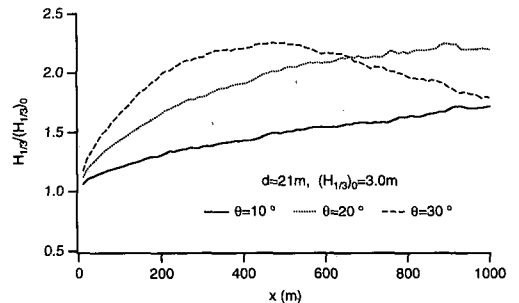
4.2 計算結果および考察

図-2 および図-3 は、有義波高がそれぞれ 3 m および 6 m の波が直立壁に入射した場合の入射有義波高で無次元化した波高の空間分布 ((a) 図) と直立壁に沿う有義波高の変化 ((b) 図) を示したものである。

(a) 図によると、ステム波は直立壁にそって発達する。ステム波の幅は初期の段階で増加率が大きく、 $x > 400$ m ではほぼ一定となること、ステム波の幅に及ぼす入射波の非線形性の影響はほとんどないことがわかる。(b) 図によると、直立壁端部からの波高増加割合は入射角度が大きいほど大きい。入射角度が 30° の場合は一旦ピークになった後、減少する。また、図-2 および図-3

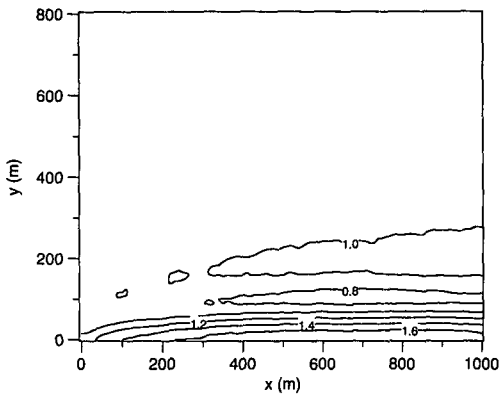


(a) 直立壁前面の無次元有義波高の空間分布 (入射角 20°)

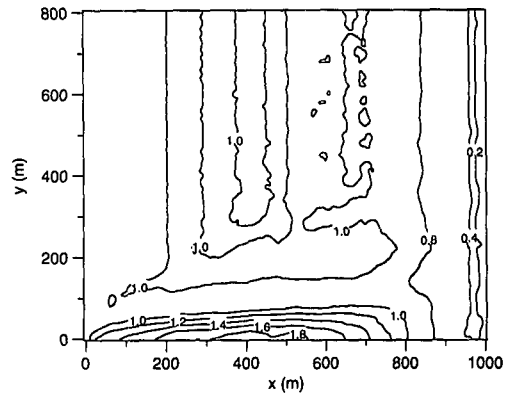


(b) 直立壁に沿う無次元有義波高変化に及ぼす入射角の影響

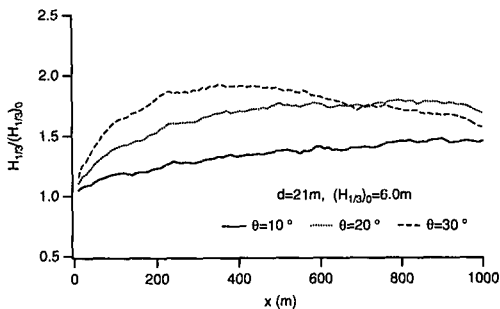
図-2 一様水深地形における直立壁前面の波高分布(入射波高 3 m)



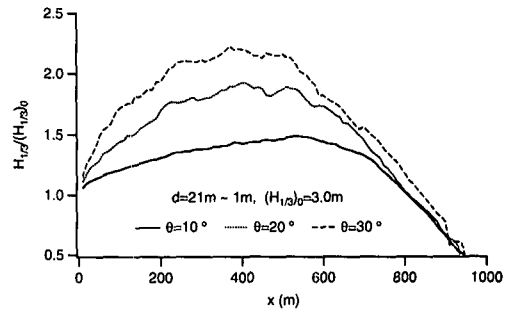
(a) 直立壁前面の無次元有義波高の空間分布 (入射角 20°)



(a) 直立壁前面の無次元有義波高の空間分布 (入射角 20°)



