

軸対称構造物および任意断面直立構造物による 非線形回折波に関する研究

水谷 法美* ・ 真田 武** ・ 水野 香織***
藤岡 丈夫**** ・ 川島 直人***** ・ 岩田 好一朗*****

1. はじめに

大型海洋構造物の設計にあたっては、構造物に作用する波力のみならず周辺波浪場への影響の精度良い予測が、耐波安定性や環境面から重要であり、従来から数多く研究されてきた。最近では非線形回折波に関する研究も増え、例えば、Kriebel (1990), Chau・Taylor (1992) はグリーン関数を使って非線形回折波の速度ポテンシャルの 2 次近似解を厳密に誘導している。しかし、彼らの解法は円筒構造物に限定されており、他の構造物には原理的に適用できない。一方、真田ら (1996) はグリーン関数を使わずに円筒構造物による非線形回折波の速度ポテンシャルの 2 次近似解を誘導している。この解は、構造物表面での境界条件のみで決定される未定係数を含む形で誘導されており、この係数の決定の際に清川ら (1982) 及び清川・小林 (1983) が開発した境界展開法を使うことにより、他の形状の構造物へも拡張可能である。

本研究では、真田らの解を軸対称構造物へも適用できるように、1 次近似解を入射波成分、回折波の進行波成分と減衰定常波成分の和で表現し、この 1 次近似解を用い 2 次近似解の一般解を新たに誘導した。ついで、この解に含まれる未定係数を決定する際に、境界展開法を使って軸対称構造物や任意断面を持つ鉛直構造物による非線形回折波の速度ポテンシャルの 2 次近似解を新たに誘導する。さらに水理実験により解の妥当性を検証し、あわせてこれらの構造物による回折波の特性を考究する。

2. 理論解析

2.1 非線形回折波速度ポテンシャルの 2 次近似一般解

まず、円筒座標表示された非線形回折波の速度ポテンシャルの 2 次近似の一般解を解析解の形で誘導する。基本的な誘導方法は、入射波成分、回折波の進行波成分と

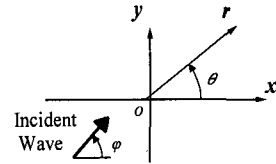


図-1 座標系

減衰定常波成分の和で表わされた速度ポテンシャルの 1 次近似の一般解を 2 次近似の自由水面境界条件に代入し、円筒関数の微分公式を利用して簡潔にまとめる。この 2 次の自由水面境界条件の非齊次項を 2 次近似速度ポテンシャルの平面 2 次元 (r, θ) の関数とし、連続方程式を満たすように水深方向の関数を仮定することで、2 次近似の速度ポテンシャルの解析解を誘導する。

a) 基礎方程式と境界条件

流体運動を非圧縮性完全流体の非回転運動とし、速度ポテンシャル $\phi(r, \theta, z; t)$ を持つものと仮定する。調和振動を考え、速度ポテンシャル $\phi(r, \theta, z; t)$ を次式のように振動パラメータ $\varepsilon (=k_1 H_1; k_1$ は 1 次の入射波速度ポテンシャルの波数, H_1 は入射波高) により 2 次のオーダーまで振動展開する。

$$\phi(r, \theta, z; t) = \text{Real} (\varepsilon \phi_1(r, \theta, z) e^{-i\sigma t} + \varepsilon^2 \phi_2(r, \theta, z) e^{-2i\sigma t} + \varepsilon^2 \bar{\phi}_2(r, \theta, z)) \quad \dots\dots (1)$$

ここに、Real は実数部を、 $\sigma (=2\pi/T; T$: 周期) は角周波数を、 $\bar{\phi}_2(r, \theta, z)$ は速度ポテンシャルの定常成分を表す。 $\bar{\phi}_2(r, \theta, z)$ は流速場に対しては定常流速を与えるが 2 次までの水位変動、圧力、波力、モーメントには寄与しない。よって、以下では $\bar{\phi}_2(r, \theta, z)$ は考慮せず $\phi_1(r, \theta, z)$, $\phi_2(r, \theta, z)$ のみを求めることとする。

i) ε の 1 次のオーダー

基礎方程式：

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

自由水面境界条件：

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \nu \phi_1 = 0 \quad ; \quad z=0 \quad \dots\dots (3)$$

