

主成分分析を用いた大洗港周辺の海浜地形解析

横 木 裕 宗*・三 村 信 男**・佐 藤 圭 輔***

1. 序 論

海岸侵食・堆積の問題に取り組んだり、将来の地形変化を予測したりする際には、過去の地形変化の履歴やその特徴を知ることが極めて重要となる。また、近年各地の海岸で深淺測量が定期的に行われており、それらのデータが蓄積されつつあるが、侵食・堆積域の時間的変化など詳細な地形変化パターンの解析手法が確立されていないので、蓄積されたデータが十分活用されていないのが現状である。

そこで本研究では、深淺測量データの時系列を解析することにより、海浜地形変化をいくつかの変化パターンに分解し、その中の寄与率の高い変化パターンを取り出すことによって、地形変化の特徴を見いだす方法を提案することを目的とした。

統計的な手法を海浜地形変化の解析に用いる研究は、Winantら(1975)によって始められた。この手法は、経験的固有関数法とも呼ばれるが、多変量解析における主成分分析を応用したものである。その後、加藤・吉松(1984)は、解析対象領域内の深淺測量の測線を連結して一続きのデータとして扱うことにより、それまで一測線上の地形変化の解析に限られていたこの手法を、擬似的に平面全体の地形変化を解析できるように拡張した。また、Liang and Seymour (1991) は、一測線上の地形変化解析に複素主成分分析を用いた。複素主成分分析は、文字通り主成分分析の複素数版ともいえるものである。この方法を用いることにより、ある地点の水深の上下変動のみならず、他の地点の変動との位相差も考慮することができ、海底地形の移動パターンをも解析することができるとした。

一方、擬似的な平面解析ではなく、3変数の関数に対して主成分分析を行う方法として、Kroonenberg and DeLeeuw (1980) は 3次元主成分分析を紹介している。

表-1 大洗港周における深淺測量時期一覧

No	測量時期	No	測量時期	No	測量時期
1	1981 年 1 月	12	1986 年 6 月	23	1992 年 2 月
2	1981 年 6 月	13	1986 年 12 月	24	(1992 年 7 月)
3	1981 年 12 月	14	1987 年 6 月	25	1992 年 12 月
4	1982 年 7 月	15	1987 年 12 月	26	1993 年 8 月
5	1982 年 12 月	16	1988 年 7 月	27	1994 年 2 月
6	1983 年 6 月	17	1989 年 1 月	28	1994 年 6 月
7	1983 年 12 月	18	(1989 年 6 月)	29	1995 年 1 月
8	1984 年 6 月	19	1989 年 12 月	30	1995 年 6 月
9	1984 年 12 月	20	1990 年 7 月	31	1996 年 1 月
10	1985 年 6 月	21	1990 年 12 月	32	1996 年 7 月
11	1985 年 12 月	22	1991 年 7 月		

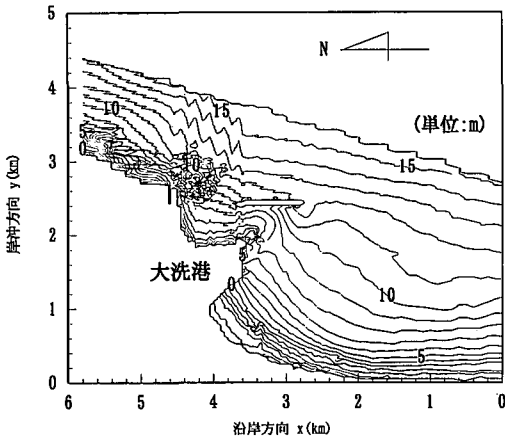
またこの手法は、海浜地形変化解析へも応用されている(例えば、Bosma and Dalrymple, 1996)。

本研究では、まず、加藤・吉松(1984)とLiang and Seymour (1991) にならい、複素主成分分析を用いて疑似平面解析を行い、大洗港周辺における地形変化の特性を明らかにした。さらに、Kroonenberg and DeLeeuw (1980) にならい、同じデータに対して 3次元主成分分析を行い、それらの解析結果を比較し、これらの解析手法の有効性を検討した。

