

波の多方向不規則性と浮遊漂砂を考慮した 3 次元海浜変形数値 予測モデルの開発と検証

池 野 正 明*・清 水 隆 夫**・久 保 道 仁***・定 森 良 夫****

1. はじめに

砕波帯内では、海底砂が顕著に巻き上げられ、浮遊砂現象が卓越する。海浜変形予測モデルの精度向上のためには、浮遊漂砂の特性を十分把握し漂砂量の算定に適切に反映させる必要がある。柴山・Rattanapitikon (1995) は、既存の規則波による海浜変形実験結果に基づき、浮遊砂量を取り入れた実用的かつ簡便な海浜変形モデルを提案し、規則波による海浜変形をうまく再現している。しかしながら、浮遊砂フラックスの定常成分のみを考慮して浮遊砂量を見積るので、長周期波成分が卓越する不規則波砕波帯内への適用には検討の余地が残されている。また、佐藤・Kabiling (1994) は、規則波を対象にブシネスク方程式を用いて非線形平面波浪場を求め、その底面流速の時系列から掃流砂量公式と浮遊砂量公式により各瞬間の掃流砂量と浮遊砂量を計算し、その輸送方向を底面流速の向きと同じにするモデルを提案している。しかしながら、掃流砂と浮遊砂が別々の向きに輸送される現象を再現できない。

さらに、実際の海の波は多方向不規則波である。例えば、海浜斜面に不規則波が直入射する場合を想定すると、単一方向波の場合には沿岸方向に同じタイミングで海底砂が巻き上げられることになるが、多方向波では切れ波ゆえに、水位や流速が沿岸方向に空間変動し巻き上げられるタイミングが同時刻ではない。さらに、巻き上げられた砂は浮遊漂砂として輸送されるが、その輸送方向は、流速波群等の時系列特性、言い換えれば、長周期・短周期・定常成分の大きさや位相によって決定されるため(池野・清水, 1997)、これも単一方向波と多方向波とで異なるはずである。上記のような諸特性を適切に反映できる 3 次元海浜変形モデルは未だ無い。

そこで、本研究では、波の多方向不規則性と砕波帯内の浮遊漂砂現象を考慮した新たな 3 次元海浜変形数値予測モデルを開発する。ついで、人工島の建設やその背後に海浜変形対策工を設置する場合を対象とした多方向不

規則波による 3 次元移動床水理実験を実施し本海浜変形モデルの人工島周辺海域への適用性を検討する。

2. 新しい 3 次元海浜変形数値予測モデル

(1) 波浪場の計算モデル

本研究では、外力波の多方向不規則性・有限振幅性を考慮するため、Madsen et al. (1991) による平面 2 次元の修正ブシネスク方程式を用いる。佐藤・Kabiling (1994) の砕波による運動量拡散項を付加し、不規則波の砕波判定には窪ほか (1991) の波別解析法を用いる。基礎方程式を記述すると、以下のようである。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (1\cdot a)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial Q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ &- \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 Q_x}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 Q_y}{\partial x \partial y} \right) \right\} \\ &- Bgh^3 \left(\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial y^2} \right) + \frac{f_w}{2D^2} Q_x \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} \\ &- (\nu_e + \nu_r) \left(\frac{\partial^2 Q_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q_y}{\partial y^2} \right) = 0 \dots\dots\dots (1\cdot b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial Q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_y^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ &- \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 Q_y}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 Q_x}{\partial x \partial y} \right) \right\} \\ &- Bgh^3 \left(\frac{\partial^3 \eta}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial y \partial x^2} \right) + \frac{f_w}{2D^2} Q_y \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} \\ &- (\nu_e + \nu_r) \left(\frac{\partial^2 Q_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q_y}{\partial y^2} \right) = 0 \dots\dots\dots (1\cdot c) \end{aligned}$$

