

砕波帯内における戻り流れの鉛直分布の理論とその再検討

平 山 秀 夫*

1. 緒 言

戻り流れ (undertow) は, 現象論的には, 砕波に伴う水表面付近での多量の岸向き水平流の補償流として, 古くから認識されていたが, それを力学的観点からより合理的に解析しようとする試みは, ラディエーション応力の存在が確認されてからである。

その後, Svendsen (1984) によって砕波帯内の波動流の解析に渦動粘性モデル式を適用する試みがなされた。しかしながら, 彼の理論の骨格は, 砕波に伴う surface roller (水表面付近に波速と同じ速度で移動する渦領域) の存在を仮定し, この surface roller による岸向き mass flux の推定値を求めることが不可欠である。さらには, d_i (波の谷の底面からの距離) から波の山 (crest) の領域での波動の物理量 (例えば, 渦度やせん断力等の特性値) 等の評価を取り込んでいないので, 砕波帯内の底面から平均水面までの全領域での戻り流れの鉛直分布を, 実用的観点から精度良くかつ簡単に推定するという点では, 必ずしも十分ではないように思われる。

その後わが国でも, この理論の改善という方向で多くの研究者 (例えば, 岡安ら, 1987, 1989; 土屋ら, 1986; 黒岩ら, 1995) によって追究され, その理論結果は, 実験値をある程度良く説明できる段階には到達しているものの, これらの理論は Svendsen の理論の延長線上にあり, 前述のようなこれらの理論の問題点はほとんど解消されていないように思われる。

さらに, 最近の実験的事実 (北條ら, 1996) によれば, 砕波帯の水表面付近には, surface roller の存在は確認できないとの報告もあり, 理論的アプローチの方法についても再検討の必要があるように思われる。

本研究は, これまでの理論の改善という観点から, 2 次元傾斜海岸上の鉛直全断面における戻り流れの鉛直分布の実用的な理論的表示法の確立を目指そうとするもので, これまでの一連の著者の研究 (1990, 1991, 1992, 1993) の継続である。

2. 砕波帯内における戻り流れの理論の骨格とその再検討

ここでは, これまでの方法と同様に, 渦動粘性係数モデルを適用するが, 特に本論文では, 砕波帯内の任意の地点での鉛直領域を, ①底面から d_i (トロフの底面からの高さ) と② d_i から水表面までの間, の 2 領域に分けて, それぞれの領域でせん断力の鉛直分布式が異なる直線分布で表示されると仮定して理論展開を行った。

(1) 基礎式

いま, 水平面内に作用する一周期平均のせん断力 $\bar{\tau}$ と定常流速 U の関係を示した渦動粘性係数モデル式は, 次式のように与えられている。(ここでは, 鉛直座標 z' は, 底面を原点として鉛直上方向を正とする。)

$$\bar{\tau} = -\overline{\rho u'w'} = \rho \nu_t \frac{\partial U}{\partial z'} \dots\dots\dots (1)$$

次に, 式 (1) のせん断力 $\bar{\tau}$ と渦動粘性係数 ν_t は, 岡安ら (1987) の実験結果より次式のように示されている。

$$\bar{\tau} = 0.0019 \rho c^2 (z' - d_i) + 0.0016 \rho c^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$\nu_t = 0.0013 cz' \dots\dots\dots (3)$$

ここで, $c = \sigma/k$ (=波速) である。

しかしながら, ν_t の値の係数は, ここではこれまでの研究成果から, 次式のように波の周期 (T) に関連付けて修正した結果を用いた。

$$\nu_t = (0.0065 T) cz' \dots\dots\dots (4)$$

$$\rho \nu_t = (0.0065 T \rho c) z' = f z' \dots\dots\dots (4)'$$

ここで, $f = 0.0065 T \rho c$ である。

また, 波動場内部の①領域でのせん断力 ($\bar{\tau}$) は, 一般的に鉛直方向には直線分布で表示できる (Svendsen, 1984) ことから, ここでは, 前述のように, 鉛直領域を① $\delta \sim d_i$ [δ : 底面境界層厚 ($= a' \sqrt{\nu T/\pi}$), a' : 境界層厚を規定する係数で, 水平床上では $a' = 4.1$ である。 (平山, 1990a)] ② $d_i \sim h$ (h : 平均水位) に分けて表し, それぞれの領域内で, 次式で表されると仮定した。

