

拡張ブーシネスク方程式を用いた港内長周期波の解析

Eric C. Cruz*・青野利夫**・堀沢真人***・早川 淳****

1. ま え が き

多くの港湾構造物の設計では, 周期 10 秒前後の波浪のみに対する耐性が要求されているが, 港湾荷役や係留における事故等多数の事例から長周期波の影響を考慮する必要性が指摘されている。

長周期波の発生機構については, 多くの理論的研究が行われている。1 次元特性に関しては, Symonds et al. (1982), Schaeffer and Svendsen (1988), Roelvink et al. (1992) によってモデルが提案されている。長周期成分を含んだ不規則波の計算モデルに関しては, Madsen et al. (1994), Nwogu (1994) によるブーシネスクモデルを用いた計算が, 現地への適用としては, 金山ら (1994), 喜岡ら (1996) の計算例がある。これらの研究は, 非線形干渉によるサーフビートの生成を極浅海域で扱っている。しかしながら, 実際の港湾における長周期の運動に対してブーシネスク方程式を適用する場合, (1) 構造物における任意反射境界の取り扱い, (2) ブーシネスク方程式による長周期変動の合理的な再現性に対する非線形性と周波数分散性の検証, (3) 碎波モデルの適切性が問題として残る。

本研究では, これらの問題を取り上げ分散項の適用範囲を深海域まで拡張した拡張ブーシネスク方程式を用いて港湾でのサーフビートを計算しその適用性を検証する。

2. 反射境界の取扱い

本研究で用いる波動モデルは, 分散項の適用範囲を拡張した拡張ブーシネスク方程式 (Cruz ら, 1997) で, 以下のように表される。

$$\eta_t + \nabla \cdot [(h + \eta) \mathbf{u}] = 0 \dots\dots\dots (1)$$
$$\mathbf{u}_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + g \nabla \eta + \frac{h^2}{6} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_t) - (1/2 + \gamma) h \nabla (\nabla \cdot h \mathbf{u}_t)$$

$$- \gamma g h \nabla [\nabla \cdot (h \nabla \eta)] - f_b \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{f_w |\mathbf{u}|}{2(h + \eta)} \mathbf{u} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここで, η : 水位変動, $\mathbf{u}$: 断面平均流速ベクトル, $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$, g : 重力加速度, $\gamma = 1/15$: 分散項の拡張係数, f_b : 碎波による逸散関数, f_w : 底面摩擦係数である。式 (1), (2) を港湾構造物を含む波動場へ適用する場合, 任意反射率境界の取り扱いが重要となる。一般に, 消波ブロック等の存在により反射率は一様ではなく, 境界の水利条件は空間的に変化する。

谷本・小舟 (1975) は, 部分反射条件を提案しているが, 構造物の設置方向は座標系に対して垂直であり, 入射波の反射は対称に直角方向に設定されている。喜岡ら (1996) は, 透過層を構造物前面に設置して任意反射率を設定した。しかしながら, この方法では透過層の周波数依存性のため反射波は歪むことになる。

本研究では, 任意反射率境界を入射波成分からなる volume flux を用い流速の境界条件として取り扱う。volume flux ベクトル P は次式で表される。

$$P \equiv (P, Q) = \{(h + \eta) u, (h + \eta) v\} \dots\dots\dots (3)$$

ω を角周波数, k を波数, a を入射波の振幅, r を反射率とすると, P の任意方向成分は, 式 (1) を積分することによって得られる。 x 方向の成分は次式で表される。

$$P(x, y, t) = \frac{\omega a}{k} \sin(kx \cos \alpha_i + ky \sin \alpha_i - \omega t) \cdot \cos \alpha_i + \frac{\omega r a}{k} \sin(kx \cos \alpha_r + ky \sin \alpha_r - \omega t) \cos \alpha_r \dots\dots\dots (4)$$