ここに、 η は水面波形、 Q_x 、 Q_y は x 、 y 方向の線流量、 h は静水深、 D は全水深 ($= h + \eta$)、 g は重力加速度、 f_w は海底面摩擦係数、 ν_r ($= 8 \times 10^{-4} \sqrt{gD} \cdot D / \tan \beta$) は海浜流計算で従来用いられる水平混合係数に対応する。 $\tan \beta$ は海底勾配である。 ν_e は砕波による乱れの運動量混合を表す渦動粘性係数である。係数 B は位相速度の補正係数で実験結果との比較により 1/21 とする。これにより得られる断面平均流速を Nwogu (1993) の方法により任意の鉛直位置における岸沖・沿岸流速時系列に変換する。

上記の修正ブシネスク方程式による水平流速の鉛直分布には、砕波による戻り流れが考慮されていない。そこ

* 正会員 工博 (財)電力中央研究所 水理部 主任研究員
** 正会員 工修 (財)電力中央研究所 水理部 上席研究員
*** (株)開発計算センター 科学システム事業部
**** 正会員 (株)開発計算センター 科学システム事業部

で、岸沖定常水平流速成分に対し、渦粘性モデルに基づき碎波による戻り流れの鉛直分布を付加する。ここでは、岡安ほか (1989) による規則波の提案式の鉛直分布関数形を原形とし、池野・清水 (1997) による大型・中型不規則波実験で得られた鉛直分布値に適合するように変形する。その結果、戻り流れの鉛直分布の算定式として、bore model によるエネルギー逸散 D_B を準用した次式を提案する (Ikeno and Shimizu, 1998)。

$$D_B = \rho g H_{1/3}^3 / (4 T_{1/3} h) \quad (2 \cdot a)$$

$$\bar{u}(z) = \rho^{1/3} D_B^{1/3} [(z+h)/h - 0.5 - 0.22 \cdot \ln\{(z+h)/h\}] - 0.1 \frac{\sqrt{gh} H_{1/3}}{h} \quad (2 \cdot b)$$

ここに、 $\bar{u}(z)$ は時間平均された戻り流れの鉛直分布、 z は静水面を原点とし上向きを正とした鉛直座標、 $H_{1/3}$ は有義波高、 ρ は流体密度、 $T_{1/3}$ は有義波周期である。

(2) 浮遊砂濃度の計算モデル

浮遊砂濃度 c については、大型・中型造波水路を用いた岸沖海浜変形実験結果に基づき、巻き上げ時の鉛直移流効果を付加した鉛直 1 次元拡散方程式により計算する (池野・清水, 1997)。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = w_s \frac{\partial c}{\partial z} + \varepsilon_s \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + \frac{1}{w_c} \exp\left(-\frac{z+h}{L_s}\right) \dot{p}\left(t - \frac{z+h}{w_c}\right) + \frac{1}{L_s} \dot{p}\left(t - \frac{z+h}{w_c}\right) \exp\left(-\frac{z+h}{L_s}\right) \quad (3 \cdot a)$$

ここに、 w_s は底質の沈降速度、 ε_s は拡散係数で、本研究では、池野・清水 (1997) による縮尺 1/2 程度の大型造波水路実験により検証されている Nielsen (1988) の拡散係数を用いる。 L_s は鉛直移流範囲を規定するスケール長である (Nielsen, 1992)。また、巻き上がり時の鉛直移流速度 w_c は、振動流実験における砂面上乱流計測に基づく鉛直移流速度として Sleath (1987) が提案した次式を用いる。 w_c は不規則波のゼロクロス 1 波毎に変化させた。

$$L_s = \begin{cases} 0.15\pi a f / w_s & 2\pi a f / w_s \leq 18 \\ 1.4 \zeta & 2\pi a f / w_s > 18 \end{cases}, \quad w_c \approx 2\pi f \delta_{0.5} / 2.27 \quad (3 \cdot b)$$