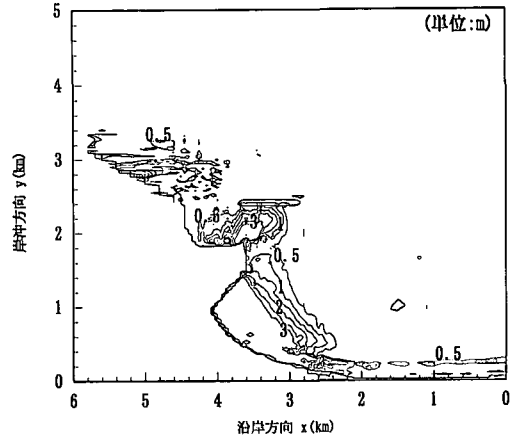
2. 深淺測量データ

大洗港周辺では、1979 年以来、ほぼ毎年夏冬 2 回ずつ深淺測量が実施されており(例えば、三村ら, 1991)、詳細な海底地形の測定がなされている。本研究では、これらのデータのうち表-1 に示すものを解析に用いた。解析に用いる際には、測量結果に対して補間を行い、岸沖方向、沿岸方向ともデータが規則的に配置するように処理した。ただし、No. 18 (1989. 6) と No. 24 (1992. 7) のデータは、実際には測量されておらず、その前後の時期の測量結果から補間して求めたものである。図-1 に、補間後の水深データの一例として、1996 年 7 月のものを示す。この図において、横軸方向が右から左へ南北方向を、縦軸方向が上から下へ東西方向を表している。図-2

* 正 会 員 博(工) 茨城大学講師 広域水圏環境科学教育研究センター
** 正 会 員 工 博 茨城大学教授 広域水圏環境科学教育研究センター
*** 学生会員 茨城大学大学院理工学研究科 都市システム工学専攻



図一 深浅測量結果の一例 (1996.7)



図二 侵食域 (1996.1-1981.1)

～図一5も同様である。

このようにして得られた深浅測量データ間の水深の差を比較することによって、その期間に海底の底質が侵食されたのか、堆積したのかをおおよそ見当づけることができる。図一2, 3には、1996年1月の測量結果と、1981年1月のを比較した結果を示す。図一2には、その期間での侵食域を示し、図一3には、堆積域を示す。これらの図より、大洗港周辺では、過去15年間で大洗港沖防波堤の南端付近 ($x \approx 2.7, y \approx 2.4$) と大洗南海岸汀線付近 ($0 < x < 2, y \approx 0.4$) で侵食され、大洗港南側海岸 ($2 < x < 4, 0.4 < y < 2.4$) で大規模な堆積が生じていることがわかる。これは、1981年から1985年に渡って行われた沖防波堤の建設によって北向きの大規模な循環流が誘起されたためと考えられる (三村ら, 1991)。

3. 複素主成分分析による解析

(1) 複素主成分分析の理論

ここでは、Liang and Seymour(1991)および加藤・吉松(1984)にならって、本研究で用いた手法を説明する。

まず、複数の測線に分かれて平面的に分布している水深データを、測線を連結し1本の測線上のデータと見なすことにより、 $h(x, y, t)$ を $h(x, t)$ と表示する。この $h(x, t)$ のHilbert変換 $\hat{h}(x, t)$ を求め、新たに“複素水深” $H(x, t)$ として次式のように定義する。

$$H(x, t) = h(x, t) + i\hat{h}(x, t) = H_{mn} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $h(x, t)$ と $\hat{h}(x, t)$ の関係は、

$$h(x, t) = \sum_{\omega} \{a(x, \omega) \cos \omega t + b(x, \omega) \sin \omega t\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\hat{h}(x, t) = \sum_{\omega} \{b(x, \omega) \cos \omega t - a(x, \omega) \sin \omega t\} \dots\dots\dots (3)$$

