

非対称振動流における底面境界層の乱流遷移特性

川村 育男*・田中 仁**・山路 弘人***
ムスタファ アタウス サマド****

1. 序 論

近年, 非線形波動運動を模擬した非対称振動流の実験的研究がいくつかなされているが, その多くはサーボモーターにより制御されたピストン運動により非対称振動を発生させている。これに対して, 著者ら (川村ら, 1997) は田中ら (1997) により提案された機械的な原理に基づく非対称振動流発生装置を用いて風洞実験を行っている。本論文では, 同じ実験装置を用いて行われたクノイド波動境界層を対象とする実験結果について報告する。また, 前傾化し, 波峰の前後での非対称性を有する波として, saw-tooth 波を対象に乱流モデルによる数値実験を行い, その乱流遷移特性を調べた。

2. クノイド波を対象とする実験の方法

図-1 に示すような, 実験装置を用いて風洞実験を行った。図に示されるような仕組みによりディスクの回転速度が一定でも, ピストンを往と復とで異なる移動速度で運動させ, 管路内にクノイド波にほぼ一致する流速場を発生させることができる。ディスクの回転速度を変えることにより異なるレイノルズ数について実験が行える。また, 田中ら (1997) により, 流速波形の非対称度を表すパラメータ $A_s = U_c / (U_c + U_r)$ はディスクの回転半径 a , ディスクの中心から支点までの距離 b と関連づけられているので, 様々な非対称度についても実験が行える。ここで, U_c , U_r はそれぞれ峰位相及び谷位相での流速の最大値である。

流速測定は水平管路部 (長さ 5 m, 幅 0.2 m, 高さ 0.1 m) の中央部において, 管路底面から管路中央までの 24 点についてレーザードップラー流速計を用いて行った。なお管路内壁面は滑面とし, サンプルング間隔は 10 ms で 50 波分のデータを取り, アンサンブル平均して 1 周期内の速度分布, 乱れ強度を得た。

また, 表-1 に実験条件を示す。なお, 表中の Case 1 は川村ら (1997) によって行われたものである。

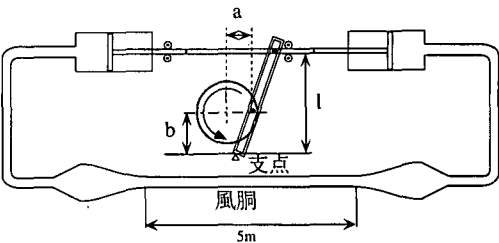


図-1 実験装置

表-1 実験条件

Exp.	T (s)	ν (cm ² /s)	A_s	R_s
Case 1	2.12	0.140	0.68	600
Case 2	1.58	0.143	0.70	702
Case 3	1.84	0.141	0.67	667

表中の T は周期, ν は動粘性係数を表し, R_s は式 (1) で定義される, 代表速度に峰での最大流速 U_c を用いたレイノルズ数であり, ω は角振動数である。

$$R_s = U_c \sqrt{2\nu/\omega} / \nu \dots\dots\dots (1)$$

3. 数値計算法

先述の風洞実験データを補完するために, $k-\epsilon$ モデルによる数値計算を行った。サナラ (1996) の研究によれば, 波動場においては Jones and Launder model (1972) の精度が優れているので, これを参考にして, Jones and Launder (1972) のモデルを用いて, クノイド波及び saw-tooth wave について計算を行った。このため, 計算は滑面の場合のみに限られる。

クノイド波動下の計算は, サナラ (1996, 1997) を参考にクノイド波第一近似解により境界層外縁での圧力勾配の変化を与え, $k-\epsilon$ モデルに基づく境界層内の計算を差分により行った。

* 正会員 工 修 (株)建設技術研究所 仙台支社技術第一部
** 正会員 工 博 東北大学教授 大学院工学研究科
*** 正会員 東北大学教務職員 大学院工学研究科
**** 正会員 M.Eng. 東北大学助手 大学院工学研究科

4. クノイド波動下での境界層特性

(1) セン断力

図-2(a), (b) にそれぞれ Case 1, Case 3 における壁面せん断力の時間変化を示す。また、同図には田中ら (1997) によるせん断力の層流解も示されている。図中のマークは実験により得られたせん断力を表しており、実線は層流解を表している。なお、本実験システムではせん断力を直接測定することはできないので、ここでは壁面近傍の流速勾配に動粘性係数をかけてせん断力を算出した。