ここに、 ζ は砂鏈高さ、 f は代表波周波数、 a は水位代表振幅である。 $\delta_{0.5}$ は境界層の厚さである。

底面境界における砂の巻き上げの境界条件は次式を用いた。

$$-\varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (3 \cdot c)$$

また、 $p(t)$ は底質の巻き上げ量であり、岸沖水平底面流速の i 番目の半周期の開始ゼロクロス時 (流速の向き反転時 $t = t_i$) に巻き上がるとし、巻き上げ量は、大型岸沖海浜変形実験結果から、Shields 数の 1.5 乗に比例するとして次式を用いた。

$$p(t) = \alpha_s w_s \rho_s (\psi_{i-1} - \psi_c)^{1.5} \delta(t - t_i) \quad (3 \cdot d)$$

ここに、 ρ_s は底質の密度 (2.65)、 $\delta(t - t_i)$ はディラックのデルタ関数である。 α_s は係数であり、大型岸沖海浜変形実験に基づき提案した次式を用いる。

$$\alpha_s = \begin{cases} (H_0/L_0)(-\lambda + 2.3) & \text{for } \lambda \geq 1.3 \\ (H_0/L_0)(0.62\lambda + 0.2) & \text{for } \lambda < 1.3 \end{cases}, \quad \alpha_s = \max\{\alpha_s, 0.01\} \quad (3 \cdot e)$$

ここに、 $\lambda = h/(H_0 \log(1/\tan \beta))$ 、 H_0 と L_0 は沖波有義波高と沖波有義波長である。ただし、沖波波形勾配 H_0/L_0 が 0.02 以下となる場合の α_s の算定式は、過去に実施した大型岸沖海浜変形実験のケース数が少ないため今後の検討が必要である。また、 ψ_c は限界 Shields 数、 ψ_{i-1} は $i-1$ 番目の半周期の Shields 数である。これに使用する摩擦係数は、田中・Thu (1993) による波・流れ共存場における粗面乱流の摩擦係数の陽形式近似式のうち、流れを 0 とした式を用いる。

(3) 漂砂量と地形変化の計算モデル

沿岸・岸沖浮遊砂量は上述の浮遊砂濃度 c と沿岸・岸沖水平流速 u, v から次式で評価される。

$$q_{sx}(t) = \int_{-h}^0 c(z, t) u(z, t) dz, \quad q_{sy}(t) = \int_{-h}^0 c(z, t) v(z, t) dz \quad (4 \cdot a)$$

ここで、 $u(z, t)$ 、 $v(z, t)$ は、波浪場計算から求めた任意の鉛直位置 z での流速時系列に、必要に応じて岸沖定常流速成分に渦粘性モデルの仮定に基づく鉛直分布式 (2・b) を付加したものである。

沿岸・岸沖掃流砂量は、時々刻々の底面流速を用いることにより、波の不規則性を考慮できると考えられる以下の式を用いる (佐藤・Kabiling, 1994)。

$$q_{bx} = \sqrt{(\rho_s/\rho_w - 1)gd^3} \alpha_b |\dot{\psi}(t)|^{0.5} \max\{\dot{\psi}(t) - \psi_c, 0\} \frac{u_b(t)}{U_b(t)} \quad (4 \cdot b)$$

$$q_{by} = \sqrt{(\rho_s/\rho_w - 1)gd^3} \alpha_b |\dot{\psi}(t)|^{0.5} \max\{\dot{\psi}(t) - \psi_c, 0\} \frac{v_b(t)}{U_b(t)} \quad (4 \cdot c)$$

ここに、 α_b は掃流砂量係数であり 1 とする。 $U_b(t)$ は沿岸・岸沖方向の底面流速を合成した値である。

沿岸・岸沖方向の全漂砂量 q_x, q_y は以下のようになる。

$$q_x(t) = q_{sx}(t) + q_{bx}(t), \quad q_y(t) = q_{sy}(t) + q_{by}(t) \quad (4 \cdot d)$$

上記の方法で求める漂砂量は、浮遊砂濃度の鉛直移流・拡散を計算するのに必要な鉛直方向の 1 計算格子分に相当する水深までとする。これより岸側の浅い領域や静水汀線よりも陸上領域では、まず、Sunamura (1984) の式により、前浜勾配を求め、Hunt の式により、不規則波の有義波高に対応する遡上高を求める。遡上高の地点で沿岸・岸沖全漂砂量が 0 となるように、前述の方法で