であり、 H_{mn} は x, t 軸方向に離散化された複素水深を表す。この複素水深の共分散行列 B を次式のように定義する。

$$B = [b_{jk}] = \frac{1}{N_x N_t} \sum_{n=1}^{N_x} H_{nj}^* H_{nk} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 N_x, N_t はそれぞれ平面上の測点の数、深浅測量された回数を表している。また、 H^* は共役複素数を表している。この行列の n 番目の固有値 λ_n および固有ベクトル $(c_n^*)_k$ を

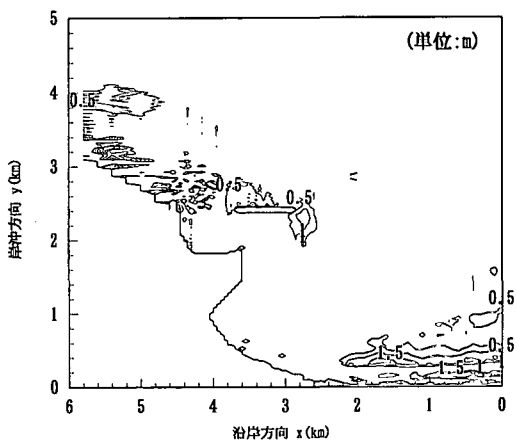
$$B \cdot c_n^* = \lambda_n c_n^* \dots\dots\dots (5)$$

と定義し、さらに

$$(c_n)_k = \sqrt{\lambda_n N_x N_t} (c_n^*)_k \dots\dots\dots (6)$$

とすると、この $(c_n)_k$ と固有値 λ_n に対応したベクトル $(e_n)_j$ を

$$(e_n)_j = \frac{1}{\lambda_n N_x N_t} \sum_{k=1}^{N_t} (c_n)_k H_{jk} \dots\dots\dots (7)$$



図三 堆積域 (1996.1-1981.1)

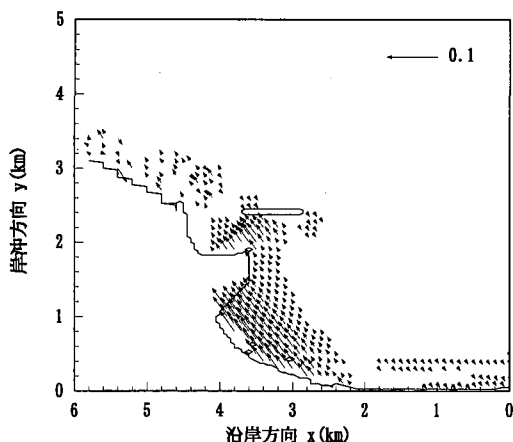


図-4 複素固有関数 (第1モード)

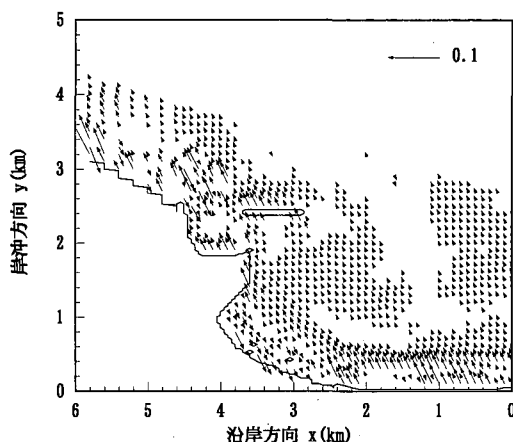


図-5 複素固有関数 (第2モード)

と定義できる。このようにして求められた c_n , e_n を用いて複素水深を以下のように表すことができる。

$$H(x, t) = \sum_{n=1}^N c_n(t) e_n(x) \quad \cdots \cdots (8)$$

ここで、 c_n , e_n はそれぞれ時間、場所の関数であるのでそのように表記した。

式(8)は、場所と時間の関数として表された水深を、時間のみの関数と場所のみの関数とに分解されることを表している。つまり、 $e_n(x)$ が第 n モードにおける地形変化の場所的な特徴を表しており、 $c_n(t)$ がその変化のパターンが時間的にどのように変化したかを表している。ここでは、 $e_n(t)$ を複素固有関数と呼び、 $c_n(t)$ を複素時系列係数と呼ぶことにする。

