

海洋短波レーダによる方向スペクトルの推定

橋本典明*・徳田正幸**

1. はじめに

海洋短波レーダによる流れの計測は既に実用段階に入っており、これまでにも多くの成果が報告されている。一方、海洋短波レーダを利用して方向スペクトルを計測する方法は、これまでにもいくつかの研究が報告されているものの、いまだ実用段階には至っておらず、急務の研究課題となっている。海洋短波レーダを利用した方向スペクトル計測法の難しさは、この問題が非適切逆問題であるためである。この種の問題は、解の存在と一意性そのものが曖昧で、適切な仮定や近似の導入によって解を特定する必要が生じる。

海洋短波レーダを利用して方向スペクトルを推定する既往の研究に、Hisaki(1996)の研究がある。Hisakiの研究では、海洋短波レーダにより方向スペクトルを推定するための基礎式に加えて、方向スペクトルが満たすことが望ましい先駆条件を付加した非線形最適化問題を、逐次代入法によって解くことにより、方向スペクトルを推定している。しかしながら、Hisakiの研究では、先駆条件に方向スペクトルが滑らかな連続関数である期待の他に、スペクトル値が周波数や方向角に対して既知の比で変化する条件とスペクトル値が負になることを避ける条件も先駆条件に加えられており、先駆条件の数が未知パラメータの数に比して過剰になっている。また、それぞれの先駆条件に導入された重み係数の適切な設定が課題として残されたままである。

本研究では、著者の一人が先に提案したペイズ型モデルを用いた方向スペクトル推定法(橋本、1987)を応用して開発した、海洋短波レーダによる新しい方向スペクトル推定法を提案する。また、逆問題と対の順問題を組み合わせた数値シミュレーションにより、本方法の適用性、妥当性、推定精度等を検討した結果を報告する。

2. 理論式の定式化

海洋短波レーダにより得られるドップラースペクトル $\sigma(\omega)$ は、電波の海面による1次散乱成分 $\sigma^{(1)}(\omega)$ と2次

散乱成分 $\sigma^{(2)}(\omega)$ の和($\sigma(\omega) \approx \sigma^{(1)}(\omega) + \sigma^{(2)}(\omega)$)で近似でき、それぞれ次式で表される。

$$\sigma^{(1)}(\omega) = 2^6 \pi k_0^4 \sum_{m=\pm 1} S(-2mk_0, 0) \delta(\omega - m\omega_B) \quad \dots (1)$$

$$\sigma^{(2)}(\omega) = 2^6 \pi k_0^4 \sum_{m_1, m_2 = \pm 1} \int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma|^2 S(m_1 k_1) S(m_2 k_2) \times \delta(\omega - m_1 \sqrt{gk_1} - m_2 \sqrt{gk_2}) dp dq \quad \dots (2)$$

ここに、 $\sigma^{(1)}(\omega)$ と $\sigma^{(2)}(\omega)$ はそれぞれ角周波数 ω における1次と2次の後方散乱断面積、 k_0 は電波の波数ベクトル、 $S(k) = S(k_x, k_y)$ は波浪の波数スペクトル、 $\omega_B (= \sqrt{2gk_0})$ はブリッジ角周波数である。積分変数 p と q はそれぞれレーダのピーム軸方向およびそれと直交する座標で、散乱に関与する波の波数ベクトル k_1, k_2 と、

$$k_1 = (p - k_0, q), \quad k_2 = (-p - k_0, q) \quad \dots (3)$$

で結ばれる変数である。すなわち、

$$k_1 + k_2 = -2k_0 \quad \dots (4)$$

の関係がある。また、 Γ は結合係数と呼ばれ、2つの波数成分 k_1 と k_2 の波浪成分が、2次の散乱断面積に寄与する程度を表す。結合係数 Γ は、一般に、電磁気学的な2次散乱による部分 Γ_E と流体力学的な2次散乱による部分 Γ_H の和($\Gamma = \Gamma_E + \Gamma_H$)で表され、それぞれ次式で与えられる(Barrick, 1972)。

$$\Gamma_E = \frac{1}{2} \left[\frac{(k_1 \cdot k_0)(k_2 \cdot k_0)/k_0^2 - 2k_1 \cdot k_2}{\sqrt{k_1 \cdot k_2 - k_0 \Delta}} \right] \quad \dots (5)$$

$$\Gamma_H = -\frac{i}{2} \left[k_1 + k_2 - \frac{(k_1 k_2 - k_1 \cdot k_2)(\omega^2 + \omega_B^2)}{m_1 m_2 \sqrt{k_1 k_2} (\omega^2 - \omega_B^2)} \right] \quad \dots (6)$$