(b) 直立壁に沿う無次元有義波高変化に及ぼす入射角の影響



(b) 直立壁に沿う無次元有義波高変化に及ぼす入射角の影響

図-3 一様水深地形における直立壁前面の波高分布(入射波高 6 m)

図-5 一様勾配地形における直立壁前面の波高分布(入射有義波高 3 m)

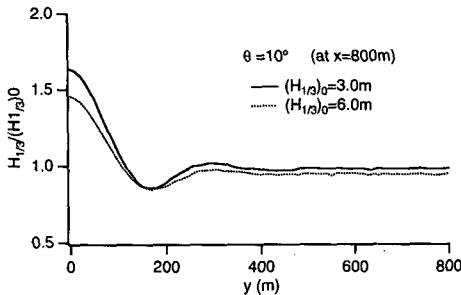


図-4 直立壁に垂直方向のステム波の無次元波高変化

を比べることにより、入射波の非線形性(すなわち、波高)が大きくなると、同じ入射角の場合、無次元波高が小さくなるのがわかる。こうした入射角や非線形性がステム波の振幅に及ぼす影響は、クノイド波について調べた Yoon and Liu (1989) の結果と同じである。

図-4 は直立壁に垂直方向のステム波の波高変化を、入射波の非線形性(入射波高)を変えて図示したものである。この図によれば、壁面においては入射有義波高が大きな方が無次元有義波高が小さくなるのが確かめられるが、ステム波の幅(壁面から波高が最小値となるまでの距離とする)は非線形性にかかわらずほぼ同じである。

これは、入射波高が小さいほどステム波の幅が大きくなるという Yoon and Liu (1989) のクノイド波の結果と異なる。不規則波の場合にはいろいろな周期成分が含まれており、壁面において位相は揃うが、壁を離れると異なる位相が重なり合って平均化されるためである。

図-5 は一様勾配地形における直立壁に有義波高 3 m の不規則波が 20° で入射した場合の壁前面での無次元波高分布を示したものであり、図-5(b) は入射角を 10°, 20°, 30° と変えた場合の壁に沿う無次元波高変化を示したものである。ステム波の波高は壁に沿って大きくなっていくが、ある地点から碎波が生じるようになり、入射角度にかかわらず、波高がほぼ同じ値になって減衰する。こうしたステム波の発達と碎波による減衰を調べた実験的研究はほとんどない。

5. 不規則波のマッハ反射に関する水理実験結果と予測計算結果との比較・検討

5.1 実験条件

図-6 に実験装置および構造物模型の概要図を示す。平面水槽には幅 30 cm の造波板が 60 枚設置され、多方向不規則波を造波できるようになっている。水深は 30

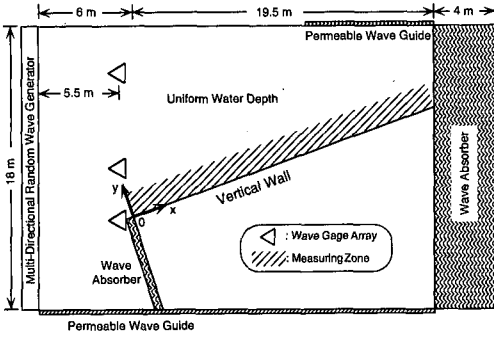


図-6 実験装置および構造物配置の概要図

cm と一定にした。直立壁は越波が生じない高さとした。直立壁からの反射波を再反射させないように透過性の導波板を一部設置した。

用いた不規則波の条件は以下のとおりである。

- 1) 単一方向波: Bretschneider-Mitsuyasu スペクトル
- 2) Case 1: $H_{1/3}=2.5\text{ cm}$, $T_{1/3}=1.73\text{ s}$
Case 2: $H_{1/3}=2.5\text{ cm}$, $T_{1/3}=0.89\text{ s}$
Case 3: $H_{1/3}=5.0\text{ cm}$, $T_{1/3}=1.73\text{ s}$
- 3) 入射角: 20° および 30° の 2 種類

水位変動の計測は、直立壁に平行に 4 つの測線 (y 軸方向に 50 cm 間隔) を設定し、直立壁直前では x 軸方向に 50 cm 間隔、その他 3 測線では 1 m 間隔で行った。計測時間は約 5 分、サンプリング間隔は 0.02 秒とした。

