

局所洗掘を伴う直立円柱周辺の 3 次元流体場の数値解析

石田 啓*・由比政年**・楳田真也***

1. 序 論

海岸・海洋構造物周辺の洗掘機構の解明は、構造物の安定性を検討する上できわめて重要であり、これまでに、一樣流場、波動場、波・流れ共存場などの様々な条件に対して、多くの研究が行われてきた。その主な成果として、洗掘地形や洗掘深などに関する多くの知見が蓄積されている (例えば, Niedoroda・Dalton, 1982)。しかしながら、洗掘現象は底面付近の流体運動や底質などの要素が影響し合う非常に複雑なものであり、その詳細なメカニズムに関しては未解明な点が多い。

洗掘現象のメカニズムを考究する上で基本となるのは、底面近傍に発達する馬蹄形渦、後流渦などに代表される、3次元性の強い流体場の構造を正確に把握することである。こうした観点から、円柱周辺の流れ場の構造を実験的あるいは数値的に解明しようとする研究が近年精力的に進められている (例えば, 宇民, 1974; Baker, 1979; Kobayashi, 1992; Sumer ら, 1997) が、その大部分は、平坦な底面上の流体場を対象としたものである。しかしながら、小林 (1991) の実験結果が示すように、柱体近傍の流体場の構造は、洗掘の進行に伴う海底地形の変化により大きく変動する。このため、洗掘現象のメカニズムを解明する上で、局所洗掘の発達に伴う流体場の変動を解明することがきわめて重要となる。

こうした観点から、本研究では、小口径構造物周辺の 3 次元流体場を解明するための数値解析モデルの開発を行い、局所洗掘を伴う底面上に設置された直立円柱周辺の流体場に関する詳細な数値解析を実施して、底面近傍の流体場の 3 次元構造を明らかにする。さらに、せん断力の分布や底面形状との関連について検討を行う。

2. 解析の手法

2.1 基礎方程式

非圧縮性粘性流体の基礎方程式として、無次元化された連続式および Navier-Stokes 方程式を用いる。

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\partial \mathbf{u} / \partial t + \mathbf{u} \cdot \text{grad } \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u} / \text{Re} - \text{grad } p \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は速度、 p は圧力、 Re は Reynolds 数である。また、 Δ は Laplace 演算子を表す。この基礎方程式系に対して、MAC 法 (Harlow・Welch, 1965) による数値解析を行う。ここでは、その手順の概略を説明する。

式 (1) および式 (2) に示した非圧縮性流体の基礎方程式は、圧力に関して時間発展形ではない。このため、差分法を用いてその数値解析を行う場合、連続式を満たすように圧力分布を決めながら、式 (2) によって速度を時間発展させる必要がある。そこで、MAC 法では、式 (2) の発散を取ることによって得られる次の Poisson 方程式を圧力に関する基礎方程式として用いる。

$$\Delta p = -\text{div}(\mathbf{u} \cdot \text{grad } \mathbf{u}) + R \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$R \equiv -\partial D / \partial t + \Delta D / \text{Re}, \quad D \equiv \text{div } \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (3) 中の R は連続式 (1) により、本来ゼロとなる量であるが、式 (2) および式 (3) を数値解析の基礎式とする MAC 法では、数値誤差により、厳密にはゼロとはならない。そこで、 R の中で支配的となる時間微分の項を、次式のように 1 次精度の前進差分で近似する。

$$\partial D / \partial t \approx (D^{n+1} - D^n) / \delta t \quad \dots\dots\dots (5)$$

D^n は補正項として残し、 D^{n+1} をゼロとなるように圧力場を決定する。このとき、式 (3) は次のようになる。

$$\Delta p = -\text{div}(\mathbf{u}^n \cdot \text{grad } \mathbf{u}^n) + D^n / \delta t + \Delta D^n / \text{Re} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) を用いることにより、次の時間ステップでの連続式が満たされるように圧力場が決定され、 D を常に小さな量に抑えながら、時間発展計算を行うことができる。