ここに、 Δ は海面の複素インピーダンスで、絶対値の小さな複素数である。

ドップラースペクトル $\sigma(\omega)$ 上では、1次散乱成分 $\sigma^{(1)}(\omega)$ と2次散乱成分 $\sigma^{(2)}(\omega)$ はそれぞれ異なる位置に現れるため、その強度が弱くても分離可能である。そこで、それぞれのスペクトル成分を用いて、気象・海象に関する多くの情報が得られる。式(2)から明らかなように、2次散乱成分には波数ベクトル k_1 と k_2 で表される2つの成分波が関与している。対象とするドップラーウィーク数に関与する k_1 と k_2 の組合せは、式(4)や式(2)中の δ 関数の制限内で種々の組合せがある。すなわち、式(2)には、種々の方向に伝播する無数の周波数

*正会員 工博 運輸省港湾技術研究所海洋環境部水理研究室長

**正会員 理博 国際航業株式会社技術研究センター徳田研究室長

成分波からの寄与が含まれている。そこで、ここでは特に2次散乱成分に着目し、 $\sigma^{(2)}(\omega)$ から方向スペクトルを推定する方法について述べる。なお、本研究では深水域における波浪場を対象として検討するが、有限水深域の波浪場への拡張は容易であり、別の機会に述べる。なお、以下では便宜的に、ブレーリング角周波数(ω_B)と電波の波数の2倍($2k_0$)を用い、諸量を以下のように無次元化して扱う。

$$\begin{aligned} \tilde{\omega} &= \omega/\omega_B & \tilde{k} &= k/(2k_0) \\ \tilde{f} &= f/(2k_0), & \tilde{S}(\tilde{k}) &= (2k_0)^4 S(k) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

式(2)は、 p と q の2変数に関する積分であるが、被積分関数にデルタ関数 δ が含まれていることから、容易に1変数の積分に変形できる。いま、積分変数として波数ベクトル \tilde{k}_1 の方向角 θ_1 を採用すれば、式(2)は次式のように変形できる(Lipa and Barrick, 1982)。

$$\tilde{\sigma}^{(2)}(\tilde{\omega}) = \int_0^{\theta_L} G(\theta_1, \tilde{\omega}) d\theta_1 \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここに、

$$\begin{aligned} G(\theta_1, \tilde{\omega}) &= 16\pi [|\tilde{f}|^2 (\tilde{S}(m_1 \tilde{k}_1) \tilde{S}(m_2 \tilde{k}_2) \\ &\quad + \tilde{S}(m_1 \tilde{k}_1^*) \tilde{S}(m_2 \tilde{k}_2^*)) y^3 |dy/dh|]_{y=\hat{y}} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\left| \frac{dy}{dh} \right| = \left| 1 + m_1 m_2 \frac{y(y^2 + \cos \theta_1)}{(y^4 + 2y^2 \cos \theta_1 + 1)^{3/4}} \right|^{-1} \dots (10)$$

$y = \sqrt{k_1}$ であり、 \hat{y} は、

$$\tilde{\omega} - m_1 y - m_2 (y^4 + 2y^2 \cos \theta_1 + 1)^{1/4} = 0 \quad \dots \dots \dots (11)$$

を解いて得られる $y = \hat{y}$ である。また、 \tilde{k}_1^* は \tilde{k}_1 とレーダーのビーム軸(ρ 軸)に対して対称な無次元波数ベクトルであり、積分範囲の上限 θ_L は、 $\tilde{\omega} \leq 2$ のとき、 $\theta_L = \pi$ 、 $\tilde{\omega} > 2$ のとき $\theta_L = \pi - \cos^{-1}(1/\tilde{\omega}^2)$ で与えられる。

式(9)の波数ベクトル $S(k)$ と方向スペクトル $S(f, \theta)$ は、

$$S(k) = \frac{g^2}{2^5 \pi^4 f^3} S(f, \theta) \quad \dots \dots \dots (12)$$

の関係があることから、適当に仮定された方向スペクトル $S(f, \theta)$ を用いて式(8)を数値積分すれば、仮定された方向スペクトル $S(f, \theta)$ に対応して、海洋短波レーダーの海面による2次散乱成分 $\tilde{\sigma}^{(2)}(\tilde{\omega})$ が理論的に計算できる。ただし、式(8)を積分する際には、電磁気学的な