$$\text{① 領域: } \bar{\tau} = a z' + b \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{② 領域: } \bar{\tau} = a' z' + b' \dots\dots\dots (6)$$

a) ① ($\delta \sim d_i$) 領域の場合

式 (1) と (5) との関係より,

$$fz' \frac{\partial U}{\partial z} = az' + b \quad (7)$$

となり, この式は結局次式のようにおける.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial z} &= \frac{a}{f} + \frac{b}{f} \cdot \frac{1}{z} \\ &= A + \frac{B}{z} \end{aligned} \quad (8)$$

これを積分して, そのときの U を U_1 とすれば, 次式が得られる.

$$U_1 = Az' + B \ln z' + C_1 \quad (9)$$

従って, 底面条件である $z'=0 \equiv \delta$ での U_1 の値 (U_δ) は次式のように表される.

$$U_\delta = A\delta + B \ln \delta + C_1 \quad (10)$$

b) ② ($d_i \sim h$) 領域の場合

式 (1) と (6) との関係より,

$$fz' \frac{\partial U}{\partial z} = a'z' + b' \quad (11)$$

となり, a) の場合と同様にして, 結局, この領域の U を U_2 とすれば,

$$U_2 = A'z' + B' \ln z' + C_2 \quad (12)$$

となる. (ここで, $A'=a'/f, B'=b'/f$)

従って, 水面境界条件である水面渦度 (ω) は, 近似的に次式のように表すことが出来る.

$$\omega = \frac{\partial U_2}{\partial z} \Big|_{z=h} = A' + \frac{B'}{h} \quad (13)$$

以上の U_1 と U_2 の結果の表示式から明らかなように, U_1, U_2 を求めるには, 6 個の未知定数 (A, B, C_1, A', B', C_2) を決定しなければならない. 以下では, この 6 個の未知定数を決定するための条件式を示し, それらを用いて具体的に U_1, U_2 を求めることにする.

(2) 境界条件式

a) 水面条件式:

これは前述の式 (13) で表されるが, さらに従来の方法 (平山, 1992) に基づいて推定される次式の渦度 (ω) の式を用いた.

$$\omega = \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=h} = a^2 \sigma k^2 (2 + \beta) \coth kh \quad (14)$$

ここで, $a = H/2$ (H : 波高), $\sigma = 2\pi/T$, $k = 2\pi/L$, β : 渦度係数である.

b) 底面条件式:

これは, 前述の式 (10) を用いて, 次式のように与えられる.

$$U_1|_{z=0} \equiv U_1|_{z=\delta} = U_\delta \quad (15)$$

ここで, U_δ は平山 (1993) の式 (8) を用いた.

(3) 連続式

連続式は, 領域①と②を考慮して, 次式で表される.

$$\int_0^{d_i} U_1 dz' + \int_{d_i}^h U_2 dz' = 0 \quad (16)$$

(4) その他の付加的条件式

理論解 U_1 と U_2 を求めるには, 上述の境界条件式と連続式だけでは未知数すべてを求めることはできない. 従って, ここでは, さらに次の付加的条件式が必要である.

a) 運動の連続性の条件:

$z=d_i$ では, U_1 と U_2 及び $\bar{\tau}_1$ と $\bar{\tau}_2$ は同じでなければならないので, 次式が成立する.

$$U_1 = U_2 \quad \text{および} \quad \bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_2 \quad (z'=d_i) \quad (17)$$

すなわち, 次の 2 式が成立する.

$$Ad_i + B \ln d_i + C_1 = A'd_i + B' \ln d_i + C_2 \quad (18)$$

$$Ad_i + B = A'd_i + B' \quad (19)$$

b) 底面せん断力 ($\bar{\tau}|_{z=0}$) の設定

ここでは, 底面せん断力 ($\bar{\tau}_0$) としては, すでに実験的に求められている, 岡安ら (1987) の推定値を用いた.

