

# 多方向遷移波の造波理論

中谷 耕一\*・水口 優\*\*

## 1. はじめに

波浪に関する水理実験を行う際に、時・空間的に任意な波（遷移波）を実現することが必要となる場合がある。Mizuguchi (1996) は一次元水槽における遷移波の造波理論を導いている。多方向造波装置においては水口(1993)が規則波に対する造波理論を導いているが、遷移波（非周期的な波）までは考慮していない。

本研究では平面水槽における多方向遷移波の造波理論を導く（いわゆる順問題を解く）こと、及び与えられた水位データを再現するための造波信号を求める（いわゆる逆問題を解く）ことを目的とする。

## 2. 造波問題（順問題）

本研究では連続型多方向波造波装置を用いる場合の造波理論を、水口(1993)に倣って考える。連続型多方向波造波装置とは、造波板群とそれらの接続部を駆動する複数のロッドを有するものである。本研究においてモデルとした中央大学所有の平面水槽と 29 本のロッドを有する造波装置の概略及び座標系を図-1 に示す。z は水

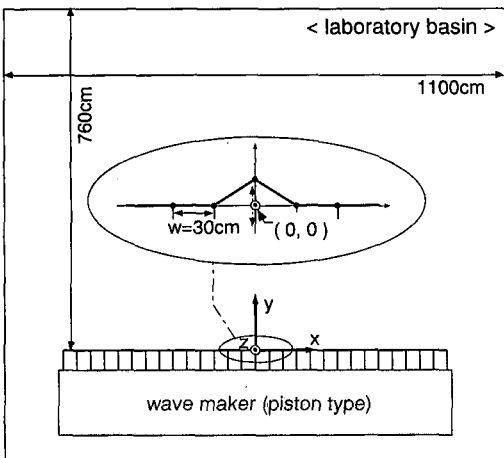


図-1 平面水槽及び造波装置の概略

面を基準とする上向きが正の鉛直方向座標を、w は造波パドル一枚分の幅を示す。

ここで扱う微小振幅波理論の範囲では、複数ロッドの運動により生じる波は、個々のロッドの運動により生じる波の重ね合わせとして表される。以下、まずは理論の基礎として、単一ロッドの運動により生じる波について考える。

### 2.1 単一ロッドの場合

#### a) 問題の定式化

非回転・完全流体の流れの場合を考えることで速度ポテンシャル  $\Phi(x, y, z, t)$  ( $-\infty \leq x \leq \infty, 0 \leq y \leq \infty, -d \leq z \leq 0$ ) の存在が仮定できる。なお、d は水深、t は時間を示す。ここでは微小振幅波理論の枠内で、一様水深場における現象を対象として話を進める。 $\Phi(x, y, z, t)$  の存在により、解くべき式はラプラスの式となり、この偏微分方程式の境界条件（以降 B.C. と略記）は底面 B.C.、造波板 B.C. および線形化された水表面 B.C. である。

ここでは造波板の稼働形式はピストン型に限るものとし、原点における y 方向流速の時系列データを  $f(t)$  とおくと、造波板 B.C. は  $y=0, -d \leq z \leq 0$  の範囲で (1) 式となる。なお、下添字記号のうち「,」の後のものは、その変数に関する偏微分を表す。

$$\begin{aligned} \Phi_{,y}(x, 0, z, t) &= \begin{cases} \left(1 - \frac{|x|}{w}\right) f(t) & (|x| \leq w, t \geq 0) \\ 0 & (|x| > w, t \geq 0) \end{cases} \dots\dots (1) \end{aligned}$$

#### b) 解法と解

以下の手順に従って解を求める。

- ① z に関する部分を変数分離。
- ② t に関して Fourier 変換。
- ③ ピストン型造波板条件を満たすように z 方向の関数形を決める。
- ④ x に関して Fourier 変換。
- ⑤ 造波板 B.C. (1) 式を満たし、かつ放射条件を満たす解を求める。
- ⑥ t, x に関して Fourier 逆変換。

その結果、evanescent mode を無視すると速度ポテンシャルは次の形になる。

\* 工修 日本原子力発電株式会社  
 \*\* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{E_k}{2k} \{ (N_0^* F_c(s) + J_0^* F_s(s)) \cos st + (N_0^* F_s(s) - J_0^* F_c(s)) \sin st \} \cosh k(z+d) ds \dots\dots\dots (2)$$

