

内湾における高解像流動モデルの開発と東京湾における 長期再現計算

佐々木 淳*・石井雅樹**・磯部雅彦***

1. はじめに

東京湾をはじめとする閉鎖性内湾域においては、富栄養化問題が深刻である。その要因である赤潮やその結果として生じる貧酸素水塊の形成は、長期にわたる流れ場の変動と履歴に大きく支配されている。このような認識の下、現地における時々刻々の水質を再現する Nowcast Simulation が近年行われるようになってきた (例えば、佐々木ら, 1996; 田中ら, 1997)。しかし多くの場合、夏場の再現に焦点が当てられており、より長期の再現性については不明である。一方、用いられる数値モデルは汎用性の高い σ 座標系に基くものが主流となっているが、計算効率を優先させてきたため、数値拡散等の影響で水質の鉛直分布が実測に比較して鈍ったものとなる等、精度にも問題を残している。そこで本研究では高い計算効率と、高い現象再現性を併せ持つ計算スキームを開発し、これまで軽視されてきた境界条件の時系列変化についても検討することで、標準的な 3 次元長期流動モデルを確立することを目的とする。

2. 数値モデルの概要

(1) 基礎方程式

静水圧近似とブシネスク近似を仮定した Navier-Stokes の式、連続式、およびスカラー量 ϕ の拡散方程式を基礎方程式とし、 σ 座標系を採用すると

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(Hu)}{\partial t} + \frac{\partial(Huu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hvu)}{\partial x} + \frac{\partial(H\dot{\sigma}u)}{\partial \sigma} \\ &= Hf\left(-\frac{v}{u}\right) - \frac{gH}{\rho_0}\left[(\rho_0 + \rho'\sigma)\nabla\zeta + \rho'(\sigma-1)\nabla h\right. \\ & \quad \left.+ \nabla\left\{(\zeta+h)\int_{\sigma}^1\rho'd\sigma\right\}\right] + \frac{1}{H}\frac{\partial}{\partial\sigma}\left(A_{\sigma}\frac{\partial u}{\partial\sigma}\right) \\ & \quad + HA_h\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} + \frac{\partial(H\dot{\sigma})}{\partial\sigma} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

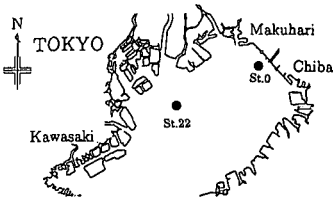


図-1 水質観測点

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(H\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(uH\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(vH\phi)}{\partial y} + \frac{\partial(\dot{\sigma}H\phi)}{\partial\sigma} \\ &= \frac{1}{H^2}\frac{\partial}{\partial\sigma}\left(K_{\sigma}\frac{\partial(H\phi)}{\partial\sigma}\right) + H\frac{\partial}{\partial x}\left(K_h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) \\ & \quad + H\frac{\partial}{\partial y}\left(K_h\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

となる。ここに u, v はそれぞれ x, y 方向の流速, ζ , および h はそれぞれ静水面を基準とする水位および水深であり, $H = \zeta + h$, $\sigma = (z + h)/H$, $\mathbf{u} = (u, v)$, $\rho = \rho_0 + \rho'$, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ である。 f はコリオリ係数, g は重力加速度であり, A_h および A_{σ} はそれぞれ水平方向および鉛直方向の渦動粘性係数, K_h, K_{σ} はそれぞれ水平方向, 鉛直方向の渦動拡散係数である。また S は生成項を表す。 σ 座標系における鉛直流速に相当する $\dot{\sigma}$ は次のように定義される。

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & \frac{1}{H}\left[\sigma\int_0^1\frac{\partial(Hu)}{\partial x}d\sigma + \sigma\int_0^1\frac{\partial(Hv)}{\partial y}d\sigma\right. \\ & \left.- \int_0^{\sigma}\frac{\partial(Hu)}{\partial x}d\sigma - \int_0^{\sigma}\frac{\partial(Hv)}{\partial y}d\sigma\right] \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