2.2 一般曲線座標系への変換

3 次元流体場の解析を行う場合、計算時間および記憶容量の制約により、使用可能な格子数には限界がある。これに対し、計算を安定に行うためには、広い計算領域を確保する一方で、大きな速度勾配が存在する円柱近傍の境界層内に、十分な数の格子を配置する必要がある。また、円柱からの剝離を精度良く捉えるには、円柱形状を正確に表現できる格子系を用いることが重要となる。このような場合、基礎方程式を一般曲線座標系に変換し、物体表面に沿った境界適合格子を用いて解析を行うことが有効である。この点を考慮し、基礎方程式を、次に示

* 正 会 員 工 博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
** 正 会 員 工 博 金沢大学講師 工学部土木建設工学科
*** 学生会員 工 修 金沢大学大学院自然科学研究科

すような一般曲線座標系に変換して、以下の解析を行う。

$$\xi_i = \xi_i(x_1, x_2, x_3, t), \quad \tau = t \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots (7)$$

式(2)および式(6)を、式(7)に従って座標変換すると、次式のような一般曲線座標系における基礎方程式を得る。

$$\frac{\partial u_i}{\partial \tau} + \left(u_j - \frac{\partial x_j}{\partial \tau} \right) \frac{A_{jk}}{J} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k} = - \frac{A_{ij}}{J} \frac{\partial p}{\partial \xi_j} + \frac{1}{\text{Re}} \tilde{\Delta} u_i \dots\dots\dots (8)$$

$$\tilde{\Delta} p = \frac{1}{\delta t} \left(\frac{A_{ij}}{J} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j} \right) - \left(\frac{A_{jk}}{J} \frac{\partial u_j}{\partial \xi_k} \right) \left(\frac{A_{im}}{J} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_m} \right) \dots\dots\dots (9)$$

1つの項に同じ添字が2度現れる場合、総和規約が適用される。 $\tilde{\Delta}$ は一般曲線座標系でのLaplace演算子であり、次式で表される。

$$\tilde{\Delta} = \left(\frac{A_{jn}}{J^2} \frac{\partial A_{ik}}{\partial \xi_n} - \frac{A_{jk} A_{jm} A_{st}}{J^3} \frac{\partial^2 x_s}{\partial \xi_m \partial \xi_t} \right) \frac{\partial}{\partial \xi_k} + \frac{A_{pq} A_{pr}}{J^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi_q \partial \xi_r} \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 J および A_{ij} は次式で定義される。

$$J = \epsilon_{ijk} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_i} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_j} \frac{\partial x_3}{\partial \xi_k}, \quad A_{ij} = \frac{1}{2} \epsilon_{imn} \epsilon_{ipq} \frac{\partial x_m}{\partial \xi_p} \frac{\partial x_n}{\partial \xi_q} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 ϵ_{ijk} は交代記号である。

2.3 基礎方程式の差分化

数値的な安定性を良くするため、式(2)を時間積分する際に、次式のように陰的なEulerスキームを用いた。

$$(u^{n+1} - u^n) / \delta t + u^n \cdot \text{grad } u^{n+1} = \Delta u^{n+1} / \text{Re} - \text{grad } p \dots\dots\dots (12)$$

なお、対流項は、 u^{n+1} に対して次のように線形化した。

$$u^{n+1} \cdot \text{grad } u^{n+1} \approx u^n \cdot \text{grad } u^{n+1} \dots\dots\dots (13)$$

空間的な差分化においては、対流項以外は、全てに2次精度の中心差分を用い、対流項に対しては、3次精度の風上差分(Kawamuraら, 1986)を用いた。

3. 解析結果および考察

3.1 解析条件の設定

本論では、直立円柱周辺の一様流場を対象とし、局所洗掘を伴う底面形状と、局所洗掘の無い平坦な底面形状との2つの場合を想定した解析を行った。ここで、洗掘地形として、最大洗掘深が $0.1D$ および $0.2D$ (D :円柱直径)の逆円錐形の地形を想定し、洗掘領域を円柱表面から半径方向に $1.0D$ の範囲とした。また、平坦な底面上の円柱中心を物理座標系の原点とし、主流方向に x 軸、円柱軸方向に z 軸、両軸の垂直方向を y 軸とした(図-4参照)。