水位  $\eta(x, y, t)$  に変換すると, (3) 式が得られる.

$$\begin{aligned} \eta(x, y, t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty a' s \{ (N_0^* F_c(s) + J_0^* F_s(s)) \sin st \\ &\quad - (N_0^* F_s(s) - J_0^* F_c(s)) \cos st \} ds \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

なお, 式中の記号は以下の様に定義した.

$$J_0^* = \int_{-kw}^{kw} J_0(\theta_k) \left(1 - \frac{|q|}{kw}\right) dq \dots\dots\dots (4)$$

$$N_0^* = \int_{-kw}^{kw} N_0(\theta_k) \left(1 - \frac{|q|}{kw}\right) dq \dots\dots\dots (5)$$

$$E_k = \frac{4 \sinh kd}{2kd + \sinh 2kd} \dots\dots\dots (6)$$

$$a' = \frac{1}{gk} \frac{\sinh 2kd}{2kd + \sinh 2kd} \dots\dots\dots (7)$$

$$\theta_k = \sqrt{(kx - q)^2 + (ky)^2} \dots\dots\dots (8)$$

ここで,  $k$  は波数,  $s$  はダミーの角周波数,  $F_c(s), F_s(s)$  はそれぞれ造波信号  $f(t)$  の  $t$  に関する Fourier-cosine 変換, Fourier-sine 変換を示し,  $J_0, N_0$  はそれぞれ第1種, 第2種 Bessel 関数である.

c) 理論解の妥当性の確認

(3) 式の妥当性を確認するため, 単一波群造波問題を取り上げて理論解と実測水位データとの比較を行った. 実験は水深  $d=20$  cm のもと, 波高と周期を変えて計8ケースを行った. そのうちの二つのケースについて, 理論解と実験値との比較したものを図-2, 3 に示す. 図-2 は最大振幅  $a_{max}=1$  cm, 基本波周期  $T=1.1$  s, 基本波数  $Ng=8$  波のケース, 図-3 は  $a_{max}=4$  cm,  $T=1.1$  s,  $Ng=8$  波のケースである. 図中にはデータ取得地点の座標も記した. なお, 実験値の後半には水槽壁面からの反射による水位変動が記録されている.  $ka_{max}$  が比較的小さな図-2 のケースでは, 理論解と実験値は良く一致しており, 本理論解は正しいことが確認できた. 図-3 のケースは  $ka_{max}$  が比較的大きく, 当然の事ながら波高が大きい波群中央部分で両者の一致が悪くなる.

2.2 複数ロッドの場合

複数のロッドを稼働させる場合, 全てのロッドに同一の造波信号を与えることで現象をほぼ一次元化できる. これを利用し, 複数ロッドの順問題を(3)式の重ね合わせで表すことの妥当性を, 既存の一次元伝播モデル (Mizuguchi, 1996) との比較により確認した. 図-4 に示すように, 本方式の後半部での微小な振動を除いて両理論解は一致しており, 複数ロッドによる現象は理論解(3)式を用いて表せることが確認できた. なお, 本方式