5.2 計算条件

非線形ハイブリッド平面変形モデルの計算においては、計算条件を以下のようにした。

- 1) 計算領域: $18\text{ m} \times 10\text{ m}$
- 2) 格子間隔, 時間間隔: $\Delta x = \Delta y = 0.2\text{ m}$, $\Delta t = 0.08\text{ s}$
- 3) 不規則波: 実験条件に合わせる (成分波の個数 150)

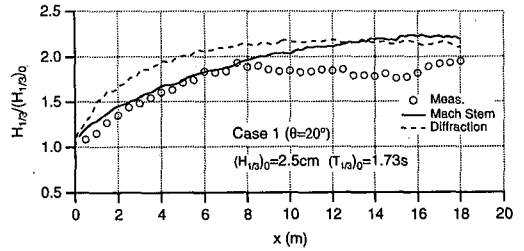
なお、隅角部からの回折散乱の計算に当たって、三井・村上 (1967) の理論結果を用いた。すなわち、周波数スペクトルをエネルギーが等しくなるように 10 分割し、それぞれの成分波に対して回折計算を行って計算結果を加えあわせ、入射波のエネルギーで無次元化して回折係数を求めた。

5.3 実験結果および考察

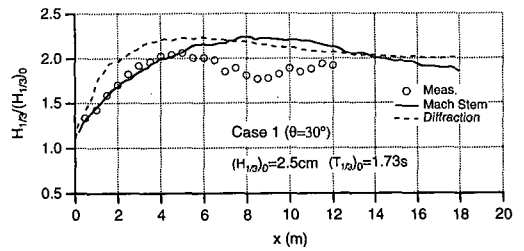
図-7 は、直立壁前面に沿った無次元有義波高の変化について、実験結果 (○印)、非線形平面変形モデルによる計算結果 (実線)、線形回折理論による算定結果 (破線) の 3 者を比較したものであり、(a) 図は入射角が 20° 、(b) 図は入射角が 30° の結果である。 $x=0\text{ m}$ からの計算された無次元波高については、線形理論による算定結果

が非線形モデルのそれより大きくなる。実験結果は、非線形モデルによる計算結果と非常によく一致する。ただし、(a) 図においては $x > 8\text{ m}$ 、(b) 図においては $x > 5\text{ m}$ から実験結果は減少しているが、両計算結果ではそのような変化は見られない。

図-8 は入射有義波高を 5 cm と図-7 のそれを 2 倍にして、非線形性を大きくした場合の結果を示したものである。線形理論の結果は図-7 のそれと同じであるが、非線形モデルによる計算結果は図-7 の対応するものと