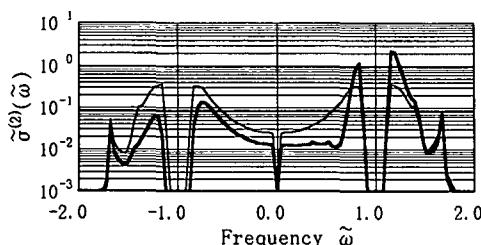


図-1 ドップラースペクトル $\tilde{\sigma}^{(2)}(\tilde{\omega})$ の計算例

結合係数 Γ_ε の分母が 0 になる点が特異点になることから、この特異点近傍では刻み幅を細かくして計算精度を上げるなどの工夫が必要である。図-1は、この様にして計算されたドップラースペクトルの2次散乱成分 $\tilde{\sigma}^{(2)}(\tilde{\omega})$ を示したもので、方向スペクトルに有義波高 $H_{1/3}=3.0$ m、有義波周期 $T_{1/3}=10.0$ 秒の Bretschneider-光易型スペクトルと $S_{max}=10$ の光易型方向関数を用い、波の主方向と 0° と 90° の交差角で周波数が 24.515 MHz の短波レーダーを照射した場合のドップラースペクトルを計算したものである。海洋短波レーダーにおける方向スペクトルの推定問題とは、図-1の計算とは逆に、観測して得られた $\tilde{\sigma}^{(2)}(\tilde{\omega})$ をもとに角周波数 $\tilde{\omega}$ 毎に与えられる式(8)の連立積分方程式に基づいて、非負の解 $S(f, \theta)$ を推定することである。

方向スペクトル $S(f, \theta)$ は一般に $S(f, \theta) \geq 0$ であるが、ここでは $S(f, \theta) > 0$ と仮定し、指部に離散的一定値関数を有する指部関数を用いて次式で表現する(橋本, 1987)。

$$S(f, \theta) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \exp(x_{i,j}) \delta_{i,j}(f, \theta) \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 $x_{i,j} = \ln S(f_i, \theta_j)$ 、 I は周波数分割数、 J は方向分割数で、

$$\delta_{i,j}(f, \theta) = \begin{cases} 1 : f_{i-1} \leq f < f_i \text{ and } \theta_{j-1} \leq \theta < \theta_j \\ 0 : \text{その他} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (14)$$

である。ただし、周波数 f と方向角 θ は、それぞれ次式によって離散化されている。

$$\mu_i = \ln f_i = \ln f_{i-1} + \Delta f, \quad \theta_j = \theta_{j-1} + \Delta \theta \quad \dots \dots \dots (15)$$

式(13)を式(8)に代入すれば、式(8)は未知数 $X = (x_{i,1}, \dots, x_{i,J})^t$ を含む積分方程式になる。さらに、積分を総和 \sum に置き換えて離散化すれば、積分方程式は非線形代数方程式で近似できる。しかしながら、式(8)の積分は、式(4)、(11)の制約により、 (f, θ) 平面上で特定のパスを通過する積分となる。また、前述のように、式(8)は特異点を含むことから、特異点近傍で細かい刻み幅で計算する必要がある。そこで式(8)の離散化に際しては、Hisaki (1996) と同様に、数値積分する際のパス上の方向スペクトル値を、その近傍の格子点上の方向スペクトル値を用いて線形内挿して、

$$\begin{aligned} S(\mu, \theta) &= (1-\xi)(1-\zeta)S(\mu_i, \theta_i) \\ &\quad + \xi(1-\zeta)S(\mu_{i+1}, \theta_i) + (1-\xi)\zeta S(\mu_i, \theta_{i+1}) \\ &\quad + \xi\zeta S(\mu_{i+1}, \theta_{i+1}) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (16)$$