ここに、 $\nu = \sigma^2/g$ であり沖波相当波数を表す。

底面の不透過条件：

* 正 会 員 工 博 名古屋大学助教授 工学研究科土木工学専攻
** 正 会 員 工 修 (株)日本港湾コンサルタンツ 環境部
*** 正 会 員 工 修 (株)フジタ 首都圏土木支店土木部
**** 正 会 員 工 修 名古屋市 土木局河川部工務課
***** 正 会 員 中部電力(株)電力技術研究所水理グループ
***** フェロー 工 博 名古屋大学教授 工学研究科土木工学専攻

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z = -d \quad \dots\dots\dots (4)$$

放射条件:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \phi_1^s}{\partial r} - i k_1 \phi_1^s \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

なお、上付き s は回折波の成分を示す。

ii) ε の 2 次のオーダー

基礎方程式:

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

自由水面境界条件:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - 4\nu \phi_2 &= \frac{i\sigma}{2g} \left\{ 2 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right)^2 + \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 - \phi_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + \frac{\sigma^2}{g} \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} \\ &; \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

底面の不透過条件:

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z = -d \quad \dots\dots\dots (8)$$

さらに無限遠方での放射条件が課せられる。

b) 線形理論

式 (2) ~ (5) の一般解は以下のとおり誘導されている (例えば土木学会 (1994))。

$$\begin{aligned} \phi_1 &= -\frac{ig}{2\sigma k_1} \left[\frac{\cosh k_1(z+d)}{\cosh k_1 d} \right. \\ &\quad \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \{ \mu_n J_n(k_1 r) + \alpha_n H_n^{(1)}(k_1 r) \} e^{in\theta} \\ &\quad \left. + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos k_{1,p}(z+d)}{\cos k_{1,p}d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \beta_{n,p} K_n(k_{1,p}r) e^{in\theta} \right] \\ &\quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに、 $\mu_n = e^{-in\varphi}$ であり、波向き φ に関する係数であり、 α_n 、 $\beta_{n,p}$ は構造物表面の不透過条件から決定される定数である。また、 J_n はベッセル関数、 $H_n^{(1)}$ は第 1 種ハンケル関数、 K_n は第 2 種変形ベッセル関数を表す。

c) 非線形理論

1 次近似速度ポテンシャルの解析解 (式 (9)) を 2 次の水面境界条件 (式 (7)) に代入し、円筒関数の微分公式を使って簡潔にまとめると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - 4\nu \phi_2 &= -\frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left[g_{n,0}''(r) + g_{n,0}^{IS}(r) + g_{n,0}^{SS}(r) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{p=1}^{\infty} \{ g_{n,p}^{IS}(r) + g_{n,p}^{SS}(r) \} + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} g_{n,p,q}^{SS}(r) \right] e^{in\theta} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに、

$$g_{n,0}''(r) = 3(\tanh^2 k_1 d - 1) \mu_n J_n(2k_1 r) \quad \dots\dots\dots (11a)$$

$$g_{n,0}^{IS}(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{n,m} J_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) \quad \dots\dots\dots (11b)$$

$$g_{n,0}^{SS}(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) \quad \dots\dots\dots (11c)$$

$$g_{n,p}^{IS}(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_{n,m}^p J_{n-m}(k_1 r) K_m(k_{1,p}r) \quad \dots\dots\dots (11d)$$

$$g_{n,p}^{SS}(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{n,m}^p H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) K_m(k_{1,p}r) \quad \dots\dots\dots (11e)$$

$$g_{n,p,q}^{SS}(r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{n,m}^{p,q} K_{n-m}(k_{1,p}r) K_m(k_{1,q}r) \quad \dots\dots\dots (11f)$$