また、各モードの地形変化全体に対する寄与率は、 $\lambda_n / T_r(B)$ で表される。ただし、 $T_r(B)$ は行列 B のトレースを表す。したがって、この寄与率の大きいモードが、大洗港周辺の支配的な地形変化を表しているといえる。

(2) 解析結果

図-4, 5に、式(7)で求められた複素固有関数 e_n のうち、寄与率の大きい順に2つのモードを示す。寄与率はそれぞれ、第1モード(図-4)が56.0%、第2モード(図-5)が8.1%であった。これらの図中では、複素数 $e_n(x, y)$ の実数部、虚数部をそれぞれ、 x 軸成分、 y 軸成分に持つベクトルとして表示している。また、図-6には、式(6)で求められた複素時系列関数の第1モードと第2モードを示す。この図も、図-4, 5と同様に、複素数 $c_n(t)$ の実数部、虚数部をそれぞれ x 軸成分、 y 軸成分に持つベクトルとして表示している。

図-4 から、大洗港の沖防波堤の北端部付近 ($3 < x < 4$, $2 < y < 2.4$)、および大洗港南側 ($2 < x < 4$, $0 < y < 2.5$) にほぼ同じ向きのベクトルが分布していることがわかる。このことと図-6における複素時系列関数の第1

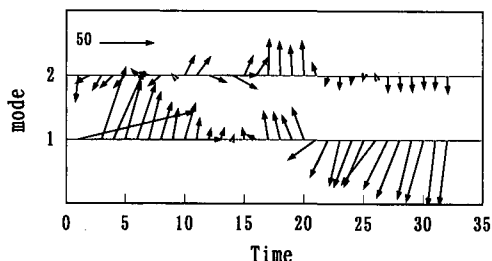


図-6 複素時系列関数

モードの変化より、この地形変化のパターンがほぼ単調に進行していることがわかる。このことは、図-3と比較することによって、これらの領域が堆積傾向であることを明確に表しているといえる。

また大洗港北側の汀線付近 ($0 < x < 2$, $y < 0.4$) に、全く逆向きのベクトルが分布しており、図-2と比較すると、これは侵食傾向を表していることがわかる。これらの傾向を表すモードの寄与率が56%もあることから、大洗港周辺の地形変化の中でこの堆積や侵食が支配的であることをも示している。

図-5では、大洗港北側の汀線付近 ($4 < x < 5$, $2 < y \approx 3.5$) や南側の汀線付近 ($0 < x < 2$, $y \approx 0.2$) に比較的大きな値の分布が見られる。図-2から、このモードは汀線近傍の侵食を表しているように見える。しかし、図-6の第2モードの値が単調に変化していないことから、一概に侵食を表しているとはいえないと思われる。

これらのことから、複素主成分分析を用いることによって、解析対象領域の侵食傾向、堆積傾向を判別できることが明らかになった。

4. 3次元主成分分析による解析結果

(1) 3次元主成分分析の理論

3次元主成分分析は x, y, t の関数である水深を次式のようにそれぞれの方向の関数 $e(x), f(y), g(t)$ の積に展開しようとするものである。

$$h(x, y, t) = \sum_p \sum_q \sum_r c_{pqr} e_p(x) f_q(y) g_r(t) \quad \cdots (9)$$

ここで c_{pqr} はコアマトリクスと呼ばれており, x, y, t 方向それぞれのモードの重みを表している。以下この手法を Kroonenberg and DeLeeuw (1980) にならって簡単に説明する。

水深 (x, y, t) を各方向に離散化して, h_{jkl} と表すと, 上の式は

$$h_{jkl} = \sum_p \sum_q \sum_r e_{jp} f_{kq} g_{lr} c_{pqr} \quad \cdots (10)$$