求めた漂砂量の最も岸側での計算点の値を線形外挿して遡上域での漂砂量を算定する。

海底地形変化の計算は、以下の連続式を用いる。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{q}_x - \varepsilon_b |\bar{q}_x| \frac{\partial z_b}{\partial x} \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \bar{q}_y - \varepsilon_b |\bar{q}_y| \frac{\partial z_b}{\partial y} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 ε_b は局所的な海底勾配の影響を表す係数で 10.0 とした (渡辺ほか, 1984)。

3. 実験結果との比較検証

(1) 人工島周辺海域の3次元海浜変形水理実験の概要

原子力発電所 4 基を想定した人工島の 1/150 縮尺模型を用いた。まず、中央粒径 0.19 mm の実験砂を 1/50 勾配斜面上に厚さ 10 cm で敷きならした。海浜変形対策工として、汀線から人工島の端部へ向かって人工島離岸距離の 2/3 の長さの 2 つの突堤を採用した。人工島の背後に対策工なし、対策工ありの 2 ケースの実験を実施した。ただし、実験期間を短縮するため、対策工なしを終了後、人工島背後領域の海底地形のみを厚さ 10 cm で初期地形に整形し直し、初期地形の測深は行わず、ただちに対策工ありのケースに入った。多方向不規則波を対策工なしの場合 100 hr、対策工ありの場合 58 hr 作用させ主に 20 hr 毎に車輪型連続式砂面計で測深した。各ケースの造波開始後から初期の時点で、容量式波高計により人工島背後の水位変動を、電磁流速計により水平流速変動の沿岸・岸沖方向成分を海底面上約 3 cm の高さで計測した。ただし、移動床砂面上での実験のため、水深の浅い領域では水位と流速の測定ができなかった。

周波数スペクトルとして Bretschneider-光易型、方向分布関数として光易型を用い、 $S_{\max}=10$ とした。有義波高 5 cm、有義波周期 1.2 s とし、人工島に対して直角入射の条件で実施した (池野・清水, 1998)。

(2) 計算条件

入射波成分は、1 次波浪成分が多方向不規則波としての統計的性質や方向スペクトル特性を満たすのに十分な成分波の重ね合わせとなるように 512 成分とし、高次の非線形干渉成分は無視した。

多方向不規則波による波浪変形計算、浮遊砂濃度計算、沿岸・岸沖浮遊砂量や沿岸・岸沖掃流砂量計算を実施するための不規則波計算時間 t_w は、不規則波 100 波分の時間に設定した。波浪場計算時の平面格子間隔を 5 cm 四方、計算時間刻みを 0.05 s とし、ADI 法により計算した。

また、浮遊砂・掃流砂の計算領域は、沖側の水深 13.9 cm の地点 (図-4 の $Y=7$ m) から岸側の水深 1.9 cm (浮遊砂濃度の移流・拡散計算時の鉛直格子間隔 1 メッシュ分に相当) の地点 ($Y=1$ m) までとした。海底地形変化

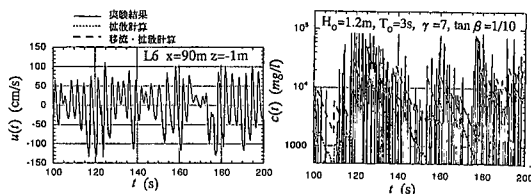


図-1 浮遊砂濃度の時間変動の再現例 (大型実験ケース L6)

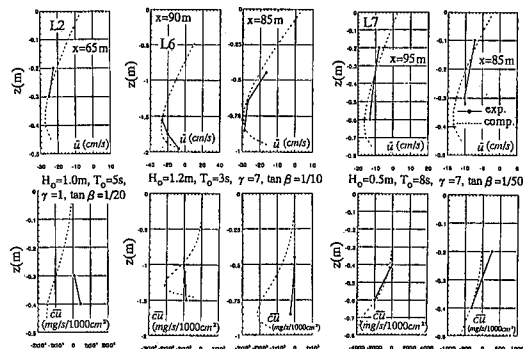


図-2 砕波帯内の定常流速と浮遊砂フラックスの鉛直分布の比較 (大型実験ケース L2, L6, L7)