(ここに、 $\mu = \ln f, 0 \leq \xi, \zeta \leq 1$ で近似し、式(8)を θ_i に関して任意の精度で離散化できるようにした。さらに、ドップラースペクトルの誤差 ϵ_k を考慮し、最終的には、式(8)の積分方程式は、次式で表される未知数 $X = (x_{i,1}, \dots, x_{i,J})^t$ を含む非線形代数方程式で近似される。

$$\tilde{\sigma}_k^{(2)} = F_k(X) + \epsilon_k \quad \dots \dots \dots (17)$$

ここに、サフィックス k は、ドップラー周波数 $\tilde{\omega}_k (k=1, \dots, K)$ における値を表す。

ここで、各ドップラー周波数 $\tilde{\omega}_k$ 每の誤差 $\varepsilon_k (k=1, \dots, K)$ は互いに独立であり、未知の分散 λ^2 に従うものとする。このとき、 $\tilde{\sigma}_k^{(2)} (k=1, \dots, K)$ が与えられれば、 X, λ^2 に関する尤度は、

$$L(X; \lambda^2) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\lambda)^K} \exp \left[-\frac{1}{2\lambda^2} \sum_{k=1}^K (\tilde{\sigma}_k^{(2)} - F_k(X))^2 \right] \quad (18)$$

で与えられる。

以上の定式化では、方向スペクトルは離散的一定値関数として近似した。この際、各区間毎のエネルギーの相関については何ら考慮されていない。波の線形性からは各微小区間毎のエネルギー分布はそれぞれ独立であると見なされるが、方向スペクトルが不連続なエネルギー分布をしているとは考えにくい。また、一般に方向スペクトルは滑らかな連続関数であると見なされている。したがって、ここでは方向スペクトル $S(f, \theta)$ が滑らかであるという仮定の表現として（例えば、橋本、1990），

$$x_{i,j+1} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i-1,j} - 4x_{i,j} \quad (19)$$

が小さいという期待を先駆条件として与える。また、解析対象周波数の上限 ($i=I$) および下限 ($i=1$) では，

$$x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1} \quad (20)$$

が小さいという期待を先駆条件として与える。すなわち，

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_j (x_{i,j+1} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i-1,j} - 4x_{i,j})^2 \\ & + \sum_j (x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1})^2 \\ & + \sum_j (x_{I,j+1} - 2x_{I,j} + x_{I,j-1})^2 \rightarrow \text{小} \end{aligned}$$

$$(ただし, x_{i,0} = x_{i,j}, x_{i,-1} = x_{i,j-1}) \quad (21)$$

あるいは作用行列 D を導入し、これを行列表示して，

$$\|DX\|^2 \quad (22)$$

を考えると、式 (22) が小さいほど方向スペクトルの推定値は滑らかになると考えられる。したがって、方向スペクトル $S(f, \theta)$ の推定値としては、式 (22) をあまり大きくしない範囲で尤度（式 (18)）の大きいものが望ましい。これを定式化すると、適当なパラメータ u^2 （超パラメータ）を用いて，

$$\ln L(X; \lambda^2) - \frac{u^2}{2\lambda^2} \|DX\|^2 \quad (23)$$

を最大化する $X=(x_{1,1}, \dots, x_{I,J})^t$ を求めればよい。これはベイズの推論方法において、事後分布 $p_{\text{post}}(\cdot)$ の

$$p_{\text{post}}(X|u^2, \lambda^2) = L(X; \lambda^2) p(X|u^2, \lambda^2) \quad (24)$$

の関係式において、 $X(x_{1,1}, \dots, x_{I,J})^t$ の事前分布として，

$$p(X|u^2, \lambda^2) = \left(\frac{u}{\sqrt{2\pi}\lambda} \right)^M \exp \left\{ -\frac{u^2}{2\lambda^2} \|DX\|^2 \right\} \quad (25)$$

を想定したことにはかならない。

u^2 を与えれば、式 (23) を最大化する X は λ^2 に無関係

に決まり，

$$\sum_{k=1}^K \{ \tilde{\sigma}_k^{(2)} - F_k(X) \}^2 + u^2 \|DX\|^2 \quad (26)$$

を最小化することにより得られる。また、 u の決定と λ^2 の推定は次式で表される ABIC（赤池のペイズ型情報量基準、Akaike, 1980）の最小化によれば、解の確からしさと滑らかさの両方の観点から望ましい u が自動的に決められる。

$$\text{ABIC} = -2 \ln \int L(X|\lambda^2) p(X|u^2, \lambda^2) dX \quad (27)$$

3. 数値計算法

2. で述べた方法を用いて方向スペクトルを推定する場合、式 (26) の最小化および式 (27) の積分と最小化を実行しなければならない。しかしながら、いまの場合それらを解析的に行なうことは不可能である。そこで、ここでは橋本(1987)と同様に、式(17)を線形化し、繰り返し計算によって最適解 X を推定する方法を採用した。