上式 (11a) ~ 式 (11f) における係数 $B_{n,m}$ 、 $C_{n,m}$ 、 $D_{n,m}^p$ 等は以下の通りである。

$$\begin{aligned} B_{n,m} &= -2\{ \mu_{n-(m+1)} \alpha_{m+1} \\ &\quad - T_0 \mu_{n-m} \alpha_m + \mu_{n-(m-1)} \alpha_{m-1} \} \quad \dots\dots\dots (12a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{n,m} &= -\{ \alpha_{n-(m+1)} \alpha_{m+1} \\ &\quad - T_0 \alpha_{n-m} \alpha_m + \alpha_{n-(m-1)} \alpha_{m-1} \} \quad \dots\dots\dots (12b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{n,m}^p &= \frac{k_{1,p}}{k_1} \{ 2\mu_{n-(m+1)} \beta_{m+1,p} \\ &\quad - T_p \mu_{n-m} \beta_{m,p} - 2\mu_{n-(m-1)} \beta_{m-1,p} \} \quad \dots\dots\dots (12c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{n,m}^p &= \frac{k_{1,p}}{k_1} \{ 2\alpha_{n-(m+1)} \beta_{m+1,p} \\ &\quad - T_p \alpha_{n-m} \beta_{m,p} - 2\alpha_{n-(m-1)} \beta_{m-1,p} \} \quad \dots\dots\dots (12d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{n,m}^{p,q} &= \frac{k_{1,p} k_{1,q}}{k_1^2} \{ \beta_{n-(m+1),p} \beta_{m+1,q} \\ &\quad - T_{p,q} \beta_{n-m,p} \beta_{m,q} + \beta_{n-(m-1),q} \beta_{m-1,p} \} \quad \dots\dots\dots (12e) \end{aligned}$$

ここに、

$$T_0 = 3 \tanh^2 k_1 d - 1 \quad \dots\dots\dots (13a)$$

$$T_p = 6 \tanh k_1 d \cdot \tan k_{1,p} d + \frac{k_1^2 - k_{1,p}^2}{k_1 k_{1,p}} \quad \dots\dots\dots (13b)$$

$$T_{p,q} = 3 \tan k_{1,p} d \cdot \tan k_{1,q} d + \frac{k_{1,q}}{k_{1,p}} \quad \dots\dots\dots (13c)$$

式 (10) との対応から 2 次近似速度ポテンシャル ϕ_2 を次式の様に置く。

$$\begin{aligned} \phi_2 &= -\frac{ig}{8\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \left\{ \psi_{n,0}(r, z) + \sum_{p=1}^{\infty} \psi_{n,p}(r, z) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \psi_{n,p,q}(r, z) \right\} e^{in\theta} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここに、 $\psi_{n,0}(r, z)$ 、 $\psi_{n,p}(r, z)$ 、 $\psi_{n,p,q}(r, z)$ は以下の微分方程式、境界条件の解となる。

i) $\psi_{n,0}(r, z)$ の基礎方程式と境界条件

$$L\{\psi_{n,0}\} = 0 \quad \dots\dots\dots (15a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{n,0}}{\partial z} - 4\nu \psi_{n,0} &= g_{n,0}''(r) + g_{n,0}^{IS}(r) + g_{n,0}^{SS}(r) \quad ; \quad z = 0 \\ &\quad \dots\dots\dots (15b) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \psi_{n,0}}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z = -d \quad \dots\dots\dots (15c)$$

ii) $\psi_{n,p}(r, z)$ の基礎方程式と境界条件

$$L\{\psi_{n,p}\} = 0 \quad \cdots \cdots (16a)$$

$$\frac{\partial \psi_{n,p}}{\partial z} - 4\nu \psi_{n,p} = g_{n,p}^{IS}(r) + g_{n,p}^{SS}(r) \quad ; z=0 \quad \cdots \cdots (16b)$$

$$\frac{\partial \psi_{n,p}}{\partial z} = 0 \quad ; z=-d \quad \cdots \cdots (16c)$$

iii) $\psi_{n,p,q}(r, z)$ の基礎方程式と境界条件

$$L\{\psi_{n,p,q}\} = 0 \quad \cdots \cdots (17a)$$

$$\frac{\partial \psi_{n,p,q}}{\partial z} - 4\nu \psi_{n,p,q} = g_{n,p,q}^{SS}(r) \quad ; z=0 \quad \cdots \cdots (17b)$$

$$\frac{\partial \psi_{n,p,q}}{\partial z} = 0 \quad ; z=-d \quad \cdots \cdots (17c)$$