これらの方程式を佐々木ら (1996) とほぼ同様の手法を用いて解くことにする。

(2) σ 座標系における差分スキームに関する考察

内湾における流れ場を長期間にわたり計算する場合、計算時間の短縮のため効率的なアルゴリズムが求められる。本研究のように差分法を用いる場合は、効率的なアルゴリズムとして座標の各方向にステンシルが 3 つとなる 2 次の中心差分や 1 次の風上差分が一般的である。このうち中心差分では精度の高い計算が可能であるが、オーバーシュート・アンダーシュートと呼ばれる数値振動が発生しやすく、特に躍層などの不連続的な現象を再

* 正会員 博(工) 東京大学助手 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻
** 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻
*** フェロー 工博 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻

現する場合に不安定になりやすいことが知られている。一方、風上差分は数値的には安定であるが、式(5)のように中心差分+数値拡散項の形に表され、過度の拡散を生じることが知られている。

$$\frac{\partial u \phi}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta x} \{u_i(\phi_{i+1} + \phi_i) - u_i(\phi_i + \phi_{i-1})\} - \frac{1}{2\Delta x} \{|u_i|(\phi_{i+1} - \phi_i) - |u_{i-1}|(\phi_i - \phi_{i-1})\} \quad \dots (5)$$

さらに σ 座標系では海底勾配に沿って格子が水平に対して傾くためにこの数値誤差がより大きくなる。

佐々木ら(1996)はこれを踏まえ、式(5)のうちの数値拡散項にパラメタをかけ、数値拡散量を調節するドナーセル差分を用いている。ドナーセル差分では計算の安定性を確保しつつ、風上差分に比べ数値拡散を減少させることができるが、計算領域全体で同じパラメタを用いることには物理的な根拠がない上に、観測結果に基づくパラメタのチューニングが必要となるため一般性に欠ける。そこで本研究では効率的な3点スキームでありながら、精度の高い計算を安定に行うことが可能なモデルとしてLeith法およびFRAMについて検討する。

a) Leith法 本モデルは本来1次元用のスキームであるLeith法を3次元に拡張して用いるスキームである。ただし、Leith法を厳密に3次元に拡張したTensor Viscosity法では3点スキームとならないので、簡略化のためLeith法を座標の各方向に適用することにした。この場合、移流項は $\lambda_{x,i} = u_i \Delta t / \Delta x_i$ とすると式(6)のように差分化される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(uH\phi)}{\partial x} = & \frac{1}{\Delta x_i} \{ (uH\phi)_{i+\frac{1}{2}} - (uH\phi)_{i-\frac{1}{2}} \} \\ & - \frac{1}{\Delta x_i} \{ \lambda_{x,i} (uH)_{i+\frac{1}{2}} \phi_{i+\frac{1}{2}} \\ & - \lambda_{x,i} (uH)_{i-\frac{1}{2}} \phi_{i-\frac{1}{2}} \} \quad \dots (6) \end{aligned}$$

この手法では、流速に応じた数値拡散が加えられることになる。本モデルでは鉛直移流・拡散項を陰的に解く半陰解法を採用しており、時間刻み Δt を大きくとることが可能となっている。本モデルを用いて東京湾におけ

る水質再現計算を行い、成層の強い7月の計算結果により再現性を検証した。計算条件を表-1に記す。図-2aに現地観測結果(環境庁水質保全局, 1995)、図-2b,cにドナーセル差分による結果、図-2dにLeithモデルによる結果を示す。それによるとLeithモデルではドナーセル差分モデルと比べて鉛直方向の水温差が大きくなっており、数値拡散が減少していることがわかる。Leithモデルの再現性は十分に高いが、加えられる数値拡散が Δt に依存するため、計算結果が Δt に依存しう点に注意する必要がある。

b) FRAMモデル Chapman(1981)によって提案されたFRAM(filtering remedy and methodology)は差分スキームを局所的に使い分ける方法である。本モデルでは共に3点スキームである2次精度の中心差分と1次精度の風上差分を用いることで計算の効率性を確保す