解析にあたっては、円柱表面および洗掘地形に適合した計算座標系をとり、円柱の周方向に ξ_1 、半径方向に ξ_2 、

スパン方向に ξ_3 軸をとった。使用した格子点数は $90 \times 80 \times 60$ 点であり、計算領域の全体長は、半径方向に約 $60D$ 、スパン方向に約 $6.0D$ とした。計算格子の作成においては、まず、周方向の格子間隔が等間隔、半径方向の格子間隔が、円柱近傍では密に、遠方では疎となるような平面格子を作成し、それらをスパン方向に配列することによって3次元格子を構成した。スパン方向の格子間隔は、最小格子幅を $0.0022D$ として、底面近傍の境界層内に数点の格子点が入るようにした。洗掘場の解析格子は上述の方法により作成した格子を、洗掘深に応じて鉛直方向に再配置することで、洗掘地形に適合させた。

初期条件としては、静止流体場とし、主流域の速度を緩やかに増加して一定値へと近づけることにより、最終的に一様流場を実現した。一方、境界条件としては、上流側の外部境界では一様流の条件を与え、下流側では外挿により速度と圧力を決定した。円柱表面上および底面上では、速度は滑りなしの条件を与え、圧力は境界層近似に基づいて、外挿により決定した。円柱後方の x 軸上の境界では、周期境界条件を用いた(石田・由比, 1996)。また、底面から $6.0D$ 離れた解析領域上端の境界では、速度および圧力を外挿によって決定した。

今回の解析では、レイノルズ数を2000とし、無次元時間 $\tau=20$ までの計算を行った。計算に用いた時間刻みは $\delta\tau=0.001$ である。なお、計算には金沢大学情報処理センターのミニスーパーコンピュータVX-3Sを用いており、計算時間は、各ケース約14時間であった。以下では $\tau=19 \sim 20$ の時間平均の速度場を対象にして、流体場の特性を検討する。

3.2 馬蹄形渦の構造

図-1(a)~(c)に、平坦な底面、洗掘深 $0.1D$ および $0.2D$ の各底面形状に対する、円柱前方 $y=0$ 平面(対称面)内の流線図を示す。円柱前面では、底面近傍の速度勾配の影響により鉛直方向の圧力勾配が生じ、その結果として底面に向かう下降流が発生する。この下降流は、底面付近で主流と逆向きに湾曲し、縦渦を形成する。この底面付近に存在する縦渦が、円柱前面から側方にかけて形成される馬蹄形渦を表す。

平坦な底面地形では、この馬蹄形渦は偏平な1個の縦渦より形成されており、その向きは右回りである。従来の研究の多くは(例えば、Baker, 1979)、図-1(a)の S_0 で示される鞍点を、底面境界層の剥離点と判断し、 S_0 を始点として、馬蹄形渦へ向かう流線を予測していた。一方、Visbal (1991)は逆に馬蹄形渦の外縁から S_0 に向かう流線を解析的に得て、 S_0 を再付着点とする流れ場を指摘している。今回の解析では、図-1(a)の S_0 は再付着点であり、Visbal(1991)と同様の結果が得られた。また、図-1(a)に示した流線図は、レイノルズ数や境界層厚が異な

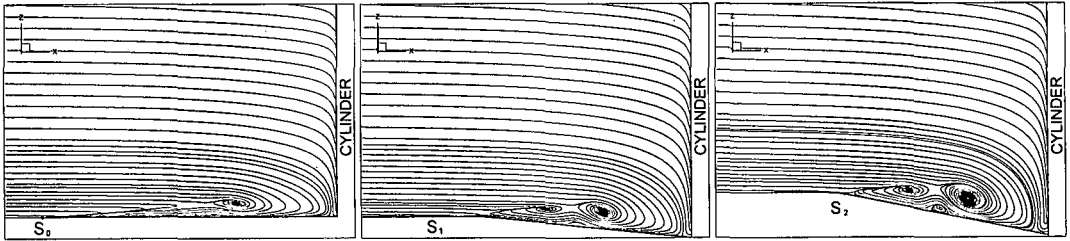


図-1 円柱前方 $y=0$ 平面の流線の地形による変化 (左: (a) 平坦な底面, 中: (b) 洗掘深 $0.1D$, 右: (c) 洗掘深 $0.2D$)