但し, $L\{\cdot\}$ は次式に示す微分演算子である.

$$L\{\cdot\} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \cdots \cdots (18)$$

式 (15a) ～式 (15c) は真田ら (1996) と同様に解くことができ, 次式のように解が求められる.

$$\begin{aligned} \psi_{n,0}(r, z) = & -\frac{k_1^2 + \nu^2}{4\nu^3} \frac{\cosh 2k_1(z+d)}{\cosh 2k_1 d} \\ & \cdot \{g_{n,0}^{IS}(r) + g_{n,0}^{SS}(r) + g_{n,0}^{SS}(r)\} \\ & + \frac{\pi i}{4} Z_{0,0} \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} \\ & \cdot \{M_n^{IS}(r) + M_n^{SS}(r) + \tilde{\alpha}_n H_n^{(1)}(k_2 r)\} \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} Z_{0,l} \frac{\cos k_{2,l}(z+d)}{\cos k_{2,l} d} \\ & \cdot \{L_{n,l}^{IS}(r) + L_{n,l}^{SS}(r) + \tilde{\beta}_{n,l} K_n(k_{2,l} r)\} \quad \cdots (19) \end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned} M_n^{IS}(r) = & k_1^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} (B_{n,m+1} - 2B_{n,m} + B_{n,m-1}) \\ & \cdot \{I_{n,m}^{IS(1)}(r) H_n^{(2)}(k_2 r) - I_{n,m}^{IS(2)}(r) H_n^{(1)}(k_2 r)\} \quad \cdots \cdots (20a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_n^{SS}(r) = & k_1^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} (C_{n,m+1} - 2C_{n,m} + C_{n,m-1}) \\ & \cdot \{I_{n,m}^{SS(1)}(r) H_n^{(2)}(k_2 r) - I_{n,m}^{SS(2)}(r) H_n^{(1)}(k_2 r)\} \quad \cdots \cdots (20b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{n,i}^{IS}(r) = & k_1^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} (B_{n,m+1} - 2B_{n,m} + B_{n,m-1}) \\ & \cdot \{\tilde{I}_{n,m,i}^{IS(1)}(r) I_n(k_{2,i} r) - \tilde{I}_{n,m,i}^{IS(2)}(r) K_n(k_{2,i} r)\} \quad \cdots \cdots (21a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{n,i}^{SS}(r) = & k_1^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} (C_{n,m+1} - 2C_{n,m} + C_{n,m-1}) \\ & \cdot \{\tilde{I}_{n,m,i}^{SS(1)}(r) I_n(k_{2,i} r) - \tilde{I}_{n,m,i}^{SS(2)}(r) K_n(k_{2,i} r)\} \quad \cdots \cdots (21b) \end{aligned}$$

式 (20a) ～(21b) 中の関数 $I_{n,m}^{IS(1)}(r)$, $\tilde{I}_{n,m,i}^{IS(1)}(r)$ 等は以下に示す円筒関数の 3 重積に関する不定積分である.

$$I_{n,m}^{IS(1)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) H_n^{(1)}(k_2 r) dr \quad \cdots (22a)$$

$$I_{n,m}^{IS(2)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) H_n^{(2)}(k_2 r) dr \quad \cdots (22b)$$

$$I_{n,m}^{SS(1)}(r) = \int r H_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) H_n^{(1)}(k_2 r) dr \quad \cdots (22c)$$

$$I_{n,m}^{SS(2)}(r) = \int r H_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) H_n^{(2)}(k_2 r) dr \quad \cdots (22d)$$

$$\tilde{I}_{n,m,i}^{IS(1)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) K_n(k_{2,i} r) dr \quad \cdots (23a)$$

$$\tilde{I}_{n,m,i}^{IS(2)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) I_n(k_{2,i} r) dr \quad \cdots (23b)$$

$$\tilde{I}_{n,m,i}^{SS(1)}(r) = \int r H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) K_n(k_{2,i} r) dr \quad \cdots (23c)$$

$$\tilde{I}_{n,m,i}^{SS(2)}(r) = \int r H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) H_m^{(1)}(k_1 r) K_n(k_{2,i} r) dr \quad \cdots (23d)$$

