

屈折効果を考慮した非線形 2 ラインモデルの開発

永 嶋 聡 志*・Robert A. Dalrymple**

1. はじめに

侵食海岸における海岸線の変形予測の重要性は年々増してあり、また解析モデルの精度向上も強く望まれている。2 ラインモデルは 2 本の等深線を対象とする 1 次元海浜変形モデルで岸沖漂砂を考慮したものである。Dalrymple (1997) は, Bakker (1968) の 2 ラインモデルに波の屈折効果を考慮した線形モデルを開発した。このモデルでは、十分に小さな波の入射角と、十分に緩やかな等深線の変化という制約の下で線形化されている。本研究では、それらの制約を取り除き予測精度を向上させる為、非線形モデルを開発し、有限差分法を用いた数値解析モデルを開発した。また、それらの妥当性を室内実験により確認した。この研究の目的は、①線形モデルと非線形モデルの差異の確認、②室内実験による線形及び非線形数値解析モデルの解析結果の検証である。

2. 理論解析

2.1 定 義

図-1 に任意の海底断面形状を示す。基準線から 2 つの任意の水深 D_1 , $D_1 + D_2$ に相当する海底地形上の点までの距離を各々 y_1 , y_2 とする。また、 D_1 , $D_1 + D_2$ により形成される等深線を y_1 等深線, y_2 等深線と呼ぶ事にする。次に図-2 に示す様に波の屈折効果の考慮にはスネルの法則を用いた。図中は各地点の等深線に対する法線を示す。 γ_1 , γ_2 は y 軸とのおなす角度, δ_0 , μ_2 , μ_1 は各々沖波, y_2 , y_1 等深線上の波が y 軸とのおなす角度を示す。 y_2 等深線以深では入射角は X 方向に δ_0 で不変とした。また、十分に沖、及び y_1 , y_2 等深線上での波数を各々 k_0 , k_1 , k_2 と定義して、各等深線は局所的に直線であるとみなしスネルの法則を適用し、図中の 2 つの関係式を得た。

2.2 沿岸漂砂

Dean・Dalrymple (1997) によれば、沿岸漂砂量は次式により表される。

$$Q_x = \frac{K\sqrt{g/k}H_b^{2.5}}{16(s-1)(1-p)} \sin 2\theta_b \dots\dots\dots (1)$$

ここに Q_x : 沿岸漂砂量
 K : 沿岸漂砂係数
 g : 重力加速度
 k : 碎波指数
 H_b : 碎波波高
 θ_b : 碎波線での波向角
 s : 砂の比重
 p : 砂の空隙率
 $\sin 2\theta_b$ の係数を C_q とし、前項で用いた角度 δ , γ を導入する事により上式は次の様になる。

$$Q_x = C_q \sin 2(\delta - \gamma) \dots\dots\dots (2)$$

y_1 , y_2 等深線での沿岸漂砂量 Q_{x1} , Q_{x2} の算定には、各々での波向角 $\mu_1 - \gamma_1$, $\mu_2 - \gamma_2$ を用いる。図-2 に示す様に x_0

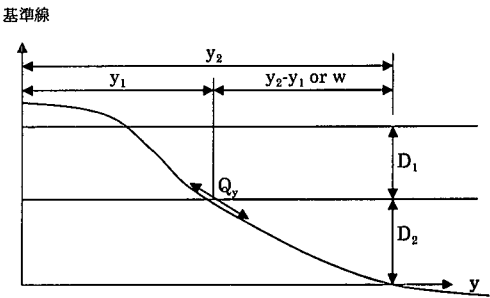


図-1 海底断面形状

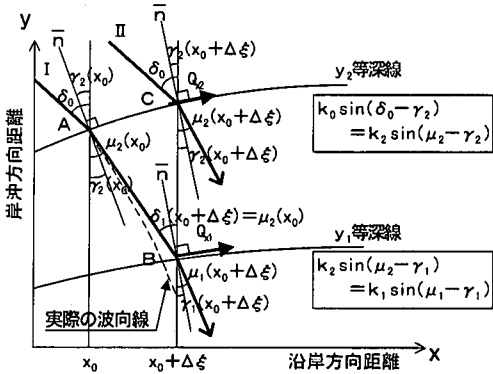


図-2 波の屈折効果の考慮

* 正会員 鹿島(株) 土木設計本部
 ** 非会員 Center for Applied Coastal Research, Univ. of Delaware