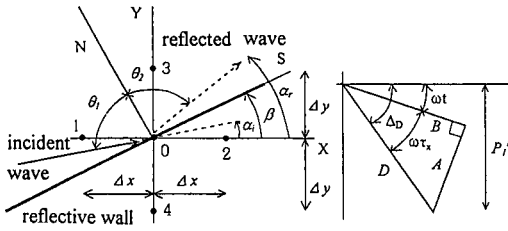
ここで, α_i と α_r は, 図-1(a) に示すような入射角と反射角である。角度は x の正方向から反時計回りにとる。今, 添字 0 を原点に, 添字 1 を原点から Δx 離れた x 軸上の点とすると, 式 (4) から時間 t での地点 0 の flux は,

$$P_0(t) = \frac{\omega a}{k} (\cos \alpha_i + r \cos \alpha_r) \sin(-\omega t) \dots\dots\dots (5)$$

で表される。同様に,

$$P_1(t) = -(A \cos \omega t + B \sin \omega t) \dots\dots\dots (6)$$

* 正会員 工博 東亜建設工業(株)技術研究所数値解析研究室
** 正会員 工博 東亜建設工業(株)技術研究所数値解析研究室長
*** 東亜建設工業(株)設計部第 4 課長
**** 東亜建設工業(株)横浜支店



(a) 座標系 (b) 式 (6) の関係

図-1 任意反射境界の座標系と記号

$$A = \frac{\omega t}{k} [\cos \alpha_i \sin(k \Delta x \cos \alpha_i) + r \cos \alpha_r \sin(k \Delta x \cos \alpha_r)] \quad (7)$$

$$B = \frac{\omega t}{k} [\cos \alpha_i \cos(k \Delta x \cos \alpha_i) + r \cos \alpha_r \cos(k \Delta x \cos \alpha_r)] \quad (8)$$

式 (6) の関係を図-1(b) に示す。A と B は x 軸から角度 Δ_0 の方向に位置する直角三角形の長辺 D の両辺に対応する。さらに、 P_1 は次式で表すことができる。

$$P_1(t) = -D \sin \Delta_0 = -D \sin[\omega(t + \tau_x)] \quad (9)$$

ここで、 $\omega \tau_x$ は図-1(b) で示される鋭角部である。式 (9) から、式 (10) が得られる。

$$P_1(t - \tau_x) = -D \sin \omega t = D \sin(-\omega t) \quad (10)$$

式 (5) を式 (10) で割ると

$$P_0(t) = \frac{\omega a}{k D} (\cos \alpha_i + r \cos \alpha_r) P_1(t - \tau_x) \quad (11)$$

また、D は図-1(b) から式 (12) のように表される。

$$D^2 = A^2 + B^2 \quad (12)$$

式 (12) を式 (11) に代入し、流速を用いと最終的に式 (13)、(14) が得られる。

$$[u(h + \eta)]_{(x,y,t)} = [F_{xx}][u(h + \eta)]_{(x \pm \Delta x, y, t - \tau_x)} \quad (13)$$

$$F_{xx} = \frac{\cos \alpha_i + r \cos \alpha_r}{(\cos^2 \alpha_i + r^2 \cos^2 \alpha_r + 2r \cos \alpha_i \cos \alpha_r) \cdot \cos[k \Delta x (\cos \alpha_i - \cos \alpha_r)]^{1/2}} \quad (14)$$

式 (13) で絶対値をとっているのは、図-1 の地点 2 のような反射面の反対側に対しても適用できるように一般化するためである。 τ_x は、図-1(b) から式 (15) で表される。

$$\tan \omega \tau_x = |A/B| = \left| \frac{\cos \alpha_i \sin(k \Delta x \cos \alpha_i) + r \cos \alpha_r \sin(k \Delta x \cos \alpha_r)}{\cos \alpha_i \cos(k \Delta x \cos \alpha_i) + r \cos \alpha_r \cos(k \Delta x \cos \alpha_r)} \right| \quad (15)$$

y 方向の flux Q に対しても、同様の展開が可能である。対称な反射では、入射波と反射波の波向線と反射面の外向法線とによって作られる θ_1 と θ_2 (図-1 参照) は一致する。したがって、 α_r は反射面の角度 β を通して α_i と関連づけられる。

$$\alpha_r = 2\beta - \alpha_i \quad 0 \leq \alpha_r \leq 2\pi \quad (16)$$

この境界条件を実際に適用する場合、壁面での入射角 α_i を適切に算定する必要がある。通常、構造物の周辺では干渉された波動場が形成されるため、入射波の波向は直交する自由表面の勾配から定義する。

$$\tan \alpha_i = \frac{\partial \eta / \partial x}{\partial \eta / \partial y} \quad 0 \leq \alpha_i \leq 2\pi \quad (17)$$