同様に式 (16a) ～式 (16c) の解 $\psi_{n,p}(r, z)$ は以下のとおりとなる.

$$\begin{aligned} \psi_{n,p}(r, z) = & \frac{k_1 k_{1,p} - i\nu^2}{4\nu^3 - i(k_1 - ik_{1,p})^2 \nu} \\ & \cdot \frac{\cosh(k_1 + ix_{1,p})(z+d)}{\cosh(k_1 + ix_{1,p})d} \{g_{n,p}^{IS}(r) + g_{n,p}^{SS}(r)\} \\ & + \frac{\pi i}{4} Z_{p,0} \frac{\cosh k_2(z+d)}{\cosh k_2 d} \\ & \cdot \{M_{n,p}^{IS}(r) + M_{n,p}^{SS}(r) + \tilde{\alpha}_n H_n^{(1)}(k_2 r)\} \\ & + \sum_{l=1}^{\infty} Z_{p,l} \frac{\cos k_{2,l}(z+d)}{\cos k_{2,l} d} \\ & \cdot \{L_{n,l,p}^{IS}(r) + L_{n,l,p}^{SS}(r) + \tilde{\beta}_{n,l} K_n(k_{2,l} r)\} \quad \cdots \cdots (24) \end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned} M_{n,p}^{IS}(r) = & k_1 k_{1,p} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (D_{n,m+1}^p - 2iD_{n,m}^p + D_{n,m-1}^p) \\ & \cdot \{I_{n,m,p}^{IS(1)}(r) H_n^{(2)}(k_2 r) - I_{n,m,p}^{IS(2)}(r) H_n^{(1)}(k_2 r)\} \quad \cdots \cdots (25a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{n,p}^{SS}(r) = & k_1 k_{1,p} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (E_{n,m+1}^p - 2iE_{n,m}^p + E_{n,m-1}^p) \\ & \cdot \{I_{n,m,p}^{SS(1)}(r) H_n^{(2)}(k_2 r) - I_{n,m,p}^{SS(2)}(r) H_n^{(1)}(k_2 r)\} \quad \cdots \cdots (25b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{n,l,p}^{IS}(r) = & k_1 k_{1,p} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (D_{n,m+1}^p - 2iD_{n,m}^p + D_{n,m-1}^p) \\ & \cdot \{\tilde{I}_{n,m,l,p}^{IS(1)}(r) I_n(k_{2,l} r) - \tilde{I}_{n,m,l,p}^{IS(2)}(r) K_n(k_{2,l} r)\} \\ & \cdots \cdots (26a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{n,l,p}^{SS}(r) = & k_1 k_{1,p} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (E_{n,m+1}^p - 2iE_{n,m}^p + E_{n,m-1}^p) \\ & \cdot \{\tilde{I}_{n,m,l,p}^{SS(1)}(r) I_n(k_{2,l} r) - \tilde{I}_{n,m,l,p}^{SS(2)}(r) K_n(k_{2,l} r)\} \quad \cdots (26b) \end{aligned}$$

式 (25a) ～(25b) 中の関数 $I_{n,m,i}^{IS(1)}(r)$, $\tilde{I}_{n,m,i}^{IS(1)}(r)$ 等は以下の式で表される.

$$I_{n,m,p}^{IS(1)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) H_n^{(1)}(k_2 r) dr \quad \cdots \cdots (27a)$$

$$I_{n,m,p}^{IS(2)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) H_n^{(2)}(k_2 r) dr \quad \cdots \cdots (27b)$$

$$I_{n,m,p}^{SS(1)}(r) = \int r H_{n-m}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) H_n^{(1)}(k_2 r) dr \quad \cdots \cdots (27c)$$

$$I_{n,m,p}^{SS(2)}(r) = \int r H_{n-m}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) H_n^{(2)}(k_2 r) dr \quad \cdots \cdots (27d)$$

$$\tilde{I}_{n,m,i}^{IS(1)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) K_n(k_{2,i} r) dr \quad \cdots (28a)$$

$$\tilde{I}_{n,m,l,p}^{IS(2)}(r) = \int r J_{n-m}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) I_n(k_{2,l} r) dr \cdots \cdots (28b)$$

$$\tilde{I}_{n,m,l,p}^{SS(1)}(r) = \int r H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) K_n(k_{2,l} r) dr \cdots \cdots (28c)$$

$$\tilde{I}_{n,m,l,p}^{SS(2)}(r) = \int r H_{n-m}^{(1)}(k_1 r) K_m(k_{1,p} r) I_n(k_{2,l} r) dr \cdots \cdots (28d)$$