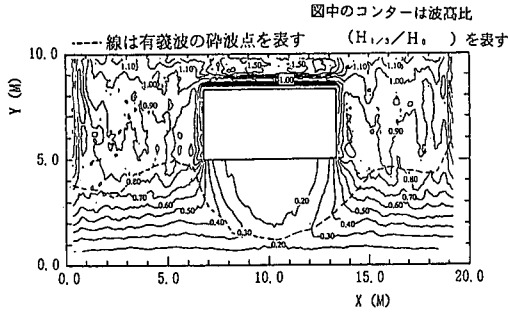
の連続式の計算時間刻みは 1 s とした。海底地形の更新時間 t_b は、実験における地形変化の速度から 20 hr 毎に海底地形を更新した。地形更新時に、水深が 1.9 cm になる場所を岸側から検索して決定した。また、計算で求めた漂砂量を、水深 1.9 cm よりも浅い領域から陸上の代表遡上高の地点まで外挿するために、本 3 次元移動床水理実験の入射波条件での代表遡上高を、Hunt の式により 4.1 cm に設定した。

(3) 戻り流れと浮遊砂フラックスの再現性

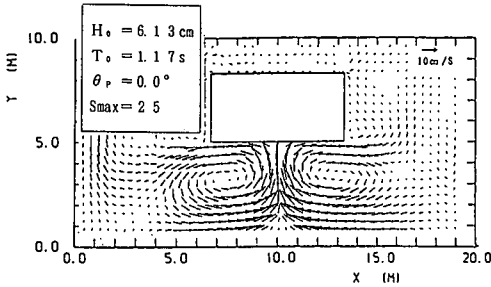
ここでは、池野・清水 (1997) による大型・中型造波水路を用いた岸沖海浜変形実験との比較により、本海浜変形モデルの適用性を検討する。実験条件等の詳細は文献 (池野・清水, 1997) を参照されたい。

図-1 は、大型実験ケース L6 のバー形成点付近で実測した岸沖底面流速を用いて、拡散のみの計算と鉛直移流を付加した拡散計算とによる浮遊砂濃度の時系列の再現性を比較した例である。図-1 によると、移流・拡散計算による浮遊砂濃度の時系列は、実験結果の時間変動に比べ幾分滑らかとなっているが、底面流速の不規則な時間変動に追従して生じる浮遊砂濃度の特性を十分再現している。これに対し、拡散のみの計算では、実験結果を過小評価している。

図-2 は、大型岸沖海浜変形実験における砕波帯内の岸沖定常 (時間平均) 流速および浮遊砂フラックスの鉛直分布と本計算結果とを比較した例である。図-2 によると、本提案式による砕波帯内定常流速の鉛直分布の再



(a) 有義波高分布



(b) 海浜流分布

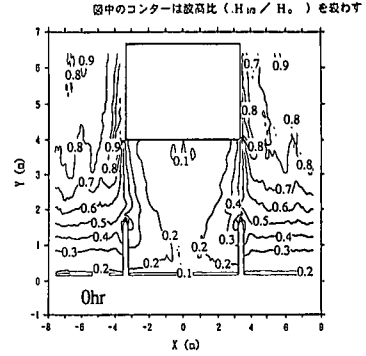
図-3 人工島背後の波高分布と海浜流分布の計算
 (多方向不規則波, 固定床, 対策工なし)