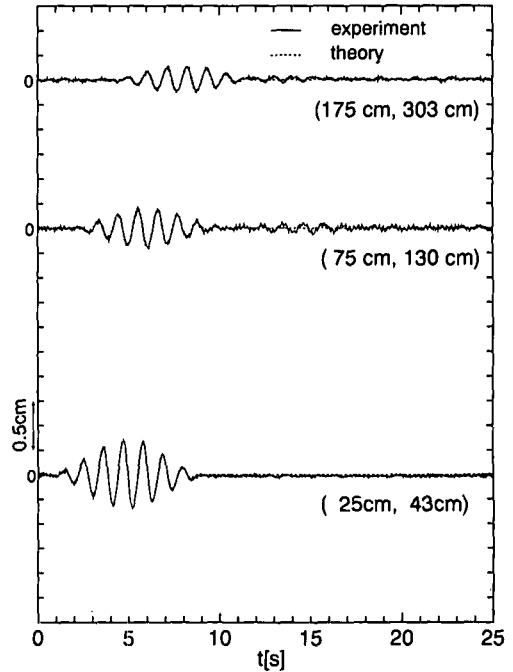


図-2 順問題 (単一ロッド) 理論解と実験値との比較(1)  
 $ka_{max}=0.046$

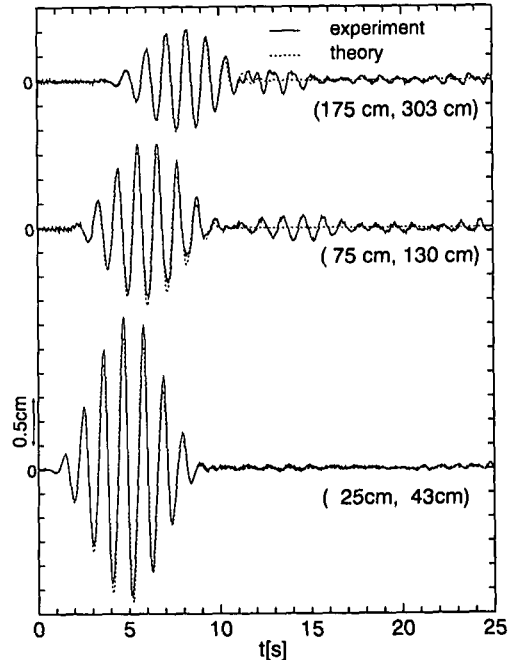


図-3 順問題 (単一ロッド) 理論解と実験値との比較(2)  
 $ka_{max}=0.184$

の後半部での振動は全体としての造波板長が有限なために生じたものである。これは図-5に示すように、総ロッド数を増やすことで問題の振動が小さくなりかつその出現も遅れることから確認される。

3. 造波信号作成問題 (逆問題)

次に、連続型多方向波造波装置を用いる場合の造波信号作成問題について、Mizuguchi(1996)に倣って考える。

この問題は、ある地点の時系列水位データが与えられている場合、もしくはある瞬間の空間水位データが与えられている場合に、それを再現するために必要な造波信号を求めるといものである。

前章同様、まずは理論の基礎として、単一ロッドの場合を取り上げる。

3.1 単一ロッドの場合

a) ある地点の時系列水位データが与えられた場合

i) 理論解

まず、(3)式は基本的には一次元の式なのでMizuguchi(1996)に倣うと造波信号 $f(t)$ が次のように求まる。

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty N_0^* \int_0^\infty \eta(x, y, \epsilon) \sin s \epsilon d\epsilon + J_0^* \int_0^\infty \eta(x, y, \epsilon) \cos s \epsilon d\epsilon \cdot \frac{\cos st ds}{\alpha^2 s^2 ((N_0^*)^2 + (J_0^*)^2)} \dots (9)$$

ここで $\eta(x, y, \epsilon)$ は与えられた時系列水位データを表す。

ii) 理論解の妥当性の確認

単一波群タイプの時系列水位データを目標として与え、(9)式より求めた造波信号 $f(t)$ を順問題(3)式に与えて得られたものと目標データを比較したものが図-6である。両者はよく一致しており、これより(9)式は理論解として正しいと考えられる。

b) ある瞬間の空間水位データが与えられた場合

i) 理論解

この場合は空間波形の基本関数がBessel関数であることもあって、素直に理論解を導くのは困難である。そこで以下のような条件付きで理論解を導くこととする。

- (i) 造波板幅に比べて十分遠方の地点を考える。すなわち、(8)式中の $q$ を無視する。
- (ii) 再現目標とする空間波形のうち、対象とするのはロッドの延長線上( $x=0$ )にある水位データに限定する。
- (iii) 代表波長に比べても十分遠方な地点での水位データに限定することにより、Bessel関数の漸近展開式を利用する。