図-2(a) より、Case 1 では層流解と実験値は非常に良い一致を示しており、この実験システムが精度良く機能していることが分かる。図-2(b) は Case 3 の実験結果であるが、 $R_\delta=667$ と、Hino et al. (1976) の正弦振動流における限界レイノルズ数である 550 を上回っているものの、層流解と実験結果はほぼ一致しており、流速分布を大きく破壊するほどの運動量輸送を伴った乱れはないことが分かる。

図-2(c) に $k-\epsilon$ モデルによる数値実験から得られたせん断力波形及び主流速波形を示す。同図は A_s が 0.8 の時のものである。また、図中のマークは田中ら (1997) によるせん断力の層流における解析解を表している。

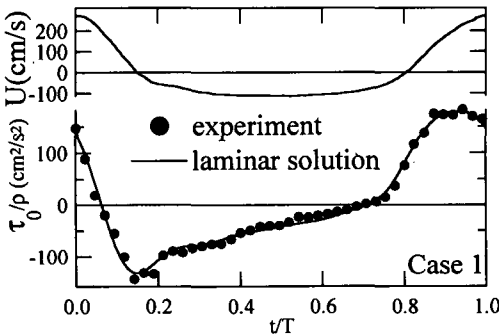


図-2(a) セン断力 (Case 1)

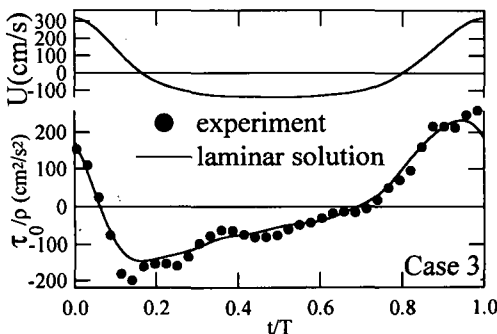


図-2(b) セン断力 (Case 3)

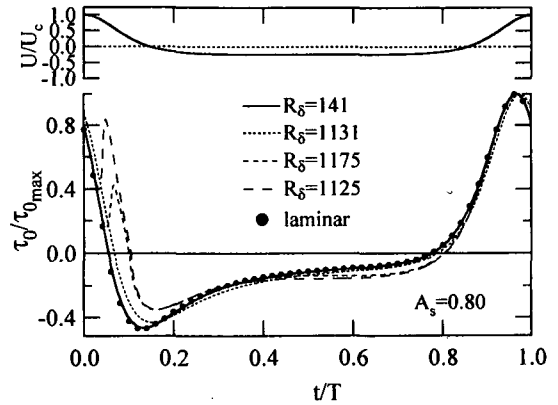


図-2(c) セン断力 ($A_s=0.8$)

$R_\delta=1131$ までは層流解と計算結果は非常に良く符合しているが、 $R_\delta=1175$ になると急激に層流解からはずれ、乱流に遷移していく様子が確認される。他の A_s についても同様な遷移の様子が確認された。また、非対称振動流下においては、せん断力波形が主流速の波形と大きく異なる形を示すことが分かる。

(2) 摩擦係数

図-3 に、異なる A_s について峰位相と谷位相における摩擦係数 f_{wc} , f_{wt} を示す。図中には、本実験から得られた摩擦係数と $k-\epsilon$ モデルによる数値計算の結果が示されている。

図中において $k-\epsilon$ モデルによる計算結果は $A_s=0.5$, 0.6, 0.7 のときのものである。ここで、摩擦係数の定義は田中ら (1997) に従っており、代表速度としては峰での流速を用いている。また、図中には Jonsson (1966) の正弦振動流における摩擦係数も示されている。 $A_s=0.5$, すなわち正弦振動流下における摩擦係数の数値計算結果は、 $R_\delta=550$ 近傍で層流解から急激にはずれていく様子がこの図より分かる。この結果は Hino et al. (1976) に

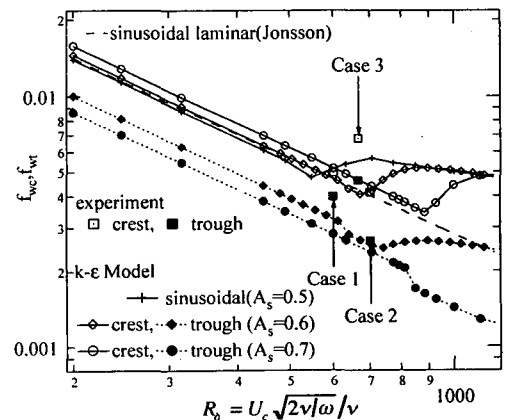


図-3 摩擦係数

よる限界レイノルズ数と一致しており、この数値計算の妥当性が確認される。この図から、実験と数値計算の結果は Case 3 については差があるものの、それ以外については良好な一致を示していることがわかる。 A_s が大きくなるに従い限界レイノルズ数も大きくなっているため Case 3 は $R_s=550$ よりも高いレイノルズ数であるにも関わらず、乱流域には達していないことがわかる。