同様に式 (17a)~(17c) の解 $\psi_{n,p,q}(r, z)$ は以下のとおりとなる。

$$\begin{aligned} \psi_{n,p,q}(r, z) = & \frac{K_{1,p} K_{1,q} - \nu^2}{4\nu^3 + (K_{1,p} - K_{1,q})^2 \nu} \\ & \cdot \frac{\cos(k_{1,p} + k_{1,q})(z+d)}{\cos(k_{1,p} + k_{1,q})d} g_{n,p,q}^{SS}(r) + \frac{\pi i}{4} Z_{p,q,0} \\ & \cdot \frac{\cosh k_{2,q}(z+d)}{\cosh k_{2,q}d} \{M_{n,p,q}^{SS}(r) + \tilde{a}_n H_n^{(1)}(k_{2,q} r)\} \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} Z_{p,q,i} \frac{\cos k_{2,i}(z+d)}{\cos k_{2,i}d} \\ & \cdot \{L_{n,l,p,q}^{SS}(r) + \tilde{\beta}_n I_n(k_{2,i} r)\} \cdots \cdots (29) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} M_{n,p,q}^{SS}(r) = & -K_{1,p} K_{1,q} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (F_{n,m+1}^{p,q} - 2F_{n,m}^{p,q} + F_{n,m-1}^{p,q}) \\ & \cdot \{I_{n,m,l,p,q}^{SS(1)}(r) H_n^{(2)}(k_{2,q} r) - I_{n,m,p,q}^{SS(2)}(r) H_n^{(1)}(k_{2,q} r)\} \cdots \cdots (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{n,l,p,q}^{SS}(r) = & -K_{1,p} K_{1,q} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (F_{n,m+1}^{p,q} - 2F_{n,m}^{p,q} + F_{n,m-1}^{p,q}) \\ & \cdot \{\tilde{I}_{n,m,l,p,q}^{SS(1)}(r) I_n(k_{2,l} r) - \tilde{I}_{n,m,l,p,q}^{SS(2)}(r) K_n(k_{2,l} r)\} \cdots \cdots (31) \end{aligned}$$

ここに、 $I_{n,m}^{SS(1)}(r)$ 、 $\tilde{I}_{n,m}^{SS(1),p,q}(r)$ 等は次式で表される。

$$\begin{aligned} I_{n,m,p,q}^{SS(1)}(r) = & \int r K_{n-m}(k_{1,p} r) K_m(k_{1,q} r) H_n^{(1)}(k_{2,q} r) dr \\ & \cdots \cdots \cdots (32a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{n,m,p,q}^{SS(2)}(r) = & \int r K_{n-m}(k_{1,p} r) K_m(k_{1,q} r) H_n^{(2)}(k_{2,q} r) dr \\ & \cdots \cdots \cdots (32b) \end{aligned}$$

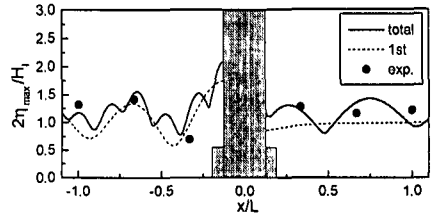
$$\begin{aligned} \tilde{I}_{n,m,l,p,q}^{SS(1)}(r) = & \int r K_{n-m}(k_{1,p} r) K_m(k_{1,q} r) K_n(k_{2,l} r) dr \\ & \cdots \cdots \cdots (33a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{n,m,l,p,q}^{SS(2)}(r) = & \int r K_{n-m}(k_{1,p} r) K_m(k_{1,q} r) I_n(k_{2,l} r) dr \\ & \cdots \cdots \cdots (33b) \end{aligned}$$