いま、 X_0 が $X=(x_{1,1}, \dots, x_{I,J})^t$ の最適解 \hat{X} に十分近いものとして X_0 のまわりで $F_k(X)$ を Taylor 展開すると、次式で表される。

$$F_k(X) = F_k(X_0) + G_k(X_0)(X - X_0) \quad (28)$$

ここに、

$$G_k(X_0) = [\partial F(X)/\partial x_{1,1}, \dots, \partial F(X)/\partial x_{I,J}]_{X=X_0} \quad (29)$$

である。式 (28) を用い、式 (17) を $k=1, \dots, K$ の成分をまとめて行列表示すると、式 (17) は X に関して線形な次式で表される。

$$B = AX + E \quad (30)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A &= [G_1(X_0), \dots, G_K(X_0)] \\ B &= [\tilde{\sigma}_1^{(2)} - F_1(X_0) + G_1(X_0)X_0, \dots, \\ &\quad \tilde{\sigma}_K^{(2)} - F_K(X_0) + G_K(X_0)X_0]^t \\ E &= [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_K]^t \end{aligned} \quad (31)$$

である。以上より、2. で述べた方法は、以下の手順によって最適解 \hat{X} を推定することができる。

- ① 適当な u^2 および X の初期値 X_0 を与えて、次式に最小自乗法を適用し、与えられた u^2 に対する X の推定値 \hat{X} を算出する。

$$W(X) = \|AX - B\|^2 + u^2 \|DX\|^2 \quad (32)$$

計算手順としては、最初に X_0 を与えて式 (32) に最小自乗法を適用し、第 1 近似解 $X^{(1)}$ を算出する。次に式 (31) の X_0 を $X^{(1)}$ に置き換えて、式 (32) に最小自乗法を適用し、 $X^{(2)}$ を算出する。この様な計算を繰り返し、適当な収束条件を満たす解 \hat{X} を算出する。

- ② ①で得られた結果を用いて、次式により、与えられ

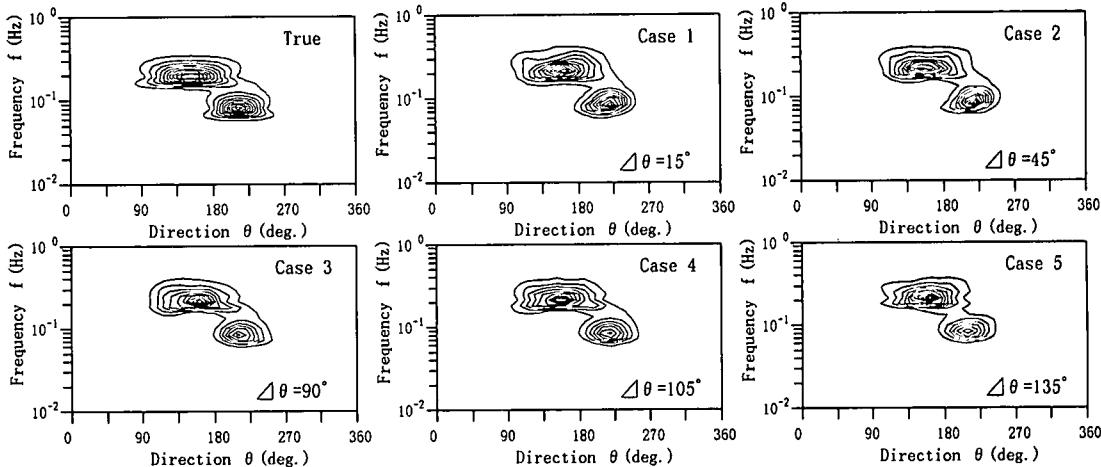


図-2 卓越周波数が異なる2方向波浪を対象とした計算例

た u^2 に対する ABIC を算出する。

$$\begin{aligned} \text{ABIC} = & K(1 + \ln(2\pi\lambda^2)) \\ & + \ln\{\det(A^t A + u^2 D^t D)\} - K \ln(u^2) \end{aligned} \quad \dots \quad (33)$$

ここに、

$$\lambda^2 = \frac{1}{K} \{ \|A\bar{X} - B\|^2 + u^2 \|D\bar{X}\|^2 \} \quad \dots \quad (34)$$

である。

- ③ u^2 を種々に変えて①, ②の計算を繰り返す。
- ④ ①～③の計算結果の内、最小の ABIC を与える \bar{X} を最適な X の推定値とする。