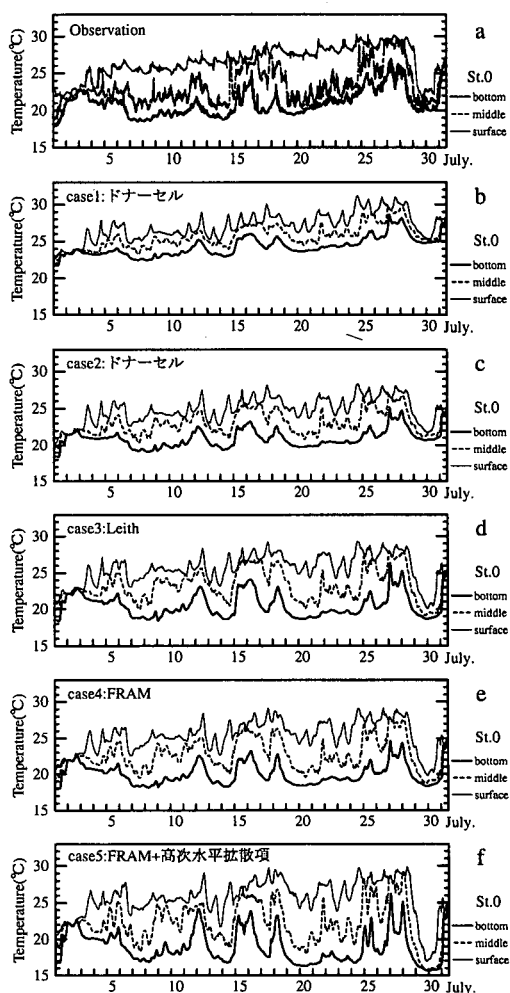


図-2 上から水温観測値、水温計算値 case 1, case 2, case 3, case 4, case 5

表-1 各 case の計算条件

case	モデル	水平格子サイズ (m)	鉛直分割数	水平拡散係数 (m ² /s ²)	Δt (s)	ドナーセルパラメタ
1	ドナーセル	1000	20	10	300	0.55
2	ドナーセル	1000	20	0.1	300	0.4
3	Leith 法	1000	20	10	300	—
4	FRAM	1000	20	10	300	—
5	FRAM+高次の水平拡散項	1000	20	10	100	—

ることとし、基本的には中心差分により高精度な計算を行い、オーバーシュート・アンダーシュートの発生点では安定性確保のために風上差分に切りかえて計算を行う高解像スキームとした。オーバーシュート・アンダーシュートを探知するために、移流計算と拡散計算を分離する2ステップ方式とし、1st stepで中心差分による移流計算を行った後、オーバーシュート・アンダーシュートが発生している格子点を探し出し、その点には2nd stepで拡散計算を行う際、風上差分と同等の数値拡散を加えて計算し、その他の地点では通常の拡散計算を行う。オーバーシュート・アンダーシュートの判定は移流計算後の値が、本来取りうる最高値 $\phi_{i,j,k}^{n+1/2, \max}$ を超えていないか、あるいは最低値 $\phi_{i,j,k}^{n+1/2, \min}$ を下回っていないかで判定する。ここで、 $\phi_{i,j,k}^{n+1/2, \max}$ および、 $\phi_{i,j,k}^{n+1/2, \min}$ の計算方法は以下の通りとした。

$$\begin{cases} \phi_{i,j,k}^{n+1/2, \max} = \max(\phi_{i+1,j,k}^n, \phi_{i,j+1,k}^n, \phi_{i,j,k+1}^n, \phi_{i,j,k}^n, \\ \phi_{i,j,k-1}^n, \phi_{i-1,j,k}^n, \phi_{i,j-1,k}^n) \\ \phi_{i,j,k}^{n+1/2, \min} = \min(\phi_{i+1,j,k}^n, \phi_{i,j+1,k}^n, \phi_{i,j,k+1}^n, \phi_{i,j,k}^n, \\ \phi_{i,j,k-1}^n, \phi_{i-1,j,k}^n, \phi_{i,j-1,k}^n) \end{cases}$$

この判定法はクラン数が1を超えない場合には厳密に正しいが、1を超える場合にはより厳しい制約条件となる。

FRAMモデルによる計算結果を図-2eに示す。FRAMモデルにおいてもLeithモデルと同様に数値拡散が抑えられていることが確認できる。さらにFRAMモデルはオーバーシュート・アンダーシュートが発生しない限り、理論上、計算内容が Δt に全く依存しない。実際、東京湾における水質再現計算で Δt を変化させた場合にも、同様な結果が得られることを確認している。従って時間刻みを大きくしても高い再現性を確保できるという点で優れたモデルであると言える。