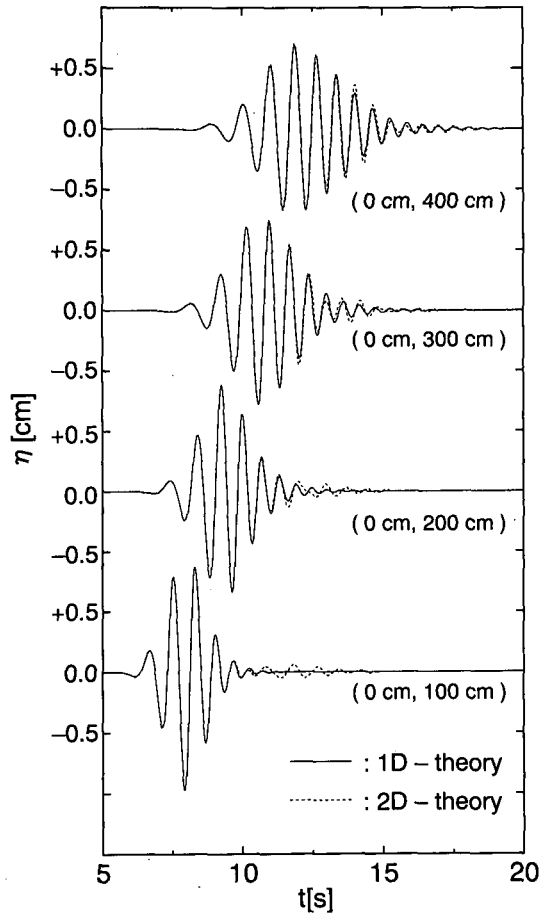


図-4 一次元・二次元の伝播モデルによる比較

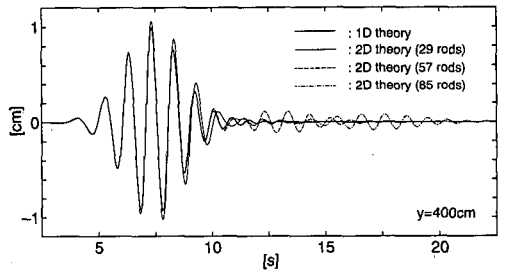


図-5 総ロッド数の違いに関する二次元伝播モデルの比較

その結果、次式で表される造波信号 $f(t)$ が求まる。

$$f(t) = \frac{2}{w\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left[ \frac{\sqrt{k} \cos st}{\tanh kd} \cdot \{(A+B) \cos st_c - (A-B) \sin st_c\} \right] ds \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \int_0^\infty \sqrt{y} \eta(0, y, t_c) \cos ky dy, \\ B &= \int_0^\infty \sqrt{y} \eta(0, y, t_c) \sin ky dy \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

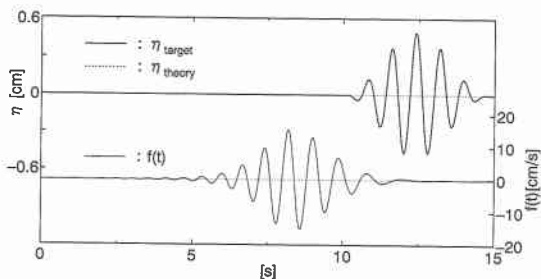


図-6 単一ロッドに対する時系列逆問題

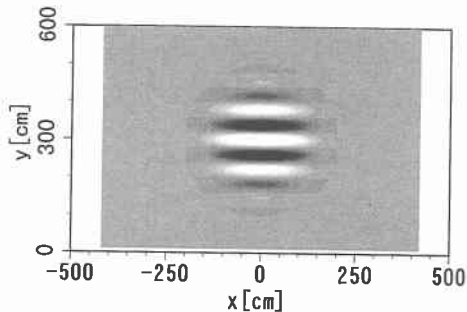


図-8 目標とする空間波形 (平面的円形波群)

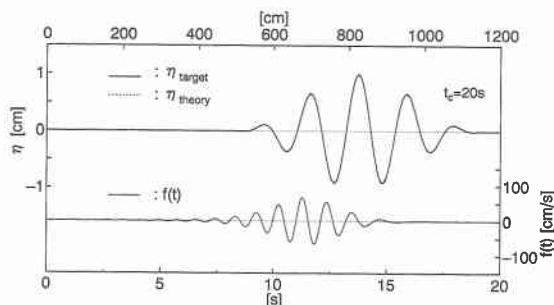


図-7 単一ロッドに対する空間的逆問題

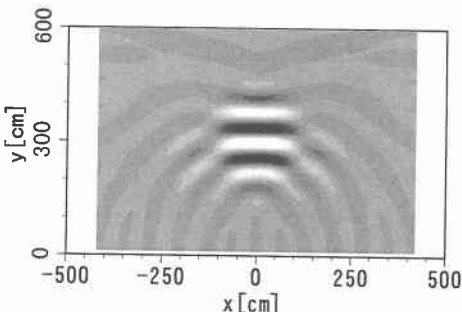


図-9 現方式による空間波形

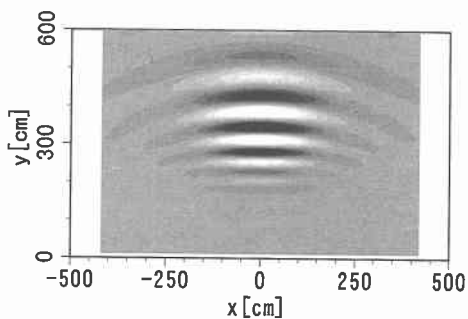


図-10 従来方式による空間波形

ここで、 $t_0$  は空間水位データを与える固定時間である。

## ii) 理論解の妥当性の確認

ある瞬間に前述の条件を満たすような空間水位データを目標として与え、(10) 式より求めた造波信号  $f(t)$  を、さらに順問題 (3) 式に与えて計算したものを目標値と比較したものが図-7 である。両者はよく一致しており、これより (10) 式も理論解として正しいと考えられる。