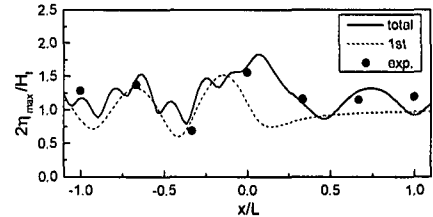
以上を式 (9)、(14) に代入することにより、非線形回折波速度ポテンシャルの2次近似一般解が得られる。

2.2 境界展開法の適用

式 (9)、(14) に含まれる未定係数 α_n 、 $\beta_{n,p}$ 、 $\tilde{a}_n$ 、 $\tilde{\beta}_{n,l}$ を決定するにあたり、清川ら (1982)、清川・小林 (1983) が開発した境界展開法を軸対称構造物、任意断面鉛直構造物に適用する。すなわち、軸対称構造物の場合は構造物表面上の不透過条件を水深方向の固有関数で展開し、任意断面鉛直構造物では静水面上の断面の外周上でフーリエ展開し、それぞれの関数系の各次数ごとに未定係数に関する連立方程式を導く。これを解くことにより未定



(a) $y=0$ cm



(b) $y=25$ cm

図-2 x 軸に沿った無次元波峰高分布
($T=1.0$ s, $H_1=8.0$ cm)

係数が決まり速度ポテンシャルが決定できる。また、いずれの場合も隅角部を有すると特別な処理が必要となるが、これらは清川ら (1982)、清川・小林 (1983) になった。

3. 水理実験

水理実験を平面波浪水槽 (長さ $30 \times$ 幅 $8 \times$ 深さ 0.8 m) を用いて行った。水深 d を 45 cm で一定とし、入射波の周期 T を $0.7, 0.85, 1.0, 1.15$ s、波高 H_1 を $1.0, 3.0, 8.0$ cm とした。それぞれの実験条件に対し、構造物周囲7点と周辺水域35点での水位変動を容量式波高計で計測した。なお、水位は x 軸に対する対称性を利用し、半断面のみを対象に計測した。計測したデータを時間間隔 40 ms、データ数 1300 で A/D 変換し、光磁気ディスクに収録し、解析に使用した。実験に用いた構造物は、軸対称構造物については、中心軸を共有する2つの円筒 (下部: 直径 50 cm、高さ 30 cm、上部: 直径 33 cm、高さ 40 cm) を固定したもの (タンク型模型と呼ぶ) を、任意断面鉛直構造物に関しては、正方形断面 (40×40 cm、高さ 70 cm) と長方形断面 ($60 \text{ cm} \times 40$ cm、高さ 70 cm) の2つの構造物をそれぞれ使用した。

4. 実験結果、計算結果とその考察

4.1 軸対称構造物

図-2は、タンク型模型に $T=1.0$ s、 $H_1=8.0$ cm の波 (合田 (1983) による非線形性パラメータ $\Pi = (H_1/L) \coth^3(k_1 d)$ は 0.06 であり入射波に対しては2次のストークス波の適用範囲内である) が入射する場合を対象に、 x 軸に沿った無次元波峰高の計算結果と実験結

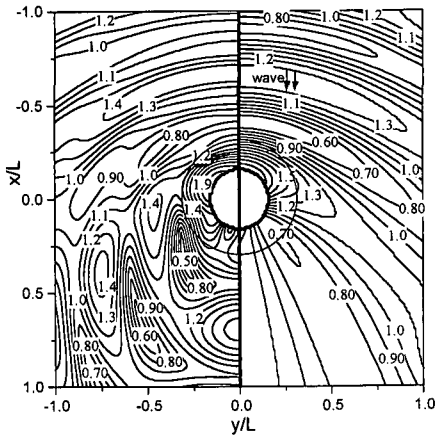


図-3 円すい台構造物周辺の無次元等波峰高分布
($k_1 a = 1.0$, $\Pi = 0.06$, $d/a = 1.0$)

果を比較した例で、(a), (b) はそれぞれ $y = 0$ cm と 25 cm の位置に対応する。図中 total は 2 次近似解で、水位変動の 1 次成分、2 次成分、平均水位の和である。これより、模型前面では、非線形理論による波峰高は、線形理論と比較して短い周期で増減を繰り返しており、2 次の自由波の発生が顕著に見られる。