3. 2 次の拘束波

波が浅海域に進行すると、各波の成分間の相互作用により、主要な周波数の和と差の成分波が生成される。深海域で発生する自由波に加えて、自由表面の非線形境界条件による 2 次の拘束波が浅海域に進行することになる。ここでは、これらの拘束波を発生する機能を本モデルがどの程度有しているのかを明確にする。

このような相互作用の最も単純なケースとして、1 次元の 2 成分波を考える。2 成分波の解析では、数値計算による出口ら (1994) の研究があるが、ここでは理論解析によって行う。進行方向を x 軸とすると、深海域では式 (1) と (2) は、1 次のブーシネスク方程式となる。

$$\eta_t^{(1)} + hu_x^{(1)} = 0 \quad (18)$$

$$u_t^{(1)} + g\eta_x^{(1)} - (1/3 + \gamma)h^2 u_{xx}^{(1)} - \gamma gh^2 \eta_{xxx}^{(1)} = 0 \quad (19)$$

そして、個々の波は式 (20) の線形分散関係を満足する。

$$\omega^2 = \frac{gk^2 h(1 + \gamma k^2 h^2)}{1 + (1/3 + \gamma)k^2 h^2} \quad (20)$$

基礎方程式の解は、各成分波の振幅 a_1 と a_2 の線形和となる。

$$\eta^{(1)}(x, t) = a_1 \cos(k_1 x - \omega_1 t) + a_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t) \quad (21)$$

$$u^{(1)}(x, t) = \frac{\omega_1}{k_1 h} a_1 \cos(k_1 x - \omega_1 t) + \frac{\omega_2}{k_2 h} a_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t) \quad (22)$$

浅海域では、基礎方程式は波形勾配に対して 2 次オーダーとなり、次式で表される。

$$\eta_t^{(2)} + hu_x^{(2)} = -[\eta^{(1)} u^{(1)}]_x \quad (23)$$

$$u_t^{(2)} + g\eta_x^{(2)} - (1/3 + \gamma)h^2 u_{xx}^{(2)} - \gamma gh^2 \eta_{xxx}^{(2)} = -u^{(1)} u_x^{(1)} \quad (24)$$

ここで、右辺は非線形項で 1 次の項のみから成っている。式 (25) は、ラプラス方程式から得られる 2 次オーダーの厳密解で、最初の 3 項は、和の成分で残りの 1 項は差の成分である。

$$\begin{aligned} \eta^{(2)}(x, t) = & G_1 a_1^2 \cos[2k_1 x - 2\omega_1 t] \\ & + G_2 a_2^2 \cos[2k_2 x - 2\omega_2 t] \\ & + G_+ a_1 a_2 \cos[(k_1 + k_2)x + (\omega_1 + \omega_2)t] \\ & + G_- a_1 a_2 \cos[(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t] \end{aligned} \quad (25)$$