現性とこれを考慮した浮遊砂フラックスの鉛直分布の再現性は良好である。

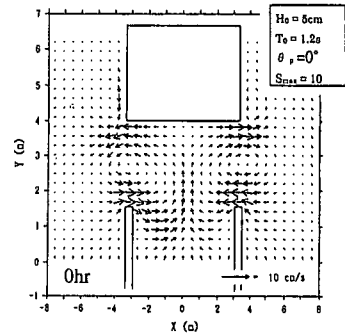
(4) 人工島周辺海域への適用性

図-3は、まず過去に実施した池野ほか(1993)による固定床での実験結果と比較するため、対策工なしの場合の直立護岸人工島に多方向不規則波が直入射する場合の有義波高分布と海浜流分布について、本修正ブシネスク方程式による計算結果を示している。紙面の都合上、実験条件や実験結果の詳細は文献(池野ほか, 1993)を参照されたい。修正ブシネスク方程式による海浜流は、計算により求めた線流量 Q_s 、 Q_b を各々全水深 D で割った断面平均流速を時間平均して算定した。この際、海底面摩擦係数 f_w の値は0とした。図-3によると、まず計算結果による波高分布の再現性は砕波点位置も含めてきわめて良好である。従って、砕波帯内浅海域における漂砂量の算定精度に係わる水位や流速の有限振幅性を考慮できる修正ブシネスク方程式では、基礎方程式中の位相速度の補正係数 B を $1/21$ とすれば、入射波の人工島による反射や人工島背後への回折・砕波浅水・屈折変形を精度よく計算できる。つぎに、計算結果による人工島背後に生じる2つの循環流の中心位置や海浜流の平面分布の定性的なパターンは良好であるが、人工島直背後で発生する速い離岸流を若干過小評価している。

図-4は、対策工ありの場合の人工島背後の有義波高分布と海浜流分布について、本修正ブシネスク方程式に

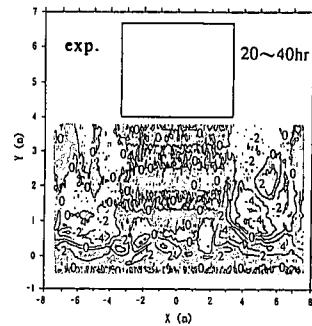


(a) 有義波高分布



(b) 海浜流分布

図-4 人工島背後の波高分布と海浜流分布の計算
 (多方向不規則波, 移動床, 対策工あり)



図中のハッチング部分は堆積を、白の部分は侵食を表す

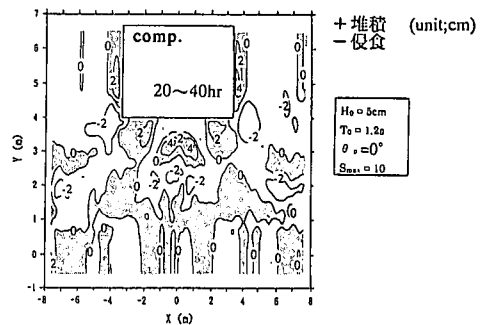
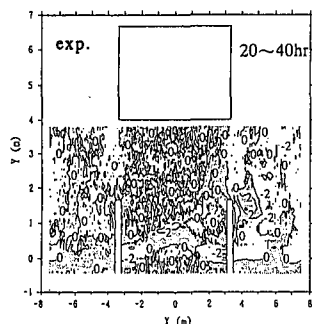
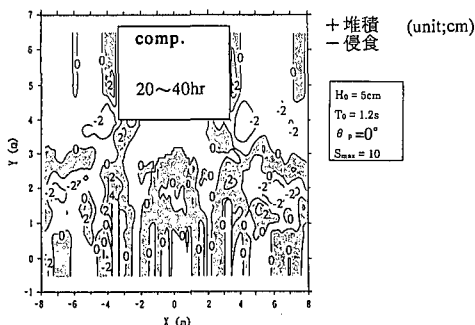


図-5 人工島背後の侵食・堆積量の実験結果と計算結果の比較(対策工なし)



図中のハッチング部分は堆積を、白の部分は侵食を表す



図—6 人工島背後の侵食・堆積量の実験結果と計算結果の比較 (対策工あり)

よる計算結果を示している。図—4によれば、本計算結果は人工島背後の循環流が突堤により遮られて弱くなる特徴を再現している。

(5) 人工島背後の海浜変形の再現性

図—5は、対策工がない場合の人工島周辺の海底地形の侵食・堆積量について、本海浜変形モデルによる計算結果と前述の実験結果を比較した代表例である。図—6は、対策工がある場合について、計算結果と実験結果を比較した代表例である。図では造波開始後20~40 hrの間の海底地形変化量を示している。