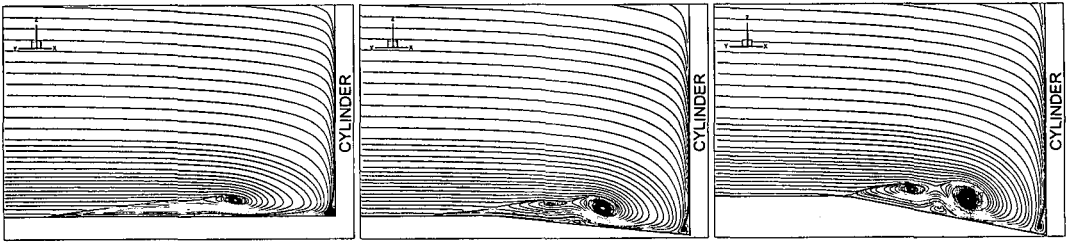


図-2 60度傾いた鉛直平面の流線の地形による変化 (左: (a) 平坦な底面, 中: (b) 洗掘深 $0.1D$, 右: (c) 洗掘深 $0.2D$)

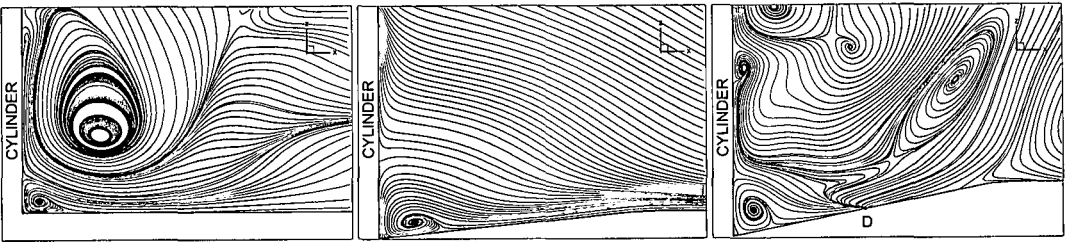


図-3 円柱後方 $y=0$ 平面の流線の地形による変化 (左: (a) 平坦な底面, 中: (b) 洗掘深 $0.1D$, 右: (c) 洗掘深 $0.2D$)

るものの, Kawahashi ら (1989) の詳細な可視化実験と, S_0 に向かう流れや馬蹄形渦の構造などの特徴が, 良く整合することも確認された。

洗掘深 $0.1D$ の場合, 右回りの2個の縦渦が確認できる。さらに, 洗掘深 $0.2D$ の場合には, 2個の大きな右回りの渦とともに, 二次的な左回りの小さな渦が底面付近に発生している。このような複数個の渦の配列は, 平坦な底面地形においても, レイノルズ数を大きくすることによって確認できる。洗掘深が大きくなるに伴い, 円柱に最も近い縦渦 (第一渦) の渦径は拡大し, 渦中心位置は底面から離れ, 水平方向には円柱表面に接近している。

次に, 図-2(a)~(c)に, $y=0$ 平面を z 軸回りに 60° 回転した平面内における流速分布から計算された流線を示す。馬蹄形渦は円柱前方から側方にかけて, 円柱脚部を覆うように形成され, 対称面と同様に, 60° 傾いた平面でも複数の縦渦が確認できる。隅角部付近の渦は, 第一渦の形成に伴う二次的な渦であり, 対称面では円柱表面に薄く形成されていたものが, 側方部において発達したものである。洗掘深 $0.1D$ の地形においては, 対称面では確認できなかった底面付近の二次的な渦が認められる。ま

た, 各地形における第一渦の渦軸は, 円柱前方域では円柱と同心円, 後方域では流下方向に沿った曲線をなし, 馬蹄形の平面形状を示す。後流域に位置する渦軸の両端の距離は, 洗掘深が大きいくほど小さく, 円柱後方において巻き込むような渦軸が形成される。