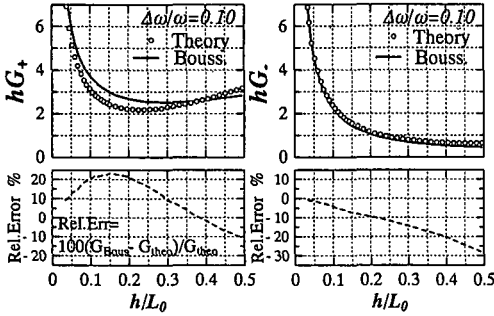


図-2 プーシネスクモデルと厳密解の比較

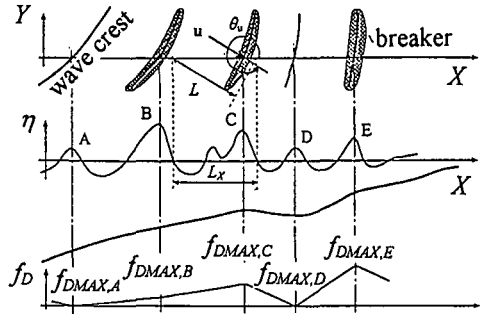


図-3 砕波減衰モデルのパラメータ

$G_i, i=1, 2, G_{\pm}$ は、波振幅と拘束波を関連づける伝達関数である。式 (25) の最初の 2 項は式 (20) の分散関係を満足するため自由波となる。第 3 項は新しい波速で伝搬するため式 (20) を満足しない。第 4 項の差の成分は、セットダウン波として知られるもので波群によって伝搬される。式 (23) と式 (24) に 1 次の解を代入し、 $u^{(2)}$ の項を消去すると、伝達関数が得られる。

$$hG_i = \frac{\frac{1}{4}\omega_i^2 h/g \left[3 + \left(\frac{1}{3} + \gamma \right) 8k_i^2 h^2 \right]}{\omega_i^2 h/g \left[1 + 4 \left(\frac{1}{3} + \gamma \right) k_i^2 h^2 \right] - k_i^2 h^2 [1 + 4\gamma k_i^2 h^2]} \dots\dots\dots (26)$$

$$hG_{\pm} = \frac{A_{\pm}}{B_{\pm}} \dots\dots\dots (27)$$

$$A_{\pm} \equiv \frac{1}{2}(k_1 \pm k_2)h \left\{ \left(\frac{\omega_1}{k_1 h} + \frac{\omega_2}{k_2 h} \right) (\omega_1 \pm \omega_2) \frac{h}{g} \right. \\ \left. \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{3} + \gamma \right) (k_1 \pm k_2)^2 h^2 \right] - \frac{(k_1 \pm k_2)h}{k_1 h k_2 h} \frac{\omega_1 \omega_2 h}{g} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

$$B_{\pm} \equiv (\omega_1 \pm \omega_2)^2 \frac{h}{g} \left[1 + \left(\frac{1}{3} + \gamma \right) (k_1 \pm k_2)^2 h^2 \right] \\ - (k_1 \pm k_2)^2 h^2 [1 + \gamma (k_1 \pm k_2)^2 h^2] \dots\dots\dots (29)$$

主要な角周波数を $\omega_1 = \omega + \Delta\omega/2$ と $\omega_2 = \omega - \Delta\omega/2$ で表すと、 $\Delta\omega$ は周波数差となり、基本角周波数 ω は相対水深 h/L_0 と関係づけられる。図-2 は、 G_+ と G_- に対するプーシネスク方程式と厳密解の違いを相対水深に対して示したものである。

和の成分に関しては、プーシネスク方程式は厳密解に比較して浅海域で若干過大評価の傾向にある。深海域と極浅海域ではその差が小さくなり、深海域では逆転する。拘束波となる差の成分に関しては、 h/L_0 が大きくなるに従って厳密解よりも低くなり、プーシネスク方程式から計算されるサーフビートのエネルギーが幾分小さくなる。もちろん、この結果は非線形干渉以外の機構による長周期波成分がない場合に有効で、入射波の方向分散の強い時や浅海域で砕波が発生している時は大きく異なっ

たものとなる。

4. 砕波減衰モデル

式 (1) で示したように、砕波によるエネルギー逸散は拡散型の減衰項で表示されている。この減衰モデルを用いた理由を以下に示す。

(1) 通常の砕波水深よりも摩擦減衰が小さくなるような深い水深で砕波が発生する可能性がある。

(2) 拡散型の減衰項は、幅広い周波数帯に適用できる。

本研究での減衰項の基本モデルは、Watanabe and Dibajnia (1988) の式を用いている。このモデルは摩擦型の砕波減衰を基礎にしており、拡散型に修正して用いた。図-3 に、砕波モデルのパラメータの定義を示す。砕波逸散関数 f_D は、波峰部での f_D の最大値 $f_{D,max}$ に従って、空間的に線形に変化する。

$$f_{D,max} = 2.5g^{3/2} \frac{s(h+\eta)}{\omega^2} \sqrt{\frac{|\bar{u}| - u_r}{h(u_s - u_r)}} \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 s は等価底面勾配、 u_r は再生波の流速、 u_s は plane slope での流速、そして $|\bar{u}|$ は対象点での流速振幅である。 u_r と u_s は経験的に決められる (Isobe, 1987)。