(3) 水平拡散項に関する検討

水平拡散項をデカルト座標系から σ 座標系に変換する際に生じる高次の項については、計算の簡略化のため無視されることが多い。その場合、海底勾配が大きく格子が水平に対して大きく傾く領域では、水平拡散の計算から鉛直拡散効果が生じてしまい、図-3のように水温が格子に沿って傾いた分布となることが知られている。

Huang and Spaulding (1996)によれば、座標変換で生じる高次の項まで残した水平拡散項の式(7)を用いることで、鉛直方向の拡散効果を抑制することができる。図-4は式(7)を用いて水平拡散計算を行った30日後の水温分布である。

$$\begin{aligned} Q_{xx} + Q_{yy} = & \frac{\partial}{\partial x} \left(K_h \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K_h \psi_x}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \\ & + \frac{K_h \psi_x^2}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_h \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

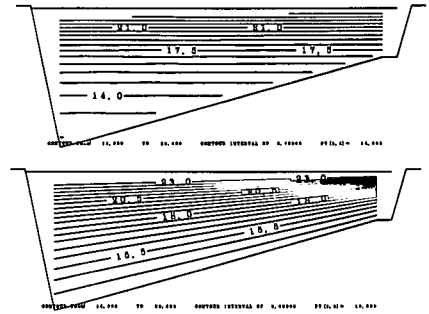


図-3 上から水温初期分布、水平拡散計算30日後の分布

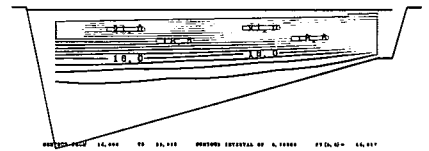


図-4 式(8)を用いた場合の水平拡散計算30日後の水温分布

$$-2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{K_h \psi_y}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) + \frac{K_h \psi_y^2}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 ψ_x, ψ_y は式(8)の通りである。

$$\psi_x = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad \psi_y = \frac{\partial z}{\partial y} \dots \dots \dots (8)$$

式(8)を用いた場合には水温分布が格子に沿って傾く現象が改善されており、鉛直拡散を抑制出来ていると言える。そこでFRAMモデルにこの高次の水平拡散項を組み込んだモデルを作成した。このモデルによる計算結果を図-2fに示す。それによるとFRAMモデルに高次の水平拡散項を組み合わせたモデルでは格子の傾きが小さい表層ではFRAMモデルとほぼ同じ結果になっているが、中層・底層ではFRAMモデルと比べてより鉛直方向の拡散が抑えられており、高精度化の効果が認められる。しかし、本モデルでは数値安定性確保のために Δt を小さく取る必要があり、この点に関しては改良の余地があると言える。

3. 境界条件に関する考察

境界条件に関してはこれまで計算の簡略化のため、時系列的な変化があまり考慮されていない場合が多い。そこで本研究ではこの境界条件の時系列化について検討する。

(1) 河川境界条件

河川流量に関しては一定値を与えた場合と流量年表(建設省河川局, 1994)のデータを元に時系列的に与える場合の2通りについて検討した。時系列流量に関しては荒川、江戸川、多摩川、鶴見川について、流量年表のデー

タを河口付近での観測値（環境庁, 1989）を基に補正して与え、その他の河川については一定値を与え続けた。一定流量とした計算では各河川ごとに平均的な流量を与え続けた。その他の条件は表-1 の case 4 と同じである。

現地観測結果（東京都水質保全局, 1995）および計算結果を図-5 に示す。それによると流量変動の少ない時期においては、いずれの条件でも表層・底層ともほぼ同様な結果となっている。しかし降水時の前後で比較する

と、一定流量の場合は表層塩分・底層塩分ともに変動が小さいのに対して、時系列流量を与えた場合には底層塩分の変動は小さいが表層塩分は降水に連動して大きく変化しており、河川流量の時系列化の影響は大きい。これは河川から流入する淡水が基本的に表層を流れるためであり、表層塩分値に大きな影響を受ける赤潮などの生物現象の再現を目的とする場合には河川流入量を時系列的に与えることが必要である。