まず、図—5によれば、対策工がない場合の人工島斜め背後域では、本海浜変形モデルによる侵食・堆積場所や地形変化量の再現性は良好である。直背後域では堆積が若干過大評価となっている。つぎに、図—6によれば、対策工がある場合でも侵食・堆積場所や地形変化量の再現性は、対策工なしの場合と同程度である。また、突堤が人工島背後に形成されるトンボロの発達を抑制する効果を定性的に再現している。

また、本モデルでは、遡上域での漂砂量を便宜上岸側計算点から代表遡上点までの外挿値として算定しているため、実験でのswash zoneでの砂の動きと異なっていると考えられる。今後はこれについても本海浜変形モデルに取り込む必要がある。

4. おわりに

以上、波の多方向不規則性と碎波帯内の浮遊漂砂現象を考慮した新たな3次元海浜変形モデルを開発し、岸沖海浜変形実験や人工島背後の3次元海浜変形実験との比較により適用性を検証した。今後は、本海浜変形モデルを現地に適用し改良・実用化を図る予定である。

本研究は電力9社と日本原子力発電(株)による電力共同研究の一部として実施した成果であることを付記する。本研究を実施するにあたり、(株)土木技術開発の下田隆男氏、(株)シーアールエスの田山秀樹氏、久米哲也氏の協力を得たことを付記して謝意を表する。

参考文献

- 池野正明・鹿島遼一・松山昌史・榊山 勉・窪 泰浩 (1993): 人工島式発電所背後の波浪場・海浜流場に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 621-625.
- 池野正明・清水隆夫 (1997): 不規則砕波帯内における浮遊砂フラックスの特性とこれを考慮した2次元海浜変形モデルの提案, 電力中央研究所報告, 研究報告U 96037.
- 池野正明・清水隆夫 (1998): 波の多方向不規則性と浮遊漂砂を考慮した3次元海浜変形数値予測モデルの開発と人工島周辺海域への適用, 電力中央研究所報告, 研究報告U 97091.
- 岡安章夫・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 砕波帯におけるエネルギー収支と戻り流れのモデリング, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 31-35.
- 窪 泰浩・小竹康夫・磯部雅彦・渡辺 晃 (1991): 非定常緩勾配不規則波動方程式について, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 46-50.
- 佐藤慎司・M. B. Kabiling (1994): 波打ち帯を含む三次元海浜変形の数値モデル, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 401-405.
- 柴山知也・W. Rattanapitikon (1995): 浮遊漂砂量予測を取り入れた二次元海浜変形モデル, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 446-450.
- 田中 仁・A. Thu (1993): 全てのflow regimeに適用可能な波・流れ共存場抵抗則, 土木学会論文集, 第467号/II-23, pp. 93-102.
- 渡辺 晃・丸山康樹・清水隆夫・榊山 勉 (1984): 構造物設置に伴う三次元海浜変形の数値予測モデル, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 406-410.
- Ikeno, M. and T. Shimizu (1998): Characteristics of suspended sediment transport in the surf zone of irregular waves and their reproduction by a cross-shore beach deformation model, Proc. 26th Int. Conf. on Coastal Eng. (in pressing).
- Madsen, P. A., R. Murraroy and O. R. Sorensen (1991): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Coastal Eng., Vol. 15, pp. 371-388.
- Nielsen, P. (1988): Three simple models of wave sediment transport, Coastal Eng., Vol. 12, pp. 43-62.
- Nielsen, P. (1992): Coastal bottom boundary layers and sediment transport, advanced series on ocean engineering, Vol. 4, World Scientific, pp. 201-262.
- Nwogu, O. (1993): Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 119, No. 6, pp. 618-628.
- Sleath, J. F. A. (1987): Turbulent oscillatory flow over rough beds, J. of Fluid Mech., Vol. 182, pp. 369-409.
- Sunamura, T. (1984): Quantitative predictions of beach-face slopes, Geol. Soc. Am. Bull., Vol. 95, pp. 242-245.