ここで、 C は、式 (20) の分散関係式から計算される位相速度。等価底面勾配 s は、流速ベクトル u の各時刻での方向に沿ってとられる勾配で、

$$s = \nabla h \cdot e_u \equiv \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta_u + \frac{\partial h}{\partial y} \sin \theta_u, \quad \theta_u = \tan^{-1} \frac{v}{u} \dots\dots\dots (31)$$

波数の計算に用いる波長は、波の進行方向によって変換し、式 (32) で与えられる。

$$L = L_x / \cos \theta_u \dots\dots\dots (32)$$

ここで、 L_x は座標軸に沿った局所的な波長である。

5. サーフビートの数値計算

本モデルを現地の波浪場に適用する。現地観測は、太平洋に面した A 港で実施した。海底地形、港湾形状およ

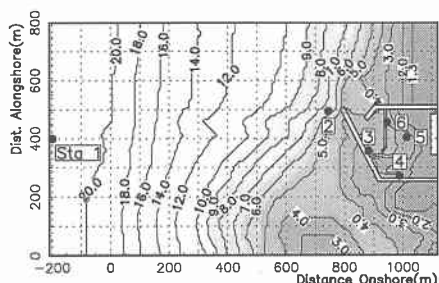


図-4 水深および観測値点

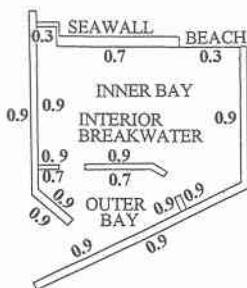


図-5 反射率の設定

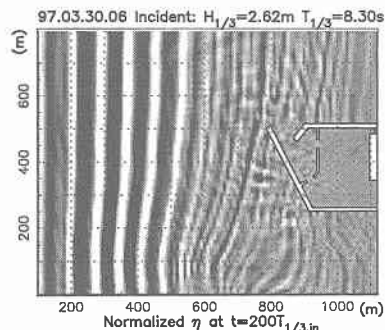


図-6 水位の空間分布

び波浪観測点を図-4に示す。現地観測の詳細は堀沢ら(1998)に詳しい。

数値計算は、Bretschneider-Mitsuyasu (B-M) スペクトルを用いる方法と Sta. 1 で観測された水面変動 $\eta(t)$ を用いる方法の2種類で行った。消波ブロックや岸壁の反射特性に関する既往資料を基に推定した反射率 r を図-5に示す。反射率は、周波数と波向によって変化するが、ここで示した反射率は、広い周波数帯での平均値で直角入射の場合のものである。

数値計算は、 $430 T_{1/3}$ (時間にして約1時間)について行った。表-1は、入射スペクトルをB-Mスペクトルにした場合と観測スペクトルにした場合のサーフビート波高 $H_{1/3}$ を比較したものである。B-M スペクトルを用いた場合は、自由波成分が含まれないため(理論拘束波の計算から、Sta. 1での拘束波と観測値とのrms比は0.54となっている)観測値を用いた場合の9割程度となる。これより、以後の計算は、観測値を用いて行う。

表-1 入射スペクトルの違いによるサーフビート波高比較

入射スペクトル	Sta. 1	Sta. 2	Sta. 3
観測スペクトル	0.309 m	0.214 m	0.226 m
B-M スペクトル	0.280 m	0.185 m	0.212 m

図-6から図-10は、観測期間中の最大入射波高時の計算結果を示したものである。図-6は、瞬間的な水位の平面分布を示したもので、港内へ侵入する波浪、屈折および港口での散乱波の発生が確認できる。