この様にして最適解 \bar{X} が得られ、これを式(13)に代入すれば方向スペクトル $S(f, \theta)$ が得られる。

なお、本研究では、本方法を適用する際の数値計算の実務の便を考え、全ての計算ケースで初期値 X_0 を 0 として計算し、数値計算の安定性を確認した。また、式(32)の繰り返し計算の収束基準としては、 $(k+1)$ ステップ目の未知数の変化の大きさ $\|X^{(k+1)} - X^{(k)}\|$ と (k) ステップ目の未知数の大きさ $\|X^{(k)}\|$ との比が 10^{-2} 以下になった場合に収束したと見なして推定値 \bar{X} を算出した。

超パラメータ u^2 の設定に際しては、一般に、

$$u = ab^m \quad (a=0.1, b=0.5, m=1, 2, \dots) \quad \dots \quad (35)$$

として、格子探索法による繰り返し計算を行った。

4. 数値シミュレーションによる検討

2. と 3. で述べたベイズ型モデルを応用した方向スペクトル推定法の妥当性や推定精度等を検討するため、数値シミュレーションによる検討を行った。数値シミュレーションでは、先ず、任意の方向スペクトル形を仮定して式(2)に代入し、数値積分によりドップラースペクトルの2次散乱成分 $\sigma^{(2)}(\omega)$ を計算した。次に、この 2

次散乱成分 $\sigma^{(2)}(\omega)$ をもとに 3. で述べた方法により、方向スペクトルを逆推定した。シミュレーション条件は短波レーダの周波数を 24.515 MHz で固定し、レーダの数や配置を変化させた様々な観測条件を設定した。また、うねりや風波あるいはそれらの重合した2方向波浪場等の種々の方向スペクトルを対象としてシミュレーションを行った。なお、一式の短波レーダを用いて得られる單一方向のドップラースペクトルからだけでは、ビーム軸に対して対称な波を区別することはできない。このような場合には、Hisaki (1997) の計算例でも見られるように方向スペクトルに見かけのピークが現れる可能性があるが、本研究の方法によれば、真のピークか見かけのピークのいずれか一方の方向スペクトルが選択され、見かけのエネルギー分布が生じにくいことを確認している。

図-2 はエネルギーの卓越する周波数が異なる2方向波浪系を対象とした計算例で、それぞれの波浪系の有義波周期は5秒と12秒である。ここでは2式の短波レーダを用い、それぞれ異なる方向から電波を海面に照射した場合の2つのドップラースペクトルをもとに方向スペクトルを推定した。図-2中の左上にシミュレーションに用いた真の方向スペクトル (True) を示しており、Case