## 3.2 複数ロッドの場合

目標とする平面的水位データを複数のロッドの運動によって再現するにあたり、必要な造波信号を理論的に求めるのは不可能では無いまでも、かなり面倒である。

ここでは単一ロッドの場合の理論解である (10) 式を適当に組み合わせることで、目標とする空間水位データをどの程度再現できるかについて検討した。今回目標としたのは図-8 に示す平面的な円形波群である。波群を構成する基本波の波長は 80 cm で進行方向は  $y$  方向である。

現段階で最良と判断した方法は以下の通りである。

- (1) (10) 式を用いて中央ロッド延長線上の水位データに対する造波信号を作成する。それを各ロッドの基本信号パターンとする。
- (2) 各ロッドの初動時間を、円形波群の中央部に群速度  $c_g$  で到達するのに要する時間で補正。
- (3) 各ロッドの振幅を水槽内全域での目標時水位データとの誤差を用いて最小二乗法により決め

る。

このようにして得られた計算結果を図-9 に示す。

これに対し、目標の空間水位データをそのまま造波信号へ変換して得られたのが図-10 の水位の平面分布である。

当然のことながら、図-10 では線形分散により  $x$ ,  $y$  両方向に波が広がっており、目標からのずれが目立つのに対し、図-9 では  $x$  (横) 方向には広がっているものの  $y$  方向に関しては比較的目標に近い値となった。

また、目標円形波群の中心から等距離 (円形波群の半径の半分) にある円周上の水位を、目標値と比較したものが図-11 である。従来方式による造波信号から得られた理論水位に比べて、本方式による造波信号から得られ

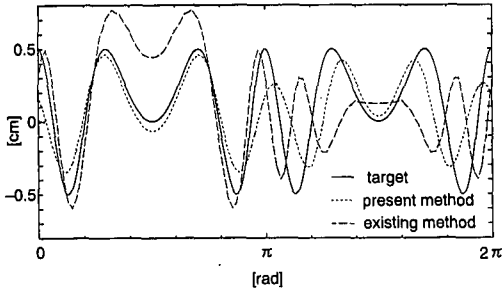


図-11 造波方式の違いによる周方向水位分布の比較

た理論水位は目標水位に対してより近くなっていることが分かる。

この結果は、(10)式の組み合わせ方によっては従来方式による造波信号に比べ、目標空間水位のより良い再現が可能であることを示している。

#### 4. おわりに

本研究では連続型多方向造波装置を用いる場合の多方向遷移波の造波理論として、造波問題、造波信号作成問題に取り組んだ。造波問題としては、単一ロッドの場合の理論解を導き、その妥当性を確認した。なお、複数ロッ

ドの場合は単一ロッド時の理論解の線形和により表されることの確認も行った。この結果、多方向波造波装置において各ロッドに任意の波形を入力した場合の波の場の算定が可能となった。

造波信号作成問題としては、単一ロッドの場合について時系列水位データを再現するための造波信号理論解および軸線上の水位データに対する近似解を導いた。さらに複数ロッドによる平面的単一波群の造波信号問題に対して、単一ロッドの場合の解の組み合わせ方を工夫することにより従来よりも目標に近いものを再現できる事を確認した。ただし、複数のロッドを用いた逆問題を完全に解くことは今後の課題として残った。

謝辞：本論文の作成には、関 克己氏（中央大学）に多大なご協力をいただいた。ここに深謝の意を表す。

#### 参 考 文 献

- 水口 優 (1993): 連続型多方向造波装置の造波理論と一様な波の場, 中央大学理工学部紀要, 第36巻, pp. 21-37.  
 Mizuguchi, M. (1996): Analytical solutions of non-periodic wave generation and its inverse problems, Coastal Eng. in Japan, Vol. 39, pp. 1-9.