(3) 乱流遷移図

実験結果並びに数値計算結果の乱流遷移判定は層流解からのずれをもって判断することとし、この点を定量的に評価するために以下のパラメータ γ を定義する。

$$\gamma = \sum_{i=1}^M \frac{|T_{0i}/T_{0\max}(\text{exa}) - T_{0i}/T_{0\max}(\text{exp})|}{M} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、添え字 (exa), (exp) はそれぞれ田中ら (1997) による層流におけるせん断力の解析解、及び実験または数値計算により得られた値を示す。また、 i は一周期内の位相を表すインデックスで、 M は一周期内の時間ステップ数である。式 (3) を数値計算結果に適用した結果、層流解とよく符合するレイノルズ数においては、いずれの A_s においても γ が 0.1 以下になることが確認されたので、 γ が 0.1 以下のものは層流状態にあるものとし、0.1 より大きいものは乱流状態にあると判断することにする。式 (2) を $A_s=0.7$ における数値計算結果、及び実験結果に適用した結果得られた遷移判定図を図-4 に示す。図-4 より、本実験ではいずれのケースにおいても γ は 0.1 以下になり、乱流には遷移していないことが分かった。

以上の判定基準に基づいた本風洞実験の実験データと数値計算結果、さらには灘岡ら (1994, 1996)、サナら (1997)、田中ら (1997) の実験データから図-5 の乱流遷移図を得た。著者ら (川村ら, 1997) は、クノイド波理論により A_s をアーセル数 U_r と結びつけているので、乱流遷移は $A_s \sim R_s$ 、または $U_r \sim R_s$ の二通りで表現することができる。図中において右軸は A_s を、左軸はアーセル

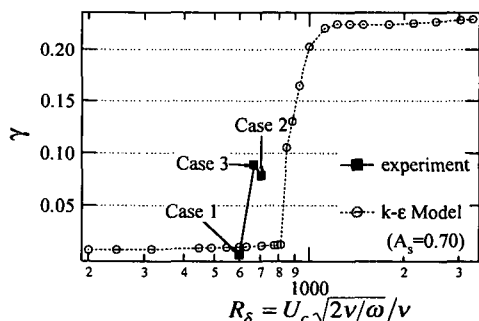


図-4 遷移判定図

数を表しており、白ぬきのマークは層流状態にあることを示し、黒印は乱流状態にあることを示している。図-5 から分かるように、クノイド波においては限界レイノルズ数を正弦振動流のように一義的に定められないので、 A_s をパラメータとして含む形で式 (3) のように求めた。

$$R_s = 550 + 8880(A_s - 0.5)^{2.16} \dots\dots\dots (3)$$

同式は、前報 (川村ら, 1997) に比べ、実験データを追加した分、前報の式形と幾分異なる。 $A_s=0.5$ (正弦振動流) では $R_s=550$ となり、従来の知見と矛盾しない式形を有する。

また、長波において、峰位相における水粒子の速度の最大値 U_c は、峰位相における自由表面の位置の最大値 η_c 、水深 h 、波高 H を用いて式 (4) で表すことができるので、式 (1) で定義されるレイノルズ数は式 (5) のようになる。

$$U_c = \eta_c \sqrt{\frac{g}{h}} = A_s H \sqrt{\frac{g}{h}} \dots\dots\dots (4)$$

$$R_s = A_s \frac{H}{h} \sqrt{gh} \frac{\sqrt{2\nu/\omega}}{\nu} \dots\dots\dots (5)$$

さらに、式 (5) を波長 L 、周期 T を用いて表すと式 (6) が導かれる。

$$R_s = A_s \frac{H}{h} \frac{L}{HT} \sqrt{\frac{H^2}{T\nu}} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、すでに A_s と $U_r = (H/h)^3 / (H/L)^2$ の関連づけはなされているので、式 (3) の乱流遷移限界式は、 H 、 T を与えることにより $H/h \sim h/L$ で表すことができる。図-6 に波の諸元で表した乱流遷移判定図を示す。図中には、Isobe (1985) によるクノイド波理論の適用限界 $U_r=25$ も示した。