$$\bar{\tau}_0 = \bar{\tau}|_{z=0} = -0.0003 \rho c^2 \quad (\text{at } z'=0) \quad (20)$$

3. 理論結果の導出

(1) 戻り流れの鉛直分布式 (U_1, U_2) の導出

まず, 式 (20) を式 (5) の $\bar{\tau}$ の式に適用すると, 次式が得られ, B が式 (22) のように求まる.

$$\bar{\tau}|_{z=0} = b = fB \quad (21)$$

$$B = \frac{b}{f} = -\frac{3c}{65T} \quad (22)$$

次に, 式 (10), (12), (16), (18), (19) 及び式 (22) の 6 つの式より A, B, C_1, A', B', C_2 に関する 6 元連立方程式を解けば, 他の未知定数 (A, C_1, A', B', C_2) も次式のように求まる.

$$B' = \text{付録の式 (1)} \quad (23)$$

$$A' = \text{付録の式 (2)} \quad (24)$$

$$A = A' + (B' - B)/d_i \quad (25)$$

$$C_1 = U_\delta - A\delta - B \ln \delta \quad (26)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= B'(1 - \ln d_i) + B(\ln d_i - \ln \delta - 1) \\ &\quad + U_\delta - A\delta \end{aligned} \quad (27)$$

従って, 以上求めた未知定数 (A, B, C_1, A', B', C_2) の値を, 式 (9) の U_1 と式 (12) の U_2 に, 代入すれば, 底面から水面までの鉛直全断面における戻り流れの鉛直分布が得られることになる. しかしながら, 戻り流れの鉛直分布 (U) を実際に算定するに当たっては, 式 (14) で表される水面渦度の定量的評価式 (例えば, 平山, 1997) の確立が不可欠である. ここでは, 次に示す方法によって, 概略の ω (渦度) の推定式を求めた.

(2) 水面渦度 (ω) の推定式の決定法

これまでの研究成果から明らかなように, 戻り流れの鉛直分布に及ぼす ω の影響は顕著であるが, まだ充分説

得力のある推定式は得られていない。

ここでは、前報(平山, 1992)で示した類似な方法で、式(14)中の β の値を実験データ(岡安ら, 1987)から逆算して得られる次式の推定式を適用した。

$$\beta = 80 / (h / H_0 \cdot h / h_b) \quad \dots\dots\dots (28)$$

従って、以下の図中に示した本理論結果の渦度 ω は、式(28)を式(14)に代入した結果を用いて計算した。

(3) セン断力(レイノルズ応力)の評価法

ここでは、以上に示した戻り流れの理論解析法に従って得られた結果に基づいて、碎波帯内の時間平均のせん断力の評価を行った。すなわち、領域①、②別に、それぞれ式(5)及び式(6)を用いて算定した。

① 領域の場合：

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= az' + b \\ &= f(Az' + B) \quad (f = 0.0065 T \rho c) \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

② 領域の場合：

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= a'z' + b' \\ &= f(A'z' + B') \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

これらの式(29)と(30)に(1)で示された式(22)～式(25)の A, B, A', B' を代入すれば、それぞれの領域で $\bar{\tau}$ が得られる。

また、実験値から推定した岡安ら(1987)のせん断力の実験式は次式のようになっている。

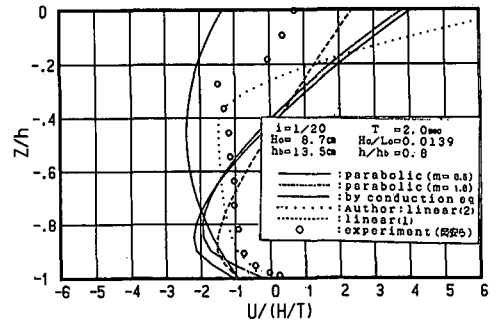
$$\bar{\tau} = 0.0019 \rho \frac{C^2}{d_t} (z' - d_t) + 0.0016 \rho c^2 \quad \dots\dots\dots (31)$$