$\Delta\xi$ での Q_{x1} , Q_{x2} 算定には、波向線 I, II にそれぞれスネルの法則を適用した。ただし I を用いる場合には、 Q_{x1} 算定に A 点での屈折の影響を考慮する必要がある。従って、A, B 間は波向線を直線近似し、直線 AB と y_1 , y_2 の交点が A, B である事を利用して $\Delta\xi$ についての陰的方程式 (3) を Newton-Raphson 法により解き、B 点に到達する波向線を定める。この際に、等深線データは通常離散型であるので、Cubic Spline 近似により連続型データ $y_1=f_1(x)$, $y_2=f_2(x)$ を得た。直線近似の仮定により式 (4) が成り立つため、最終的に B 点でスネルの法則を適用して沖波から A 点を通り B 点に到達する波向線が y_1 等深線法線となす角を算出し、沿岸漂砂量 Q_{x1} を求める。さらに、沿岸漂砂量を波向線毎に算定し、任意の地点でそれらを足し合わせる事により波向線の集中効果を考慮した。

$$\Delta\xi = \tan \mu_2(x_0) \{f_2(x_0) - f_1(x_0 + \Delta\xi)\} \quad (3)$$

$$\partial_1(x_0 + \Delta\xi) = \mu_2(x_0) \quad (4)$$

2.3 岸沖方向漂砂

岸沖方向の漂砂量算定については、非線形モデルでは精度向上を図るため、Moore (1982) により提案されたエネルギー消散率に基づく方法 $Q_y = k_y(D - D^*)$ を用いた。ここに k_y は岸沖漂砂係数、 D 及び D^* は任意のエネルギー消散率及びその平衡値を示す。 $D > D^*$ の場合、エネルギー消散率が平衡値を上回る崩壊力が作用して、海底面の侵食が起こり漂砂は沖へ移動する。同様に $D < D^*$ では全く逆の現象が起こり岸方向の漂砂が発生する。 D は平均水深 h_a における岸沖方向のエネルギーフラックス F の収支として次式により算定される。

$$D = \frac{1}{h_a} \frac{\partial F}{\partial x} \quad (5)$$

これに線形波理論を適用する事により次式を得る。

$$D = \frac{5}{16} \gamma k^2 g^{0.5} h_a^{0.5} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (6)$$

ここに γ : 海水の比重

h : 水深

$\frac{\partial h}{\partial x}$: 海底勾配

また、 D^* の算定には海底勾配に平衡海底勾配を用いる。本モデルへの適用には次のような近似を行った。

$$\frac{\partial h}{\partial x} \cong \frac{(D_1 + D_2)/2}{y_2 - y_1}$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_* \cong \frac{(D_1 + D_2)/2}{w}$$

$$h_a \cong D_1$$

$$w \cong [(D_1 + D_2)/A]^{3/2} - [D_1/A]^{3/2}$$

ここに w は海底地形が平衡状態に達した時の $y_2 - y_1$ の値であり、 $h = Ay^{2/3}$ の平衡海底勾配式に基づく。

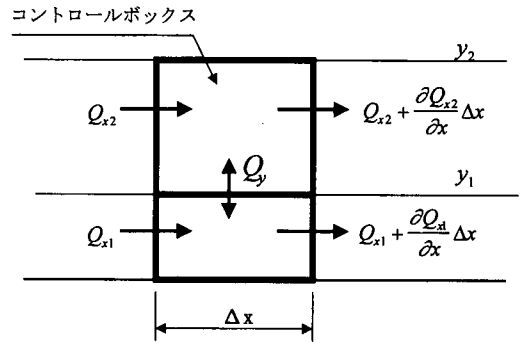


図-3 土砂の収支

最終的に岸沖漂砂量は式 (7) の様に表現される。

$$Q_y = K_d \left(\frac{1}{y_2 - y_1} - \frac{1}{w} \right) \quad (7)$$

$$\text{ここに } K_d = \frac{5}{32} k_y \gamma k^2 g^{0.5} D_1^{0.5} (D_1 + D_2)$$

2.4 支配方程式

本モデルの支配方程式は図-3 に示すように沿岸方向に Δx の幅を持ち、 y_1 , y_2 等深線及び汀線に囲まれた 2 つのセクションにおける土砂の収支に基づき、次の 2 式となる。