図-3(a)~(c)に円柱後方 $y=0$ 平面の流線図を示す。底面地形の変化により, 円柱前方の縦渦は規則的に変化しているのに対し, 後流域の流況は非常に複雑に変化している。洗掘深 $0.2D$ の場合, 底面上の点 D を始点とする流線が得られる。始点 D は, 側方平面から流体が供給されることを意味し, 底面付近の後流渦の後端位置に対応する。洗掘深が大きくなるにつれて, 馬蹄形渦が後方に巻き込むため, 円柱側面における境界層の剝離が妨げられ, 底面付近の後流渦が小さくなったものと考えられる。

3.3 直立円柱周辺の流れ場の3次元構造

図-4(a)および(b)に, 平坦な底面および洗掘深 $0.2D$ の底面上の直立円柱周辺の流況を3次元流線図で示す。これらの図より, 流れの構造を大きく3つに分類して把握することができる。①円柱の脚部周辺; 円柱前方にお

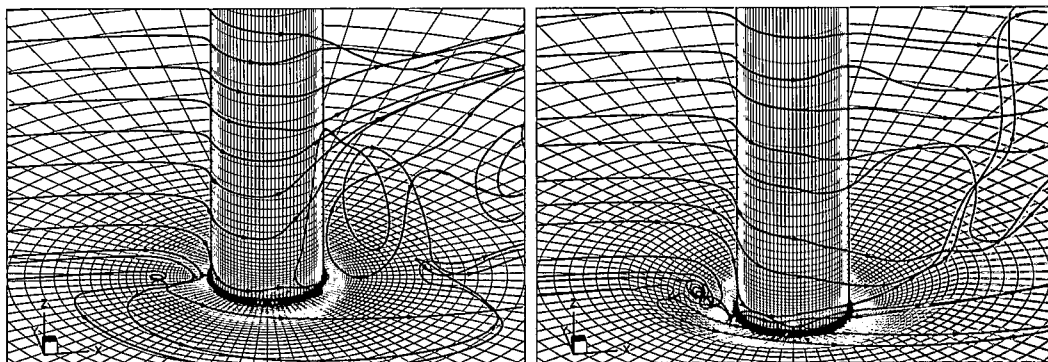


図-4 円柱周辺の3次元流線(左: (a) 平坦な底面, 右: (b) 洗掘深 $0.2D$)

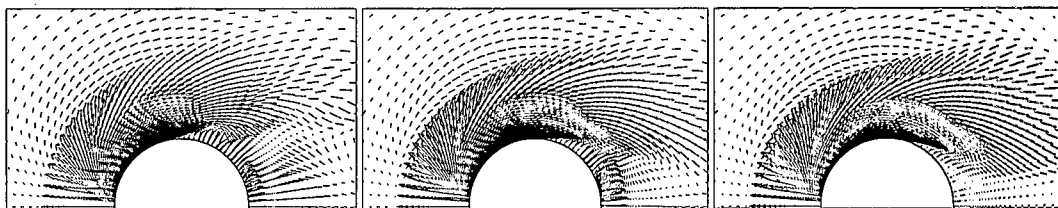


図-5 底面付近の速度分布の地形による変化(左: (a) 平坦な底面, 中: (b) 洗掘深 $0.1D$, 右: (c) 洗掘深 $0.2D$)

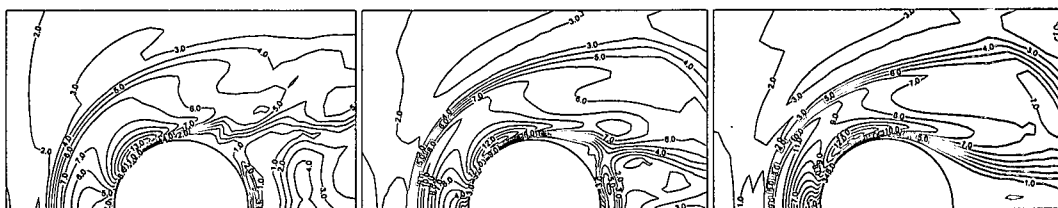


図-6 底面上のせん断力分布の地形による変化(左: (a) 平坦な底面, 中: (b) 洗掘深 $0.1D$, 右: (c) 洗掘深 $0.2D$)