本理論結果の $\bar{\tau}$ と岡安ら(1987)の実験値との比較は、その代表的なものを図-5に示す。

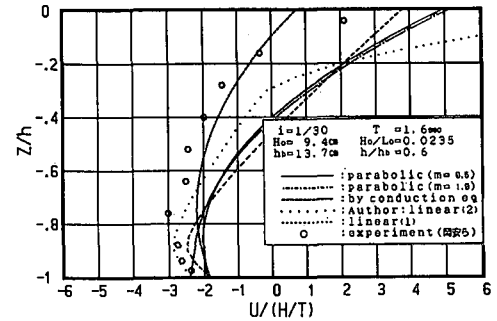
4. 本理論結果の特性と考察

(1) 本理論結果の一般的特性と従来の理論値及び実験値との適合性

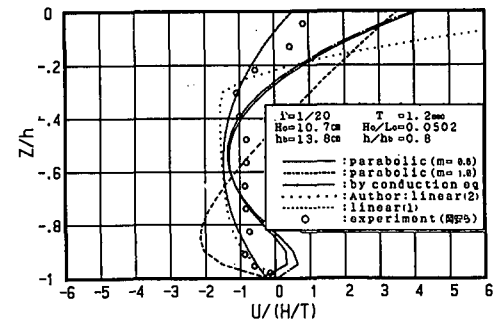
図-1(1)～(3)は、周期(T)の大小による、本理論値と他の理論値及び岡安ら(1987)の実験値との適合度を比較検討したものである。図の(1)に示すように、 $T = 2.0$ sと周期が長い場合には、本理論値は他のどの理論値よりも実験値に近く、特に、conduction方程式に基づく場合を除けば、他の理論は、実験値の分布傾向と大きく異なり、特に底面質量輸送速度が実験値との差異が顕著な程、その傾向が著しいようである。従って、本理論値は底面質量輸送速度が実験値と合致さえすれば、実験値の全般的分布傾向は十分な合致度で表現でき、さらに水面渦度を調整することによって、本理論値と実験値の合致度の精度は高めることができる。図の(2)は $T = 1.6$ sと T が比較的大きい場合の結果であるが、 $T = 2.0$ sに比べて、本理論値と他の理論値との差異も少なく、また実験値との適合度も大同小異であるが、分布傾向を含めた全般的合致度という観点からは、本理論値が最良で



(1) $T = 2.0$ s, $i = 1/20$, $h/h_b = 0.8$ の場合



(2) $T = 1.6$ s, $i = 1/30$, $h/h_b = 0.6$ の場合



(3) $T = 1.2$ s, $i = 1/20$, $h/h_b = 0.8$ の場合

図-1 本理論値と実験値及び他の理論値との比較

あるように思われる。図の(3)は、 $T = 1.2$ sと周期が比較的短い場合の結果で、この図から明らかなように、本理論値を除けば、他の理論値は実験値との適合度は悪く、特に $h/h_b = 0.7 \sim 0.5$ と岸側に位置する場合に、その特性が顕著である。また、他の理論値のうち、せん断力を2次放物線で表示した理論(平山, 1993)の鉛直分布は、底面付近で実験値や他の理論と全く異なる分布をしていることから、せん断力を2次曲線で表示できると仮定した理論は問題が多く、実際現象の説明には無理があるように思われる。