$$D_1 \frac{\partial y_1}{\partial t} = -Q_y - \frac{\partial Q_{x1}}{\partial x} \quad (8)$$

$$D_2 \frac{\partial y_2}{\partial t} = Q_y - \frac{\partial Q_{x2}}{\partial x} \quad (9)$$

3. 数値解析モデル

3.1 差分方程式

支配方程式は時間に対しては風上差分、空間に対しては中央差分を用いる差分方程式に次のように表現される。

$$D_1 \frac{y_1^{n+1} - y_1^n}{\Delta t} = -Q_{y_i}^n - \frac{Q_{x1,i+1}^n - Q_{x1,i-1}^n}{2\Delta x} \quad (10)$$

$$D_2 \frac{y_2^{n+1} - y_2^n}{\Delta t} = Q_{y_i}^n - \frac{Q_{x2,i+1}^n - Q_{x2,i-1}^n}{2\Delta x} \quad (11)$$

$$Q_{x1,i}^n = C_q \sin 2(\mu_1^n - \gamma_1^n) \quad (12)$$

$$Q_{x2,i}^n = C_q \sin 2(\mu_2^n - \gamma_2^n) \quad (13)$$

$$\gamma_1^n = \arcsin \left[\left(\frac{\partial y_1}{\partial x} \right)_i^n \left\{ 1 + \left(\frac{\partial y_1}{\partial x} \right)_i^{n2} \right\}^{-0.5} \right] \quad (14)$$

$$\gamma_2^n = \arcsin \left[\left(\frac{\partial y_2}{\partial x} \right)_i^n \left\{ 1 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial x} \right)_i^{n2} \right\}^{-0.5} \right] \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial y_1}{\partial x} \right)_i^n = \frac{y_1^{n+1} - y_1^{n-1}}{2\Delta x} \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial y_2}{\partial x} \right)_i^n = \frac{y_2^{n+1} - y_2^{n-1}}{2\Delta x} \quad (17)$$

$$Q_{yi}^n = K_d \left(\frac{1}{y_{2i}^n - y_{1i}^n} - \frac{1}{w} \right) \dots\dots\dots (18)$$

3.2 解析手順

図一4に解析手順の参考図を示す。

a) 初期条件として x_i での等深線データ y_{1i} , y_{2i} は既知であるものとする。従って、式 (15) より γ_2 が算定される。また、沖波の波向角 δ_0 は沿岸方向に一定であるものとし、 y_2 等深線での波向角 μ_{2i} が求められる。 γ_{2i} , μ_{2i} がわかると y_2 等深線での沿岸漂砂量 Q_{x2i} が式 (13) により計算される。一方、 y_1 等深線での沿岸漂砂量 Q_{x1i} の算定には、波向線は通常入射角を持つ為、波向線が y_2 等深線から y_1 等深線に進むまでに生じる沿岸方向に進む距離 $\Delta\xi$ の影響を考慮する必要がある。つまり、 $\mu_2(x_i)$ と $\mu_1(x_i)$ は同一波向線に存在しない為、 $\mu_2(x_i)$ から $\mu_1(x_i)$ は直接計算できない。

b) 2つの等深線間の波向線を直線近似して次の陰の方程式を x_{bi} について解く。

$$x_{bi}^n = \tan \mu_2(x_i) \{f_2(x_i) - f_1(x_{bi})\} + x_i \dots\dots\dots (19)$$

さらに、直線近似により $\delta_1(x_{bi}) = \mu_2(x_i)$ という関係が成立するため、 y_2 等深線から y_1 等深線にスネルの法則を適用して次式を得る。

$$\begin{aligned} \mu_{1bi}^n &= \arcsin \left[\frac{k_2}{k_1} \sin(\delta_{1bi}^n - \gamma_{1bi}^n) \right] + \gamma_{1bi}^n \\ &= \arcsin \left[\frac{k_2}{k_1} \sin(\mu_{2bi}^n - \gamma_{1bi}^n) \right] + \gamma_{1bi}^n \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここで γ_{1bi}^n は波向線が y_1 等深線を横切る点の等深線の傾きで、規則的なグリッド上の x_i とは一致しないので x_{bi} が x_i と x_{i+1} の間にあると仮定して次式により近似する。