いて底面境界層の3次元的な剝離を生じ、縦渦を発生する。その渦は円柱側方に螺旋を描くように回り込みながら流下することによる馬蹄形渦を形成する。②底面から離れた円柱周辺; 円柱側面における境界層の剝離に伴う後流渦を形成する。③①および②の外域; 比較的鉛直方向の速度成分が小さく、2次元的な流れ構造を示す。

後流域においては、螺旋形の流線や上昇・下降を繰り返す流線などで表される非常に複雑な3次元構造が確認される。その要因として、底面付近の後流域において、①で形成された馬蹄形渦と②の後流渦が相互干渉し、鉛直方向の大きな流速が誘発されることが考えられる。

3.4 底面近傍の流体場とせん断力との関連

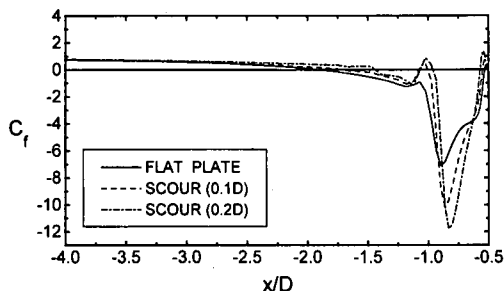
図-5(a)~(c)には、平坦な底面、洗掘深 $0.1D$ および $0.2D$ の各地形に対する、底面付近の速度分布を示す。今回の解析範囲においては、底面付近の流れが x 軸にほぼ対称であることから、ここでは $y > 0$ の領域のみを示す。円柱前方の放射状に並んだ速度ベクトルは、馬蹄形渦に向かう戻り流れに対応し、地形による定性的な変化は小

さい。これに対し、後流域の幅は局所洗掘が深くなるにつれて小さくなる。これは、馬蹄形渦が洗掘孔内に沈み込み、円柱の側方から後方にかけての脚部を取り囲むような構造に変化することに対応する。このような馬蹄形渦の構造の変化は、後流域における鉛直方向の速度分布にも大きな影響を及ぼす(図-3(a)~(c))。

次に、流速分布に基づいて計算した底面のせん断力係数の分布を、図-6(a)~(c)に示す。ここで、せん断力係数は各地点でのせん断力の大きさを主流域の底面せん断力の大きさで基準化した値として定義する。なお、主流域の底面せん断力は、地形変化によらず一定であった。

せん断力の最大値は主流の約 $13.5 \sim 13.8$ 倍であり、地形による変化は小さい。その位置は円柱側方のやや前面よりの部分である。この最大せん断力の位置と x 軸負方向とのなす角度は、洗掘深が大きくなるにつれて、約 60° , 70° , 75° と推移する。

円柱後方の底面せん断力の分布は、底面地形によって大きく変化している。これは、図-3(a)~(c)の円柱後

図-7 円柱前方 x 軸上のせん断力係数の分布

方 $y=0$ 平面内の流線図から予想される後流域の流体場と、次のように関連づけられる。

ここで示した3つの例では、いずれも後流渦に伴う戻り流れが、後方よどみ点付近で湾曲し、隅角部に左回りの縦渦を形成している。この渦の下でのせん断力係数は、平坦な底面では主流の約4倍、洗掘深 $0.1D$ の地形では約5倍に達する。一方、洗掘深 $0.2D$ の場合、図-3(c)の点Dで示される底面付近の後流渦の後端が、よどみ点に近いために、底面付近の戻り流れが十分に発達しない。この結果、隅角部には、他の2例に比べて、縦長な形状の縦渦が形成されるが、その渦下のせん断力の大きさは、主流域より小さい。なお、平坦な底面の場合、底面付近の流体が円柱表面付近に形成された大きな縦渦の下に集中し、底面付近に大きな速度勾配を誘発するため、比較的大きなせん断力が、円柱表面から $0.3D \sim 0.5D$ 離れた位置において確認できる。