(2) 本理論値に及ぼす境界条件等の変化の影響

a) 戻り流れの鉛直分布に及ぼす渦度係数(β)の影響

図-2は、本理論結果の底面質量輸送速度を実験値に

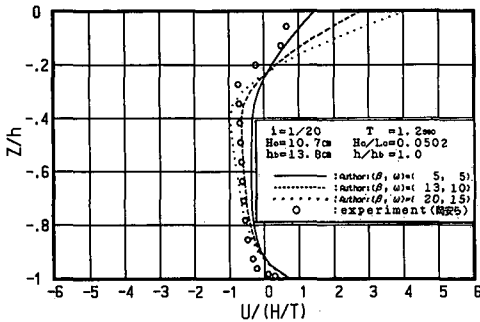


図-2 本理論に及ぼす水面渦度の影響

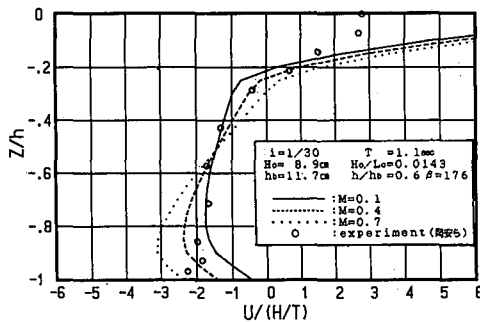


図-3 本理論に及ぼす底面質量輸送速度の影響

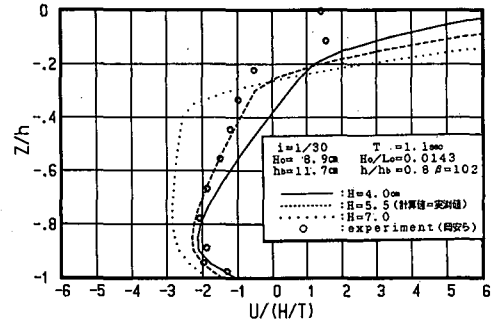
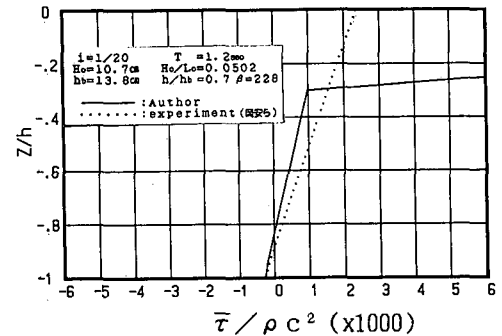


図-4 本理論に及ぼす波高推定値の変化の影響


 図-5 本理論値に基づくせん断力 ($\bar{\tau}$) の鉛直分布

合致するように修正したのち、水面条件の変化 (β の変化) による戻り流れの鉛直分布の変化特性を調べたもので、ここでは、それらの代表例である。この図から一般的に言えることは、まず、底面勾配や周期等の実験条件を変化させても、底面質量輸送速度さえ合致しておれば、戻り流れの鉛直分布の理論結果は水面渦度を適当に変化させれば、十分に精度よく実験値に合致させることができる。また、 $T=1.6\text{ s}$ 、 2.0 s と比較的長周期の場合には、周期の短い場合に比して水面付近での理論値と実験値の合致度が低下している。これは、波の周期によっては、 $z=d_i$ より上側におけるせん断力の鉛直分布の表示が単純な直線分布式では表示できないことを示唆しているものと思われる。

b) 戻り流れの鉛直分布に及ぼす底面質量輸送速度の影響

図-3 は、戻り流れの鉛直分布の変化に及ぼす底面質量輸送速度の影響を調べた結果の代表例を示したものである。図中の M の値は底面質量輸送速度を任意に変化させるための係数である。これらの図から明らかなように、波浪条件にかかわらず、底面質量輸送速度の大小の変化は戻り流れの鉛直分布の全般的傾向にはあまり影響を及ぼさないように思われる。

c) 戻り流れの鉛直分布に及ぼす波高変化の影響

図-4 は、戻り流れに及ぼす波高推定値の変化の影響

を調べたもので、計算値 [(岩垣ら (1981) の波高推算式を用いて計算したもの] を中心に大小変化させて、その分布傾向の変化を調べたものである。この図から、波高 (H) の推定値が約 $\pm 20\%$ 変化すると、戻り流れの鉛直分布の変化も著しく変化し、 H の変化の影響がかなり大きいことが明かである。このことは、 H の変化につれて底面質量輸送速度 (U_b) も変化することから、水面渦度は変化しないとした条件下でも、 H と U_b の変化が複合的に作用して、このような分布傾向の顕著な変化をもたらすものと思われる。

(3) 本理論値に基づくせん断力 ($\bar{\tau}$) の鉛直分布

図-5 は、理論値によるせん断力の値を式 (29) と (30) に基づいて計算した結果を実線で、一方、岡安らが実験値から逆算して示した $\bar{\tau}$ の推定式 (31) に基づいて計算した結果を点線で示したものである。点線で示した岡安らの推定式は本来、 $z=d_i$ のトラフレベル以下で成立する式であるので、 $z=d_i$ より上側 ($d_i \sim h$ の間) に適用することは問題であるが、ここでは、底面から平均水面まで岡安らの推算式が適用できると仮定して計算した。