非線形理論による計算値と実験値を比較すると、若干の差があるものの、模型後方では線形理論が 0.9 前後でほぼ一定値となっているが、非線形理論では位置により値が増減し、実験値と同様に全体的に 1.0 以上の値となっているなど、実験値との対応はよいと判断できる。

実験は行っていないが、軸対称構造物の代表的形状の一つである円すい台型構造物（静水面における半径 a と底面における半径 b との比 $a/b = 0.5$ ）による無次元等波峰高線の計算結果を図-3 に例示する。左側が非線形理論、右側が線形理論の結果である。非線形理論では回折波の影響が線形理論に比べて大きく、構造物側方から後方にかけて等波峰線が非常に密になっており、波高は構造物前面や側方で増大するとともに、構造物両側から回折波が交差する模型背後の約半波長離れた地点から再び増大していることが分かる。これは 2 次のオーダーの自由波成分は波数が大きく、回折効果が大いことによる。

4.2 任意断面鉛直構造物

図-4 は正方形断面柱体周りの無次元等波峰高の分布の非線形理論による計算結果と実験結果を示したものである。なお、 $H_I = 1$ cm は線形理論の適用範囲内であり、それ以上の波は 2 次近似のストークス波の適用範囲内の入射波条件となっている。図より、実験値と計算値の対応は良く、本理論の妥当性が確認できる。また、構造物

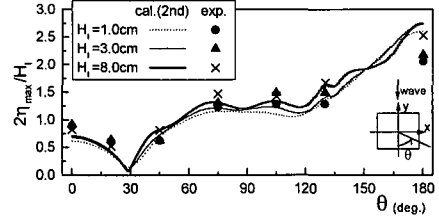


図-4 正方形断面柱体周りの無次元等波峰高分布

背面 ($\theta = 0 \sim 45^\circ$) では顕著でないが、構造物側面から前面 ($\theta = 45 \sim 180^\circ$) では非線形性の影響が顕著に現れ、 $H_I = 3$ cm 以上の場合には角度にともなう波峰高が細かく変動する。これは線形解では再現できない現象である。さらに $H_I = 8$ cm の場合、線形解に比べて最大 15% 程度差の生じることを確認しており、回折波の挙動の予測に非線形理論の適用が必要であることが指摘できる。

5. おわりに

以上、本研究では、構造物による回折波の速度ポテンシャルの一般的な表示式を導き、式中の未定係数を決定する際に境界展開法を適用することにより軸対称構造物と任意断面鉛直構造物による回折波の速度ポテンシャルの 2 次近似解を誘導した。そして水理実験によりその妥当性を確認するとともに、波変形の計算には非線形理論が必要であることを指摘した。

最後になるが、境界展開法に関して多くの助言を賜った清水建設（株）和泉研究室の清川哲志氏に感謝の意を表す。また、本研究を行うにあたり文部省科学研究費補助金（基盤研究（B）（2））（代表 岩田好一朗）の交付を受けたことを付記する。

参考文献

- 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会（1994）：海岸波動 一波・構造物・地盤の相互作用の解析法一，520 p.
- 清川哲志・小林浩・日野幹雄（1982）：軸対称構造物による波の散乱と波力，土木学会論文集，第 321 号，pp. 103-112.
- 清川哲志・小林浩（1983）：面対称構造物による波の散乱と波力，土木学会論文集，第 336 号，pp. 55-64.
- 合田良実（1983）：波浪の非線形性とその記述パラメーター，第 30 回海岸工学論文集，pp. 39-43.
- 真田武・岩田好一朗・水谷法美（1996）：大口徑単円筒構造物による非線形回折波の 2 次近似理論，土木学会論文集，第 551 号，pp. 75-87.
- Chau, F. P. and R. Eatock Taylor (1992): Second order wave diffraction by a vertical cylinder, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 240 pp. 571-599.
- Kriebel, D. L. (1990): Nonlinear wave interaction with a vertical circular cylinder. Part I: Diffraction theory, Ocean Engineering, Vol. 17, No.4, pp. 345-377.