と書き換えられる。ここで, $j=1 \sim J, k=1 \sim K, l=1 \sim L, p=1 \sim P, q=1 \sim Q, r=1 \sim R$ であり, J, K, L はそれぞれ x, y, t 方向のデータ数, P, Q, R は x, y, t 方向のモードの数を表している。 e_{jp}, f_{kq}, g_{lr} は互いに直行する列ベクトルによって構成された行列となっている。また, 例えば e_{jp} は第 p モードの x 方向の固有関数を表しており, f_{kq}, g_{lr} も同様に y, t それぞれの方向の固有関数を表している。

水深および各方向の固有関数を行列表示すると次式が得られる。

$$H(J \times K \times L) = EC(P \times Q \times R)(F \otimes G) \quad \cdots (11)$$

ここで, 添え字の t は転置行列を表している。また $\otimes$ はクロネッカー積 (Kronecker product) を表しており, その定義は次式のように表される (例えば, Tucker, 1966)。

$$A \otimes B = [a_{jk}] \otimes [b_{mn}] = \begin{bmatrix} (a_{11}B) & (a_{12}B) & \cdots \\ (a_{21}B) & (a_{22}B) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad \cdots (12)$$

本来水深 h_{jkl} は3変数の関数となっているので, それを行列表示するために式 (11) では y 方向 (あるいは t 方向) を圧縮したような表示となっている。したがって, 行列 H のサイズの取り方によって, あと2通りの行列表示が得られる。

$$H(K \times L \times J) = FC(Q \times R \times P)(G \otimes E) \quad \cdots (13)$$

$$H(L \times J \times K) = GC(R \times P \times Q)(E \otimes F) \quad \cdots (14)$$

本研究では, 式 (11), (13), (14) を同時に満足する, 行列 E, F, G を Kroonenberg and DeLeeuw (1980) と同様に TUCKALS3 アルゴリズムを用いて求めた。コアマトリクス c_{pqr} は, 求められた E, F, G を用いて

$$c_{pqr} = \frac{1}{J} \sum_k \frac{1}{K} \sum_l \frac{1}{L} e_{jp} f_{kq} g_{lr} h_{jkl} \quad \cdots (15)$$

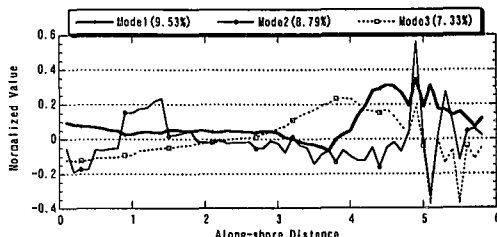


図-7 沿岸方向の固有関数 E

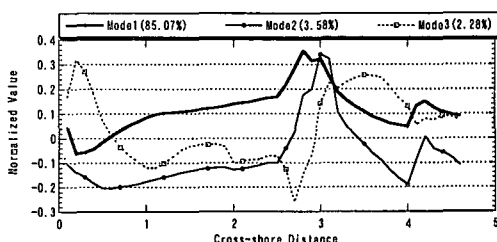


図-8 岸沖方向の固有関数 F

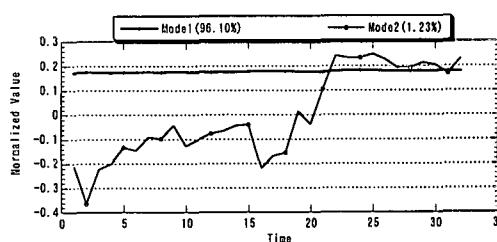


図-9 時間変化に関する固有関数 G

と計算される。

(2) 解析結果

図-7～図-9に, 大洗港周辺の水深データに, 本手法を適用した結果得られた各方向の固有関数を寄与率の大きい数モードずつ示した。それぞれのグラフにおいて, 固有関数は, ベクトルの絶対値が1になるように正規化されており, その固有関数の重みを寄与率として示した。