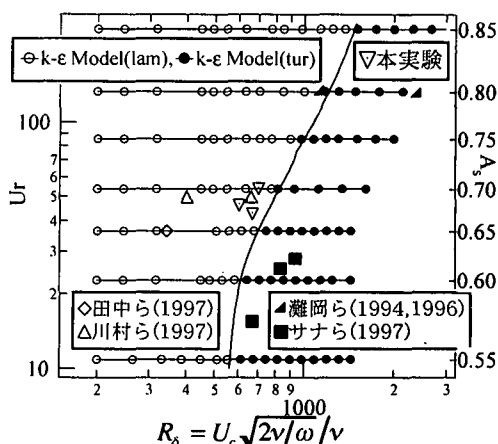


図-5 乱流遷移図

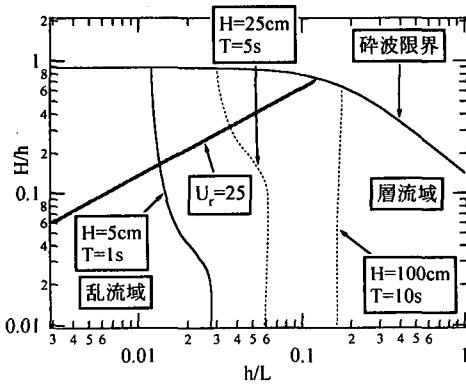


図-6 波の諸元で表した乱流遷移図

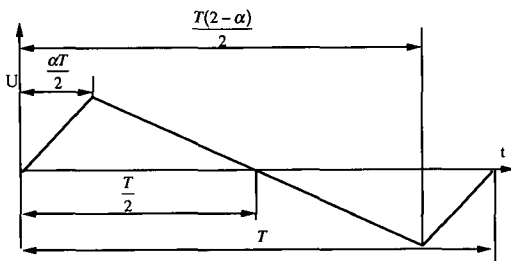


図-7 主流速波形図

5. saw-tooth wave の下での境界層特性

(1) 流速分布

前傾化した波の下での境界層特性を知るために、砕波帯内での前傾化した波動運動の近似式としてよく用いられる saw-tooth 波 (例えば, 浅野ら, 1989) について $k-\varepsilon$ モデルによる数値計算を行った。図-7 に saw-tooth 波の主流速波形図を示す。図中において α は 0 から 1 までの値を取る前傾化の度合いを表すパラメータで, $\alpha=0.5$ で波は前後対称となり, $\alpha<0.5$ で波は前傾, $\alpha>0.5$ で後傾となることを示す。なお, saw-tooth 波におけるレイノルズ数は次式で定義した。

$$RE = \frac{U_c^2}{\nu \omega} \quad (7)$$

図-8(a), (b) に $\alpha=0.3$ としたときの流速分布図を示す。図中で, z_h は計算における上端境界の高さである。図中のマークは浅野ら (1989) による層流解を表している。saw-tooth 波の層流境界層方程式は線形であるため, 境界層内流速分布の層流解析解は式 (8) のようにフーリエ級数で表される (浅野ら, 1989)。ここで, 式 (8) 中の係数は式 (9) で与えられるフーリエ係数で, $\beta_n = \sqrt{n\omega/2\nu}$ である。

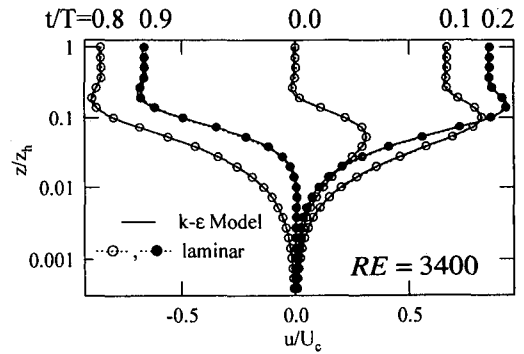


図-8(a) 流速分布 ($RE=3400$)

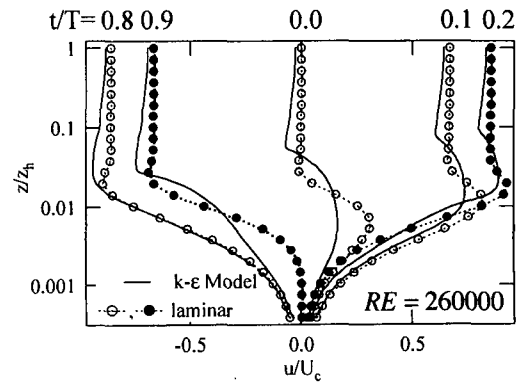


図-8(b) 流速分布 ($RE=260000$)