次に、図-7に、円柱前方の x 軸上に働く底面せん断力の x 軸成分を、主流域のせん断力で基準化した値 C_f を示す。円柱遠方の C_f は1.0であるが、円柱に近づくに連れて減少し、剝離点および再付着点においてゼロとなる。各底面地形に対するその位置は、図-1(a)~(c)の S_0 、 S_1 および S_2 で示される。平坦な底面、洗掘深 $0.1D$ および $0.2D$ の地形に対するせん断力の大きさは、最大で主流の7.2、10.3および11.8倍に達し、底面近傍の馬蹄形渦の発達によって、その値は大きく変化する。その位置は、第一渦の中心位置より若干円柱寄りである。洗掘地形の場合、第一渦の発達に伴う二次的な渦が底面近傍に発生するため、 $x/D = -1.0$ 付近で C_f は正の値を示す。洗掘深 $0.1D$ の場合、図-1(b)の流線図では、二次的な渦は確認できないが、せん断力分布から、非常に小さな渦が底面に沿って発生していることが予想される。

4. 結 論

平坦な底面および局所洗掘を伴う底面上に設置された直立円柱周辺の一様流場に対して、一般曲線座標系に変

換された3次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の数値解析を行った。今回の解析条件下で得られた主要な結果は、次のようにまとめられる。

(1) 底面近傍の馬蹄形渦の構造について詳細な検討を行い、渦径の大きさや渦軸位置および形状特性を見出した。また、平坦な底面地形では、従来の可視化実験で確認された再付着点を特徴とする馬蹄形渦先端部の流れの構造を捉えることに成功した。

(2) 馬蹄形渦を構成する縦渦の渦径、数およびその配置は、底面地形の変化によって大きく変動し、洗掘深が大きくなるにつれて発達する様子を明らかにした。

(3) 底面付近の流速分布に基づいて算出した底面せん断力の分布と底面近傍の流体場との関連を検討することで、底面地形の変化に伴う馬蹄形渦の発達と円柱前方の底面せん断力の変動との関連を捉えることができた。

今後の課題として、高レイノルズ数領域へと対象を拡張するとともに、より現実的な洗掘地形を想定した解析を進めていく必要がある。また今後、振動流場および一様流・振動流の共存場に対しても研究を拡張していくことが考えられる。

参 考 文 献

- 石田 啓・由比政年 (1996): 一般曲線座標系表示の Navier-Stokes 方程式を用いた円柱周辺流体場の数値解析, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 916-920.
- 宇民 正 (1974): 層流実験に基づく橋脚前面の局所流の研究, 土木学会論文報告集, 第228号, pp. 65-76.
- 小林智尚 (1991): 局所洗掘底面上の直立円柱まわりの流れに関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 446-450.
- Baker, C. J. (1979): The laminar horseshoe vortex, J. Fluid Mech., Vol. 95, part. 2, pp. 347-367.
- Harlow, F. H. and J. E. Welch (1965): Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, Physics of Fluids., Vol. 8, No. 12, pp. 2182-2189.
- Kawahashi, M. and K. Hosoi (1989): Beam-sweep laser speckle velocimetry, Exp. in Fluids, Vol. 8, No. 1/2, pp. 109-111.
- Kawamura, T., H. Takami and K. Kuwahara (1986): Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, Fluid Dynamic Research Vol. 1, pp. 145-162.
- Kobayashi, T. (1992): Three-dimensional analysis of flow around a vertical cylinder on scoured bed, Proc. 23th Coastal Eng. Conf., pp. 3482-3495.
- Niederoda, A. W. and C. Dalton (1982): A review of the fluid mechanics of ocean scour, Ocean Eng., Vol. 9, No. 2, pp. 159-170.
- Sumer, B. M., N. Christiansen and J. Fredsoe (1997): The horseshoe vortex and vortex shedding around a vertical wall-mounted cylinder exposed to waves, J. Fluid Mech., Vol. 332, pp. 41-70.
- Visbal, M. R (1991): Structure of laminar juncture flows, AIAA Journal, Vol. 29, No. 8, pp. 1273-1282.