(2) 湾口部開境界条件

湾口部開境界条件に関しては、外洋水の流入効果を再現するため、水温・塩分とも観測値（千葉県水産試験場富津分場報告, 1992-97）をもとに境界値を決定して与えた。特に水温は境界付近においても季節による変化が大きいため、適切な境界値の設定が難しい。そこで境界条件として温度勾配を 0 とすることがよく行われる。しかしこの方法では湾内の水温が一旦、上昇または下降した場合に、元に戻す効果が得られにくいほか、中心差分のような高精度差分スキームと組み合わせると、数値振動が発生し計算が破綻しやすい等の欠点がある。そこで本研究では湾口付近のデータを基にして、次式により水温の境界値を与えることとした。

$$T = T_0 + A \sin\left(\frac{2\pi t}{L}\right) \frac{z^2}{h^2} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $T_0 (=15)$ は水温の初期値 ($^{\circ}\text{C}$)、 $A (=10)$ および $L (=5.3568 \times 10^7)$ はそれぞれ水温の振幅 ($^{\circ}\text{C}$) および周期 (s)、 t は 4 月 1 日午前 0 時からの経過時間 (s)、 z および h はそれぞれ静水面からの深度 (m) および水深 (m) である。

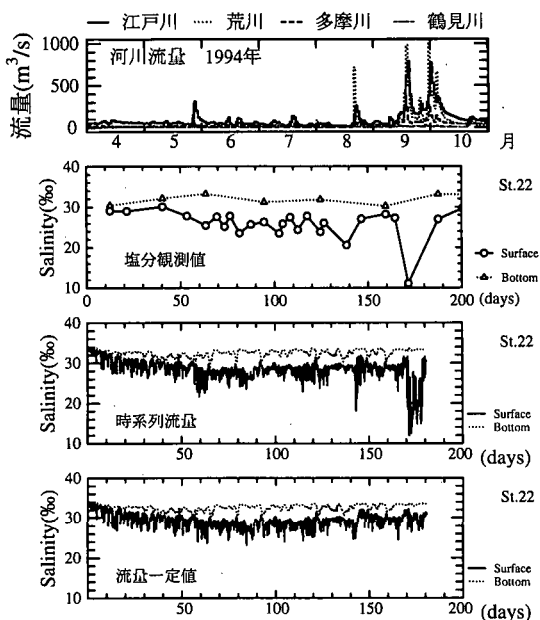


図-5 上から河川流量、塩分観測値、塩分計算値(流量時系列)、塩分計算値(流量一定値)