図-7(b)は、図-6と同じ時間での減衰関数 f_0 の分布を示したもので碎波の発生領域が示されている。碎波の発生は主防波堤前面および港口で発生している。これらは、港口での波が散乱波との干渉によって短波峰となることから、横断方向に碎波の発生する領域と発生しない領域が交互に現れている。比較的初期の f_0 は図-7(a)に示すように沖側で発生しており、港口からの散乱波の影響が少なく、交互に碎波域が現れない。

図-8は、各観測点の時系列について観測値と計算値

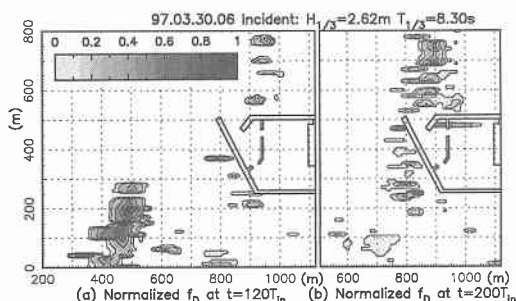


図-7 f_0 の空間分布

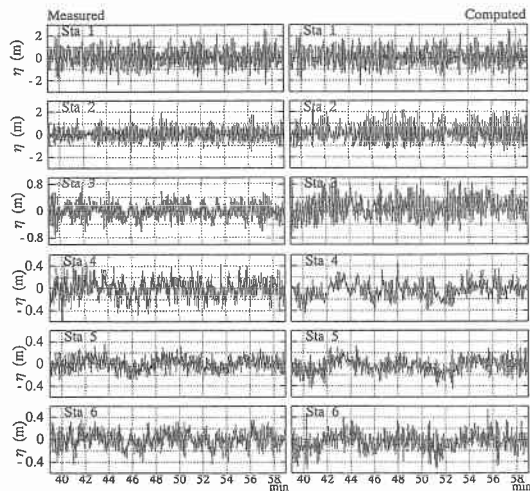


図-8 観測値と計算値の経時変化

を示したものである。波浪成分に比較してサーフビートが最も明瞭なのは港内側の St. 3-St. 6 である。図-9に各地点の周波数スペクトルを示す。観測値からサーフビートのエネルギーは、水深が浅くなるに従って増大する。港内でのエネルギーは、港口での減衰と港外での碎波減衰によって急激に減衰する。また、港内での低周波側のピークは防波堤近傍(St. 3, St. 4, St. 6)で突出してい

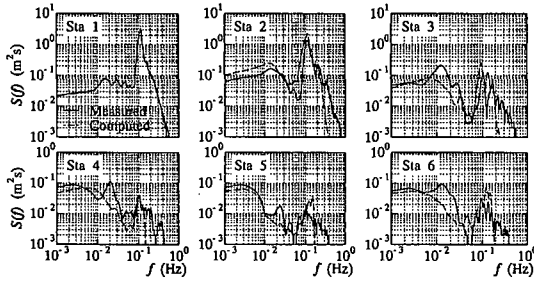


図-9 周波数スペクトルの比較

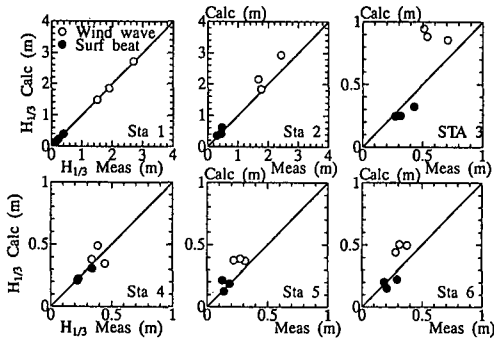


図-10 観測値と計算値の有義波高比較

る。

計算結果については、サーフビート成分のエネルギーは波動成分に対応してよく再現されている。ただし、ピーク周波数の再現性はあまりよくない。この原因として、方向分散性を無視したことが考えられる。