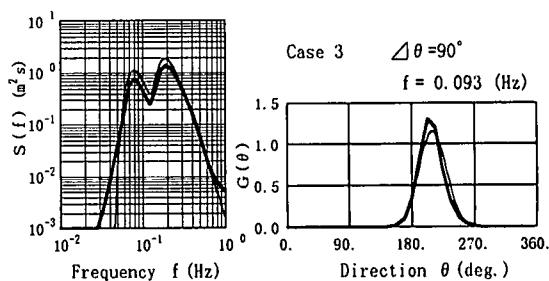


図-3 周波数スペクトルと方向関数の比較

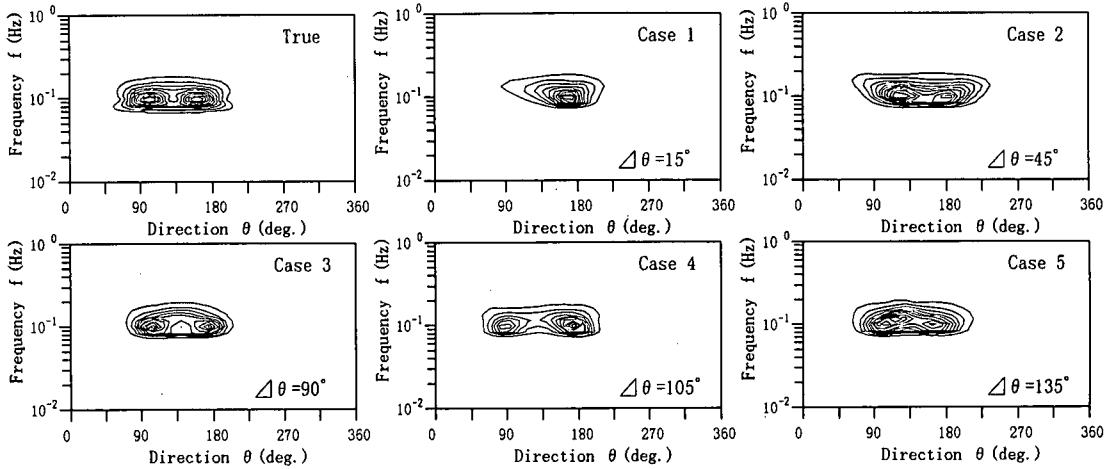


図-4 卓越周波数が等しい2方向波浪を対象とした計算例

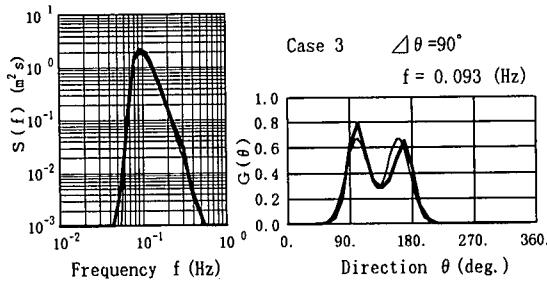


図-5 周波数スペクトルと方向関数の比較

1～Case 5は、2式の短波レーダの交差角をそれぞれ $\Delta\theta=15^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 135^\circ$ とした場合の計算結果である。いずれの計算結果もほぼ妥当な方向スペクトル形状を示している。

図-3は、図-2中のCase 3の周波数スペクトルと、周波数 $f=0.093\text{ Hz}$ における方向関数 $G(\theta)$ を図示したものである。図-3中の細線は真の周波数スペクトルと方向関数で、太線で図示したものが推定値である。周波数スペクトルの推定値はエネルギーピーク付近でやや過小評価しており、方向関数ではやや過大評価しているが、いずれも妥当な位置にピーク値が推定されている。

図-4は、図-2と同じ観測条件を用い、エネルギーの卓越する周波数が等しい2方向波浪系を対象とした計算例である。観測条件によって推定精度が異なり、例えば電波の交差角が狭い $\Delta\theta=15^\circ$ のCase 1では1方向波浪系として推定されている。図-5は、図-4のCase 3の周波数スペクトル $S(f)$ と、周波数 $f=0.093\text{ Hz}$ における方向関数 $G(\theta)$ を図示したものである。適切な電波交差角の観測データを用いれば、妥当な周波数スペクトルや方向関数が推定できることが分かる。

5. おわりに

ペイズ型モデルを応用した、海洋短波レーダにおける方向スペクトルの推定法について、理論式の定式化、数值計算法および数値シミュレーションにより、本方法の推定精度や有効性、適用性について検討した結果を報告した。本研究により、短波レーダで得られるドップラースペクトルを基に、高精度な方向スペクトルが推定可能であることが確認できた。しかしながら、本方法を実際の現地観測で得られるドップラースペクトルに適用する場合、観測誤差やドップラースペクトルの推定誤差等、本研究では考慮されていない他の多くの不確定な要素も存在することから、現地実証試験が不可欠である。今後、本方法を現地観測データへ適用し、実用面での研究を進める予定である。

参考文献

- 橋本典明 (1987): ペイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定、第34回海岸工学講演会論文集、pp. 126-130.
- 橋本典明 (1990): ペイズ型モデルを用いた海洋波浪の非線形核関数の数値的推定、海岸工学論文集、第37巻、pp. 121-125.
- Akaike, H. (1980): Likelihood and Bayesian procedure, Bayesian Statistics (Bernardo, J. M., De Groot, M. H., Lindley, D. U. and Smith, A. F. M. eds.) University Press, Valencia, pp. 143-166.
- Barrick, D. E. (1972): Remote sensing of sea state by radar, Remote sensing of the Troposphere, V. E. Derr, Editor, U. S. Govt. Printing Office, Washington, D. C., 12.
- Hisaki, Y. (1996): Nonlinear inversion of the integral equation to estimate ocean wave spectra from HF radar, Radio Sci., Vol. 31, No. 1, pp. 25-39.
- Lipa, B. J. and Barrick, D. E. (1982): Analysis Methods for Narrow-Beam High-Frequency Radar Sea Echo, NOAA Technical Report ERL 420-WPL 56, pp. 1-55.