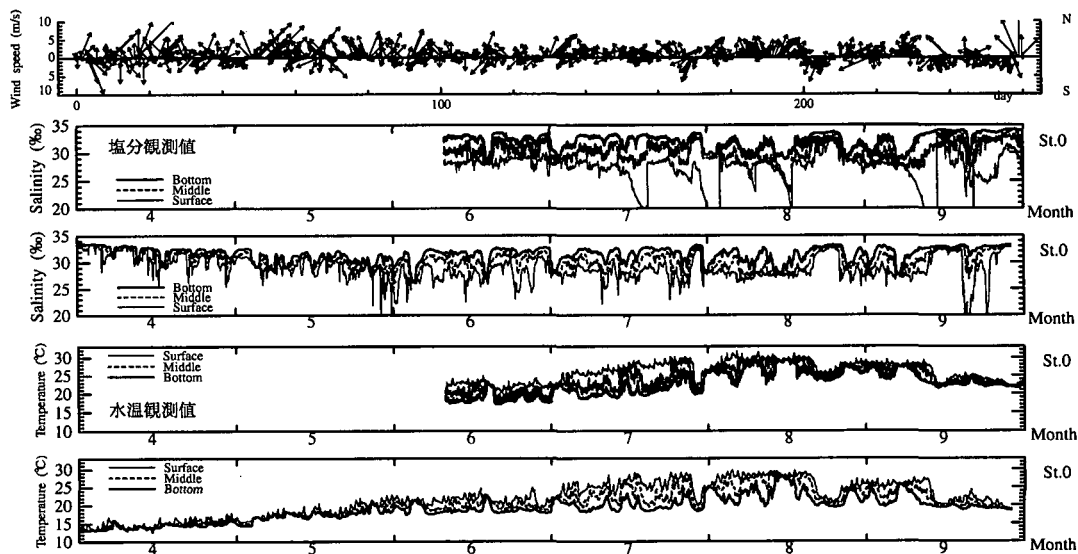


図-6 上から風向・風速観測値、水温観測値、水温計算値、塩分観測値、塩分計算値：6 月

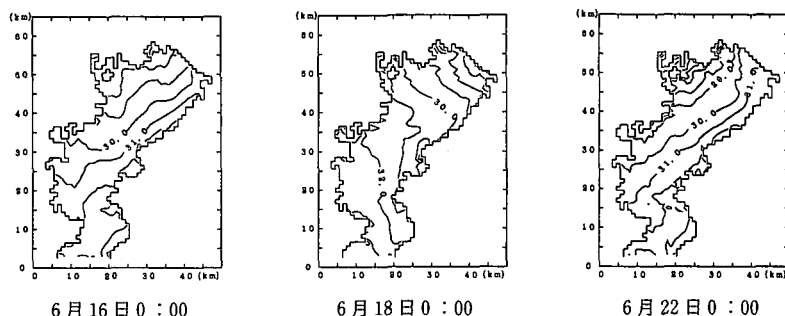


図-7 塩分の平面分布 (水深 5m)

4. 東京湾における水温・塩分場の長期再現計算

FRAM モデルを用いて、1時間ごとに気象・海象データを与えながら、4月1日から半年間の水質再現計算を行った。計算条件は表-1の case 4 と同じである。現地観測結果（環境庁、1995）および計算結果を図-6 に示す。なお現地観測結果では周期的に表層での塩分値が極端に下がっているが、これは付着生物による出力低下の影響である。

本モデルにより春先から夏にかけて水温が上昇していく様子や、成層が形成されていく様子、秋の成層破壊などの様子が良く再現されているのみならず、風に対応した短期的変動もよく再現されている。水塊の移動による水温・塩分の短期的な変動現象については既に佐々木ら（1996）、（1997）によりその構造が解析されているが、本モデルではその再現性も高いと言える。例えば、現地観測結果によると6月18日の前後に湾奥部において混合が起きている。これは南風が卓越しており、湾内の表層水が湾奥に吹き寄せられ、湾奥底層の低温・高塩分水が沖側へ移動しているものと推測されるが、計算結果においても塩分分布からこの現象が再現されていることがわかる（図-7 参照）。

5. ま と め

高精度差分スキームを適用しつつ高い効率性と高い安定性を併せ持つ数値モデルを構築した。

このモデルを用いて長期間にわたる水温・塩分場の再現計算を行い、高い再現性を確認した。また時系列変動を考慮した境界条件を採用することで再現性を向上させることが出来た。

謝辞：本研究を行うにあたり、千葉県水産試験場富津分場より貴重なデータを頂いた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 環境庁水質保全局（1995）： 青潮発生予測手法の確立調査，平成6年度 環境庁委託業務結果報告書。
- 環境庁水質保全局（1994）： 青潮発生予測手法の確立調査，平成5年度 環境庁委託業務結果報告書。
- 建設省河川局編日本河川協会（1994）： 平成6年流量年表。
- 佐々木 淳，磯部雅彦，渡辺 晃，五明美智男（1996）： 東京湾における青潮の発生規模に関する考察，海岸工学論文集，第43巻，pp. 1111-1115. (1996)
- 佐々木 淳（1997）： 東京湾湾奥水塊の湧昇現象と青潮への影響，海岸工学論文集，第44巻，pp. 1101-1105. (1996)
- 越塚誠一（1997）： 数値流体力学，培風館，pp. 15-51.
- 田中昌宏，稲垣 聡，八木 宏（1997）： 東京湾成層期の流動のリアルタイムシミュレーション，海岸工学論文集，第44巻，pp. 386-390.
- 千葉県水産試験場（1995）： 平成6年度 東京湾海況情報集。
- 千葉県水産試験場（1992-97）： 富津分場報告。
- 東京都水質保全局水質保全部（1995）： 公共用水域水質測定結果。
- Chapman, M. (1981): FRAM-Nonlinear Damping Algorithms for the Continuity Equation, *J. Computational Phys.*, Vol. 44, pp. 84-103.
- Huang, W. and M. Spaulding (1996): Modeling Horizontal Diffusion with Sigma Coordinate System, *J. Hydraulic Engineering*, Vol. 122, No. 6, pp. 349-352.