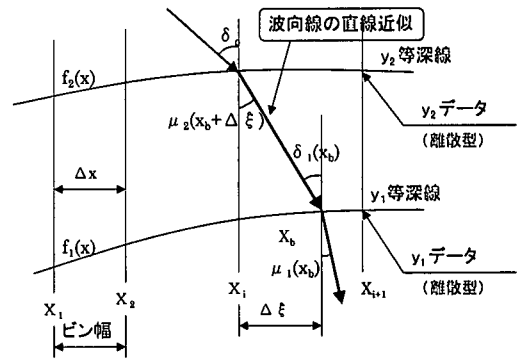
$$\gamma_{1bi}^n = r\gamma_{1i}^n + (1-r)\gamma_{1i+1}^n \dots\dots\dots (18)$$

ここに r は $x_{bi} - x_i$ のグリッド間隔 Δx に対する比である。この様にして次式にて x_{bi} での沿岸漂砂量 Q_{1bi} を得る。

$$Q_{1bi}^n = C_q \sin 2(\mu_{1bi}^n - \gamma_{1bi}^n) \dots\dots\dots (19)$$

c) 最後に有限差分法による数値解析上必要となる x_i 上のデータを Q_{1bi} を内挿することにより求める。この際に計算領域を等間隔に区切り、その区間一つをピンと呼ぶ事にする。一つのピンに2本以上の波向線が到達する場合はそれらの Q_{1bi} を足し合わせたものをそのピンのデータとする事により、波向線の集中効果を考慮する。本解析ではピン幅としてグリッド幅 Δx を用いた。

以上の様に、 μ_1 , μ_2 の関係は波の屈折現象を通して2つの支配方程式を強く結びつけており、もう一つの関係は岸沖方向漂砂量の項 Q_y である。



図一4 解析手順参考図

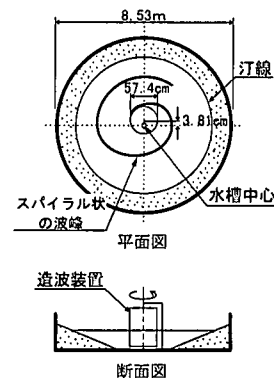
4. 室内実験

4.1 実験条件

図一5に示すスパイラル円形水槽を用いて、室内実験を行った。この水槽は世界でも珍しい海岸漂砂研究用に開発されたもので、従来の矩形水槽での両端部境界問題を取除く事により、一定の入射角の波が無限延長の海岸線に押し寄せる状態を再現できる。水槽の直径は8.5 m、高さは0.6 mであり、中心に配置された円筒型の造波装置が水槽中心軸からオフセットに設置されている。この偏芯効果によりらせん状の造波機能を持つ。実験時の波の周期は0.98秒、水深は約38 cm、入射角は中心付近で約13°であった。また、平衡海底地形は近似式 $h = Ay^{2/3}$ において碎波帯内では $A = 0.1 \text{ m}^{1/3}$ 程度であった。

4.2 測定方法

実験では、平衡海底勾配からバランスを崩した地形が、波の作用により再び平衡状態に戻ってゆく経時変化を観測した。半径方向と円周方向を座標軸として観測の基点となるメッシュを設け、同一点での標高を測定して、任意の深さでの等深線経時変化を求めた。(図一6参照) 実験に先立ち水槽内の平衡海底勾配に対する沿岸漂砂量を



図一5 スパイラル円形水槽

表一 比較のための入力条件

条件	記号	単位	Case 1	Case 2
y_1 等深線の深度	D_1	cm	1.5°	3.0°
y_2 等深線の深度	$D_1 + D_2$	cm	4.5°	6.0°
海底勾配	A	$m^{1/3}$	0.1°	0.1°
砕波波高	H_b	cm	1.8°	1.8°
沖波入射角	δ_0	度	13.3°	13.3°
周期	T	s	0.98°	0.98°
沿岸漂砂係数	K	—	1.01°	1.01°
岸沖漂砂係数(非線形)	k_y	m^4/N	2.2×10^{-6}	2.2×10^{-6}
空間グリッド	dx	m	0.1	0.1
時間グリッド	dt	s	15.3	25.0