図-7は, 横軸が沿岸方向 (x 方向) を表しており, 縦軸はその場所に対応する岸沖方向 (y 方向) と時間方向 (t 方向) の変動成分を合成したようなものを表しているといえる。この図からでは, 第1モードから第3モードまで寄与率がほぼ同じ程度の値となっており, 沿岸方向には特徴的な地形変化のパターンは見いだせなかった。第1モード, 第2モードに共通しているのは, $4 < x < 6$ で大きな値を示したり, 値が比較的激しく変動したりしていることである。ここは, 図-2, 3から, 大洗港北側汀線付近における侵食域と堆積域が入り組んでいる場所に対応しているものと考えられる。

図-8は岸沖方向の固有関数を表している。この図か

ら主要なモードでは、 $y \approx 3$ において大きな値を示していることがわかる。これも、図-2, 3 から、大洗港北側汀線付近の状況を表しているものと考えられる。

図-9 は、時間方向の固有関数を表している。時間についての固有関数は、全期間に渡ってほぼ一定値を示すモードと、No. 16~20 を除いてほぼ単調に増加してるモードに分けられた。

3次元主成分分析の各固有関数が示す意味を詳しく読みとるために、大洗港周辺の水深データを用いる前に、いくつかの典型的な地形変化データに対してこの手法を適用した。その結果、 x, y 方向の固有関数は、地形の上下変動の大きい領域で、比較的大きな値を取り、そのほかの領域では小さな値を取る。また、 t 方向の固有関数においては、解析領域全体の地形変動（すなわち領域の砂の流出入）を表すことがわかっている。

このことを考慮すると、本研究での解析結果は、領域内の侵食・堆積域の判別を行ったというよりも、水深変動が激しかった領域を特定したというべきであろう。

5. 結 論

本研究では、深浅測量データの時系列を解析することによって、海底地形変化の特徴を明らかにすることを目的として、解析手法としての複素主成分分析、3次元主成分分析を取り上げそれらの有効性を検討した。その結果以下のことが明らかとなった。

1. 深浅測量データから、近年の大洗港周辺の地形変化は、沖防波堤の港内側の堆積域、港の南側汀線付近の侵食域、港の北側の汀線付近の侵食・堆積が入り組んでいる領域にその特徴が見られる。
2. 複素主成分分析を用いた擬似的平面解析では、領域内の侵食傾向・堆積傾向を区別することができ、上の侵食・堆積域の塗り分けを行うことができた。

3. 3次元主成分分析による解析の結果得られた、各固有関数からは、地形の侵食・堆積傾向を読み取ることができなかった。これは、これら固有関数が地形の変動の激しさのようなものを表しているためと考えられる。

今後は、複素水深を用いて3次元主成分分析を行い、より明確に地形変化の特徴を表現し、それを用いて漂砂移動をも解析できるようにすることが必要であると考ええる。

謝辞：本研究の複素主成分分析の解析では、茨城大学都市システム工学科大城博人君（現沖縄県）に多大なご協力をいただきました。ここに記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 加藤一正・吉松 晃 (1984): 三次元の経験的固有関数による深浅図解析法, 港湾技術研究所報告, 第23巻, 第2号, pp. 27-47.
- 三村信男・加藤 始・角田義紀・宮本秀明・伊佐治 進 (1991): 大洗における港湾構造物の建設に対する海岸地形の応答, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 401-405.
- Bosma, K. F. and R. A. Dalrymple (1996): Beach profile analysis around Indian River Inlet, Delaware, U.S.A., Proc. 25th ICCE, ASCE, pp. 2829-2842.
- Kroonenberg, P. M. and J. DeLeeuw (1980): Principal component analysis of three-mode data by means of altering least square algorithms, Psychometrika, Vol. 45, No. 1, pp. 69-97.
- Liang, G. and R. J. Seymour (1991): Complex principal component analysis of wave-like sand motions, Coastal Sediments '91, ASCE, pp. 2175-2186.
- Tucker, L. R. (1966): Some mathematical notes on three-mode factor analysis, Psychometrika, Vol. 31, No. 3, pp. 279-311.
- Winant, C. D., D. L. Inman and C. E. Nordstrom (1975): Description of seasonal beach change using empirical eigenfunctions, Journal of Geographical Research, Vol. 80, No. 15, pp. 1979-1986.