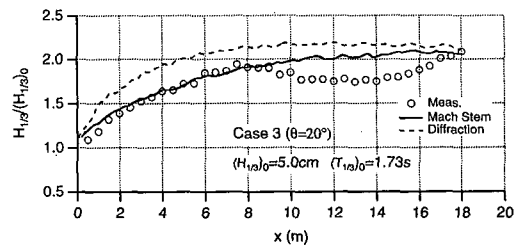


(a) 入射角 20°

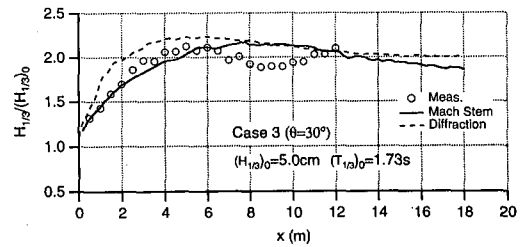


(b) 入射角 30°

図-7 Case 1 の直立壁に沿う無次元有義波高の変化

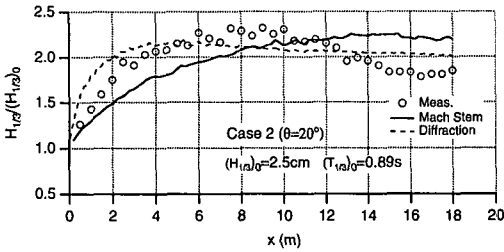


(a) 入射角 20°

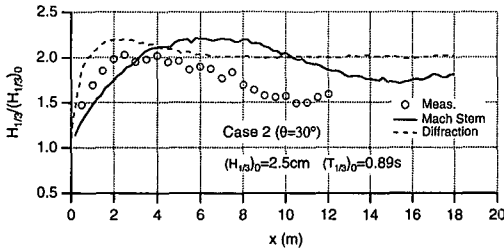


(b) 入射角 30°

図-8 Case 3 の直立壁に沿う無次元有義波高の変化



(a) 入射角 20°



(b) 入射角 30°

図9 Case 2の直立壁に沿う無次元有義波高の変化

比べて小さくなっているのがわかる。実験結果は非線形変形モデルによる計算結果と非常によく一致していることが確かめられる。ただし、このケースにおいても(a)図においては $x > 8\text{m}$ 、(b)図においては $x > 5\text{m}$ から実験結果は減少している。図-7および図-8のケースは有義波周期が 1.73s で、これを用いて水深波長比 kh を算定すると 0.68 となる浅海性の顕著な条件である。

図-9は、入射有義波周期を 0.89s として水深波長比を大きくした($kh=1.64$)場合の結果を示したものである。入射角が 20° および 30° の無次元波高の変化は、線形回折理論による算定結果および非線形変形モデルによるその間を通るようになり、どちらと一致するかの判断が困難である。このように kh が大きい場合に、ステム波の発達に線形回折現象と非線形干渉現象が混在したような状況になっているのではないかと考えられる。

Berger and Kohlhase (1976) が図示している実験結果は $kh=1.57$ であり、浅海性が卓越したケースではない。浅海域では共鳴干渉は2次のオーダーで生じ、深くなると3次のオーダーで生じる。したがって、新たに誘起される波の時・空間発展は浅海条件と深海条件で1オーダー異なる。限られた領域においては、浅海条件であれば、非線形共鳴干渉としてのステム波の発達が見られるが、深くなると共鳴現象が現れにくく、線形現象としての回折現象と混在したものになるのではないかと考えられる。

6. あとがき

本研究は、規則波のマッハ反射と不規則波のそれとの類似点・相違点を検討するとともに、不規則波の非線形平面変形理論を用いたマッハ反射の計算結果、回折理論による算定結果、一方不規則波を用いた実験結果の比較・検討を行い、不規則波の直立壁前面における波浪場の特性を明らかにすることを目的としたものである。

非線形平面変形理論を用いた計算結果によると、ステム波は直立壁にそって発達し、ステム波の幅の発達は初期の段階で大きいがある距離以上になるとほぼ一定となること、ステム波の幅に及ぼす入射波の非線形性の影響はほとんどないことがわかった。また、直立壁端部からの波高増加割合は、入射角度が大きいほど大きい。入射波の非線形性が大きくなると、同じ入射角の場合、無次元波高が小さくなる。こうした入射角の影響や非線形性のステム波の振幅に及ぼす影響は、クノイド波による結果と同じである。しかし、ステム波の幅(壁面から波高が最小値となるまでの距離とする)は非線形性にかかわらずほぼ同じであり、クノイド波による結果と異なる。

実験結果、非線形平面変形モデルによる計算結果、線形回折理論による算定結果の3者を比較した結果、浅海条件においては実験結果は非線形モデルによる計算結果と非常によく一致することがわかった。

参考文献

- 間瀬 肇・北野利一・吉岡 洋 (1997): 不規則波のハイブリッド非線形平面変形モデル, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 36-40, 1997.
- 三井 宏・村上仁士 (1967): 海岸構造物不連続部の波高分布について(第2報)一隅角部付近の波高分布一, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 53-59.
- 森屋陽一・菊地正行・松立博樹・水口 俊 (1995): 浅海域における周期波のマッハ反射について, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 6-10.
- Berger, U. and S. Kohlhase (1976): Mach-reflection as a diffraction problem, Proc. 15th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, pp. 796-814.
- Perroud, P. H. (1957): The solitary wave reflection along a vertical breakwater for small angles of incidence, IER Tech. Report HEL 1-2, Univ. of California at Berkeley.
- Yoon, S. B. and P. L.-F. Liu (1989): Stem waves along breakwater, Jour. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol. 115, No. 5, pp. 635-648.
- Yue D. K. P. and C. C. Mei (1980): Forward diffraction of Stokes waves by a thin wedge, Jour. Fluid Mech., Vol. 99, pp. 33-52.
- Wiegel, R. L. (1964): Water wave equivalent of Mach-reflection, Proc. 9th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, pp. 82-102.