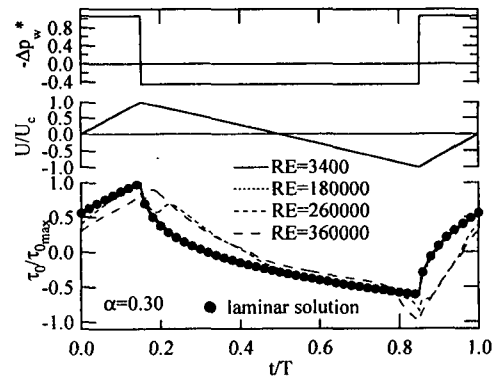


図-9 セン断力波形 (saw-tooth wave, $\alpha=0.30$)

$$\frac{u}{U_c} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n (\sin n\omega t - \exp(-\beta_n z) \sin(n\omega t - \beta_n z)) \quad (8)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi^2 \alpha (1-\alpha) n^2} \sin n\pi \quad (9)$$

図-8(a) は, $RE=3400$ の時の流速分布図であるが, マークで表される層流解と計算結果は非常によく一致し

ていることが分かる。一方、図-8(b)は $RE=260000$ のものであるが、層流解からのずれが確認され乱流に遷移していることが分かる。特に谷位相の減速期である $t/T=0.9$ において、顕著なずれが確認される。

(2) セン断力波形

図-9に $\alpha=0.3$ における数値計算の結果得られたせん断力波形図を主流速波形、圧力勾配波形とともに示す。ここで図中のマークは、式 (10) で表される層流解である。ただし、最大値 $\tau_{0\max}$ で無次元化して示した。

$$\tau_0 = \rho U_c \sqrt{\omega \nu} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sqrt{n} \sin\left(n\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \dots\dots\dots (10)$$

低レイノルズ数においては、層流解と計算結果は非常に良く一致していることから、この計算は精度良く行われていることが分かる。また、せん断力は圧力勾配が急激に変化する谷位相の減速期に大きく層流解からはずれ、乱流に遷移していく様子が分かる。

6. 結 論

(1) 田中ら (1997) により提案された非対称振動流発生装置を用いて非対称振動流の風洞実験を実施した。その成果と既往の実験結果、さらには $k-\varepsilon$ モデルによる広範囲な条件のもとでの数値実験結果とを合わせて、乱流遷移条件を定めた。

(2) saw-tooth 波においても、波の前後での非対称性により、波の峰位相・谷位相で顕著に異なる境界層特性が認められた。

謝辞：本研究に対して文部省科学研究費の補助を受けた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 浅野敏之・栗林健一・酒井哲郎 (1989): 前傾化した波の下での底面境界層の解析, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 6-10.
- アーマド サナ・田中 仁 (1996): 低レイノルズ数 $k-\varepsilon$ モデルの管内振動流への適用性に関する研究, 水工学論文集, 第40巻, pp. 779-785.
- アーマド サナ・田中 仁・山路弘人 (1997): Transitional behavior of asymmetric oscillatory boundary layers, 水工学論文集, 第41巻, pp. 651-656.
- 川村育男・田中 仁・山路弘人・アーマド サナ (1997): 非対称振動流の乱流遷移特性—正弦振動流との相違点に着目して—, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 136-140.
- 田中 仁・山路弘人・アーマド サナ・首藤伸夫 (1997): クノイド波を模擬する非対称振動流発生装置の提案とその基本的特性の検討, 土木学会論文集, No. 565/II-39, pp. 111-118.
- 田中 仁・ムトゥル スーマー・ヨルゲン フレッソー (1997): クノイド波動下における層流底面境界層の解析解とその実験的検証, 土木学会論文集, No. 572/II-40, pp. 85-90.
- 灘岡和夫・八木 宏・二瓶泰雄・野本康介 (1994): 非対称振動流の乱流構造特性について, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 141-145.
- 灘岡和夫・二瓶泰雄・八木 宏・野本康介 (1996): 非対称振動流の乱流構造特性—特にレイノルズ数依存性について—, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 441-445.
- Hino, M., M. Sawamoto and S. Takasu (1976): Experiments on transition to turbulence in an oscillatory pipe flow, J. Fluid Mech., Vol. 75, part 2, pp. 193-207.
- Isobe, M. (1985): Calculation and application of first-order cnoidal wave theory, Coast. Eng., Vol. 9, pp. 309-325.
- Jones, W. P. and B. E. Launder (1972): The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 301-314.
- Jonsson, I. G. (1966): Wave boundary layers and wave friction factors, Proc. 10th Int. Conf. Coast. Eng., pp. 127-148.