この図から明らかなことは、まず底面から d_i までの領域では、 $h/h_0 \approx 1.0$ を除けば、本理論に基づく式 (29) と岡安らの推定式 (31) とはほぼ一致すること、しかし、 $z=d_i$ から h の領域では、両者には著しい差異があること、等である。このトラフレベルより上側で $\bar{\tau}$ が著しく

大きくなることは、戻り流れの鉛直分布の鉛直勾配が大きくなっていることから推測されることであるが、岡安らが示した実験結果とは分布傾向が異なっている。

5. 結 論

1) 本理論結果は従来のどの理論結果に比べて実験値との適合度が良好で、かつ実用的観点からも非常に有用であると思われる。

2) 戻り流れの鉛直分布は、底面条件にはあまり左右されないが、水面渦度等の水面条件及び推定波高の大小には敏感に反応する。

3) 砕波帯内のせん断力の鉛直分布の傾向は、trough level ($z=d_t$) で著しく変化する。

参 考 文 献

- 岩垣雄一・間瀬 肇・田中 剛 (1981): 不規則波の浅海変形モデルについて, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 104-108.
 岡安章夫・柴山知也・堀川清司 (1987): 砕波帯内定常流速場の鉛直分布に関する研究, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 31-35.
 岡安章夫・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989): 砕波帯におけるエネルギー収支と戻り流れのモデリング, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 31-35.

- 黒岩正光・孫 彰培・野田英明 (1995): 乱れの運動エネルギー輸送方程式を用いた渦動粘性係数と戻り流れの評価, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 111-115.
 土屋義人・山下隆男・植本 実 (1986): 砕波帯における戻り流れについて, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 31-35.
 平山秀夫 (1990a): 傾斜面上の砕波点付近における底面質量輸送速度に関する研究, 大阪府立高専研究紀要, Vol. 24, pp. 95-102.
 平山秀夫 (1990b): 砕波帯における質量輸送(戻り流れ)の鉛直分布に関する研究, 海岸工学論文集, 第37巻, pp. 41-45.
 平山秀夫 (1991): 砕波帯内における戻り流れと水面渦度の推定法に関する研究, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 76-80.
 平山秀夫 (1992a): 砕波帯内における水面渦度の推定法に関する研究, 大阪府立高専研究紀要, Vol. 26, pp. 43-51.
 平山秀夫 (1992b): 砕波帯内における水面渦度の推定式とそれに基づく戻り流れの鉛直分布の理論, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 71-75.
 平山秀夫 (1993): 砕波帯内における戻り流れの鉛直分布に関する理論的研究, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 66-70.
 平山秀夫 (1997): 砕波に伴って発生する水面渦とその渦度の推定法, 大阪府立高専研究紀要, Vol. 31, pp. 41-51.
 北條鉄也・真野 明 (1996): 粒子追跡法を用いた砕波帯での表面流速測定, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 46-50.
 Svendsen, I. A. (1984): Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Eng., Vol. 8, pp. 347-365.

付録

$$B = \frac{\omega \left(h\delta - \frac{h}{2} \right)^2 - B \left(h \ln d_t - h \ln \delta - \frac{1}{2} d_t - h + \frac{h\delta}{d_t} \right) - U_s h}{\frac{1}{2} d_t - \frac{h\delta}{d_t} + h \ln h - h \ln d_t + \delta - \frac{h}{2}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$A' = \frac{\omega \left(d_t - \frac{2h\delta}{d_t} + 2h \ln h - 2h \ln d_t \right) + B \left(2 \ln d_t - 2 \ln \delta - \frac{d_t}{h} - 2 + \frac{2\delta}{d_t} \right) + 2U_s}{d_t - \frac{2h\delta}{d_t} + 2h \ln h - 2h \ln d_t + 2\delta - h} \quad \dots\dots\dots (2)$$