サーフビート成分と波動成分の有義波高の観測値と計算値の比較結果を図-10に示す。用いたケースは3ケースで、(1)最大有義波高(図-6から図-9で用いたケース)、(2)最大有義波周期、(3)通常波浪を用いた。観測時間はいずれも1時間である。波動成分とサーフビート成分の分離は、遮断周波数0.05 Hzとしたローパスフィルターによって行った。図-10から、サーフビート波高が計算値と観測値とで良く一致し、Sta.1からSta.2の間で増大しているのが確認できる。港内では、サーフビートの占める比率は高くなり、波動成分の波高が減衰するのに対し、壁面からの反射によってサーフビート波高は高い状態をとり続ける。ブーシネスク方程式モデルでは、浅海域での2次非線形干渉によって生成する差の成分である拘束波が低めに評価されるため、計算によるサーフビート波高は観測値よりも幾分低めとなる。また、水深の浅い領域での和の成分による波動成分の増加がモデルにおこり、波動成分の波高が過大評価される。

6. 結 論

拡張ブーシネスク方程式を用いて港湾内部における

サーフビートの推定を行った。本研究で得られた結論は以下の通りである。

(1) 構造物による任意反射率境界の取扱いとして流速を基本とした volume flux 法を提案した。

(2) 2成分波に対するブーシネスク方程式の計算から2次の非線形干渉波を計算し、厳密解と比較した。差の成分は幾分過小評価され、和の成分は相対水深の全領域で高めに評価する。

(3) 構造物からの反射波と散乱波による比較的深い水深での碎波を扱うため、碎波減衰項を改良した。

(4) 上記のモデルを組み込んだ拡張ブーシネスク方程式を、実際の港湾を含む波浪場へ適用しサーフビートを合理的に推定できることを示した。港内におけるサーフビートのピーク周波数の推定と波動成分のエネルギーの推定に問題はあるものの、有義波高とこれらの相対的なエネルギー比に関しては適切に本モデルで計算できる。

参 考 文 献

- 金山 進・清水琢三・磯部雅彦 (1994): ブーシネスク方程式を用いたサーフビート、水位上昇の平面二次元計算, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 61-65.
- 喜岡 渉・柏原謙爾・相川久紀・田中正博 (1996): 多方不規則波による港内副振動の予測モデルとその適用性, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 196-200.
- 谷本勝利・小舟浩治 (1975): 数値波動解析法による港内波高分布の計算, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 249-253.
- 出口一郎・榎木 亨・石川博英 (1994): 2成分波に拘束された長周期波の浅水変形と Boussinesq 方程式による解析, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 66-70.
- 堀沢真人・佐藤典之・背野利夫・Cruz, E. C.・大中 晋・早川 淳 (1998): 港内外長周期波の現地観測とその予測手法, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 301-305.
- Cruz, E. C.・石倉正英・背野利夫 (1997): 非線形分散波モデルを用いた開境界処理に関する研究, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 46-50.
- Guza, R. T. and E. B. Thornton (1985): Observations of surf beat. J. Geophys. Research, Vol. 90, C2, pp. 3161-3172.
- Isobe, M. (1987): A parabolic equation model for transformation of irregular waves due to refraction, diffraction and breaking, Coastal Eng. in Japan, Vol. 30, No. 1, pp. 33-47.
- Madsen, P. A., O. R. Sørensen and H. A. Schäffer (1994): Time domain modelling of wave breaking, runup, and surf beats, Proc. 24th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 460-473.
- Nwogu, O. (1994): Nonlinear evolution of directional wave spectra in shallow water, Proc. 24th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 467-481.
- Roelvink, J. A., H. A. Petit and J. K. Kostense (1992): Verification of a one-dimensional surf beat model against laboratory data, Proc. 23rd Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 960-973.
- Schäffer, H. A. and I. A. Svendsen (1998): Surf-beat generation on a mild slope, Proc. 21st Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1058-1072.
- Symonds, G., D. A. Huntley and A. J. Bowen (1982): Two dimensional surf beat: long wave generation by a time-varying break point., J. Geophys. Res., Vol. 87, C1, pp. 492-498.
- Watanabe, A. and M. Dibajnia (1988): A numerical model of wave deformation in surf zone, Proc. 20th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 578-591.