算定したところ沿岸漂砂係数 K は1.01程度である事がわかった。

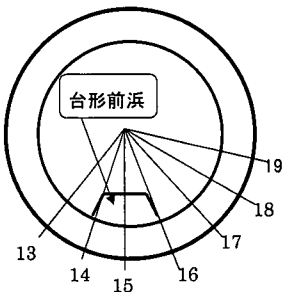
実験のケースとしては2ケースで、沿岸方向に2m、岸沖方向に0.5mの台形前浜が1つあるケースと、それが3つ並んでいるケースを行った。

5. 解析結果

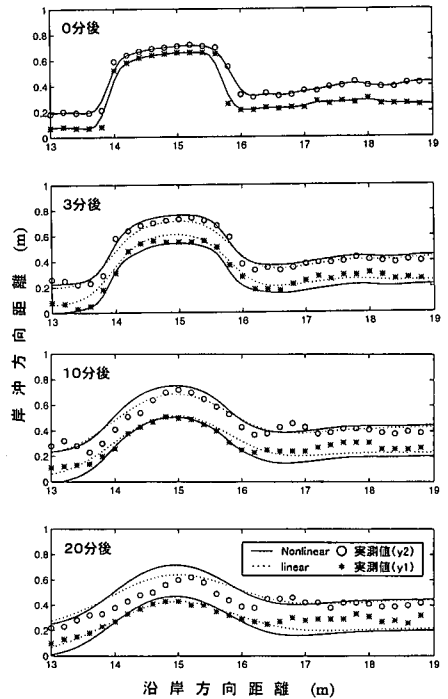
表一に実験における各種定数の条件を示す。表中の*印はそれが実験に先立ち計測により確認したものである事を示す。

図一7, 8に台形前浜を一つ築堤した場合の実験結果と非線形モデル及び線形モデルの解析結果を比較したものを示す。Case 1, 2の違いは y_1 等深線の水深の取り方で、それを浅くしたものがCase 1である。結果は上から0分後、3分後、10分後、20分後である。数値解析モデルへの初期条件の与え方としては、基準点 x_i でのデータが必要なため0分後の測量結果によるデータセット、図中の○及び*にCubic Spline近似を適用する事により求めたものを用いた。

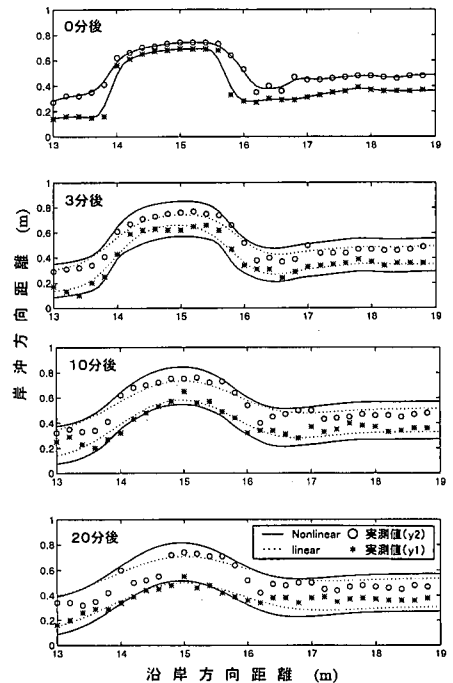
図に示すように、実験結果と数値解析モデルによる予測結果は比較的良く一致した。また、線形モデルによる結果は非線形モデルによるものより、若干早い等深線の



図一6 計測範囲



図一7 解析結果と実験結果の比較
(台形前浜1つ; Case 1)



図一8 解析結果と実験結果の比較
(台形前浜1つ; Case 2)

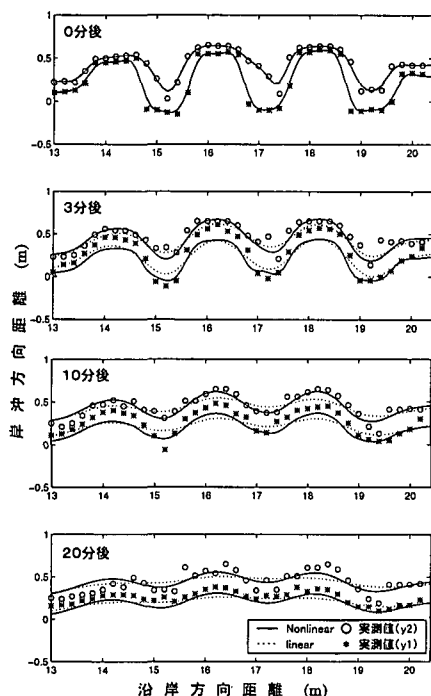


図-9 解析結果と実験結果の比較
(台形前浜3つ; Case 1)

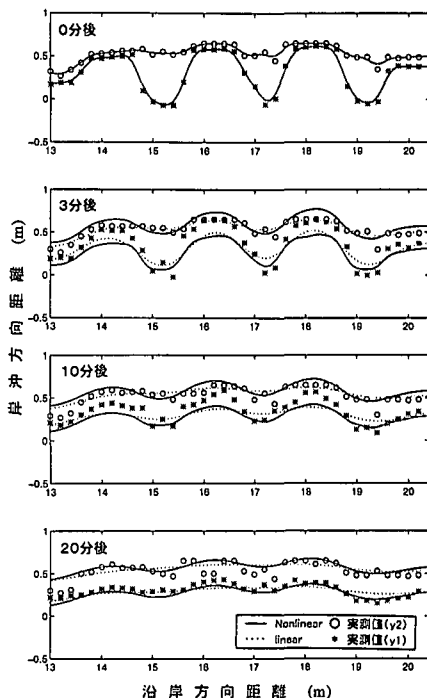


図-10 解析結果と実験結果の比較
(台形前浜3つ; Case 2)

拡散が生じることが確認された。実験結果に対しては線形モデルの方が良く一致するケース、及び非線形の方が近い形を示すものと様々であった。

Case 2 では3分後の結果の適合度が若干悪くなった。それ以外は、Case 1 とほぼ同様な結果を示した。

図-9, 10 に台形前浜を3つ並べた場合の結果を示す。この場合も比較結果は良く一致したが、線形モデルの一致度は若干低下した。特に、10分及び20分後の結果では線形モデルは実験結果に比べ早すぎる等深線の拡散を示した。一方、非線形モデルは実験結果を比較的正确に再現した。

6. 結 語

本論文では、屈折効果を考慮した非線形2ラインモデルの開発を行い、予測解析結果をその線形モデルと合わせてスパイラル円形水槽を用いた室内実験により検証した結果、以下の結論を得た。

(1) 台形前浜を一つ並べたケースでは、非線形モデル、線形モデル共に実験結果と良く一致した。場所、観測時間によっては線形モデルの方が実験値に似た形を示した。

(2) y_1 等深線の深度 D_1 のみを浅くしたケースでは、3分後の比較結果で基本ケースより悪いデータの適合を観たものの、全体としては良く一致しており、この因子は結果に大きな影響を及ぼさない事を確認した。

(3) 線形モデルによる解析結果は非線形のものよりも若干早い等深線の拡散を示した。これは、台形前浜を3つ並べたケースでは顕著であり、10分後、及び20分後には実験値との差異が広がりがだした。ちなみに1ラインモデルによる結果は2ラインモデルによるものよりも早い拡散を示した。

参 考 文 献

- Dalrymple, R. A. (1997): Refraction and two-line models of shoreline change, Proc. 10th Natl. Conf. On Beach Preservation Technology, pp. 167-182.
- Dean, R. G. and R. A. Dalrymple (1997): Coastal Processes with Engineering Applications, (manuscript).
- Bakker, W. T. (1968): The dynamics of a coast with a groyne system, Proc. 11th ICCE, pp. 492-517.
- Moore, D. L. (1982): Beach profile evolution in response to changes in water level and wave height, MCE thesis, University of Delaware, 135 p.