

$$+\frac{1}{2}\sum_{m=1}^M\sum_{l=m+1}^M\{[\varphi_{ml}^{(2)}(x,z)e^{i(\omega_m-\omega_l)t}]+*\} \dots\dots\dots (6)$$

$$D^{(2)}(t)=\frac{1}{2}\sum_{m=1}^M\sum_{l=m}^M\{[d_{ml}^{(2)}e^{i(\omega_m+\omega_l)t}]+*\} \\ +\frac{1}{2}\sum_{m=1}^M\sum_{l=m+1}^M\{[d_{ml}^{(2)}e^{i(\omega_m-\omega_l)t}]+*\} \dots\dots\dots (7)$$

なお、 $\varphi_m^{(2)}$ は 2 次オーダーまでの水面変動量には無関係であるため、以下、 $\varphi_m^{(2)}$ に関する定式化は省略する。

(2) 基礎方程式と境界条件

ここでは、中心線 $S_W(x=0)$ 、自由表面 S_F 、造波孔開口線 S_V 、水路底面 S_B および開境界 $S_T(x=x_T)$ で囲まれた領域の流体運動を考える (図-1 参照)。ただし、開境界 S_T は、造波孔近傍での減衰散乱波の影響が無視できる位置に設定することとする。1 次および 2 次オーダーのポテンシャル関数 $\varphi_m^{(1)}$ 、 $\varphi_{m\pm}^{(2)}$ に関する基礎方程式は、以下のラプラス方程式である。

$$\frac{\partial^2 \varphi_m^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_m^{(1)}}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_{m\pm}^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{m\pm}^{(2)}}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

境界面のうち S_W 、 S_B 、 S_V では、次の運動学的条件が与えられる。

$$\frac{\partial \varphi_m^{(1)}}{\partial n} = \frac{\partial \varphi_{m\pm}^{(2)}}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S_W, S_B) \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi_m^{(1)}}{\partial z} &= i\omega_m d_m^{(1)} \\ \frac{\partial \varphi_{m\pm}^{(2)}}{\partial z} &= i(\omega_m \pm \omega_l) d_{m\pm}^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{on } S_V) \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 n は流体から見て外向きの法線方向を表す。

自由表面 $S_F(z=\eta)$ では、運動学および力学的条件が与えられるが、これらを静水面 $S_{F0}(z=0)$ 回りでテイラー展開し、さらに $\zeta_m^{(1)}$ 、 $\zeta_{m\pm}^{(2)}$ を消去することにより、以下の境界条件が導かれる。

$$\frac{\partial \varphi_m^{(1)}}{\partial z} - \frac{\omega_m^2}{g} \varphi_m^{(1)} = 0 \quad (\text{on } S_{F0}) \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial \varphi_{m\pm}^{(2)}}{\partial z} - \frac{(\omega_m \pm \omega_l)^2}{g} \varphi_{m\pm}^{(2)} = \beta_{m\pm} \quad (\text{on } S_{F0}) \dots\dots\dots (13)$$

$$\beta_{m\pm} = -\frac{i}{2g} \left[\omega_m \varphi_m^{(1)} \frac{\partial^2 \varphi_l^{(1)*}}{\partial x^2} \pm \omega_l \varphi_l^{(1)*} \frac{\partial^2 \varphi_m^{(1)}}{\partial x^2} \right. \\ \left. \pm \frac{\omega_m \omega_l (\omega_m^2 \pm 2\omega_m \omega_l + 2\omega_m \omega_l^2 \pm \omega_l^3)}{g^2} \varphi_m^{(1)} \varphi_l^{(1)*} \right. \\ \left. + 2(\omega_m \pm \omega_l) \frac{\partial \varphi_m^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_l^{(1)*}}{\partial x} \right] \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $\varphi_l^{(1)*}$ は、和の成分 (β_{m+}) に対して $\varphi_l^{(1)}$ 、差の成分 (β_{m-}) に対して $\varphi_l^{(1)}$ の共役複素数をとるものとする。

一方、開境界位置 ($x=x_T$) では進行波成分のみが存在

すると仮定しているため、開境界の外側 ($x \geq x_T$) における 1 次オーダーのポテンシャル関数 $\varphi_m^{(1)}$ は、基礎方程式 (8)、底面条件 (10)、自由表面条件 (12) を満たす解として以下のように表現できる。

$$\varphi_m^{(1)} = A_m^{(1)} \frac{\cosh k_m(h+z)}{\cosh k_m h} e^{-ik_m x} \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $A_m^{(1)}$ は複素未定係数、 h は開境界での水深、 k_m は以下の分散関係式を満足する波数である。

$$k_m \tanh k_m h = \frac{\omega_m^2}{g} \dots\dots\dots (16)$$

2 次オーダーのポテンシャル関数 $\varphi_{m\pm}^{(2)}$ については、自由表面条件式 (13) の右辺が 0 となる場合の自由波成分、および $\beta_{m\pm}$ として式 (15) を代入することにより求められる拘束波成分の和として以下のように表現できる。

$$\varphi_{m\pm}^{(2)} = A_{m\pm}^{(2)} \frac{\cosh k_{m\pm}^{(2)}(h+z)}{\cosh k_{m\pm}^{(2)} h} e^{-ik_{m\pm}^{(2)} x} \\ + \alpha_{m\pm} \frac{\cosh(k_m \pm k_l)(h+z)}{\cosh(k_m \pm k_l) h} e^{-i(k_m \pm k_l)x} \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha_{m\pm} = iA_m^{(1)} A_l^{(1)*} [\omega_m \omega_l (\omega_l^2 \pm \omega_m^2) - g^2 (k_l^2 \omega_m \pm k_m^2 \omega_l) \\ - 2g^2 k_m k_l (\omega_l \pm \omega_m) (1 \mp \tanh k_m h \tanh k_l h)] \\ / [2g^2 \{(\omega_m \pm \omega_l)^2 - g(k_m \pm k_l) \tanh(k_m \pm k_l) h\}] \dots\dots\dots (18)$$

ただし、 $A_{m\pm}^{(2)}$ は複素未定係数、 $k_{m\pm}^{(2)}$ は 2 次オーダー自由波の波数であり以下の分散関係式を満足する。

$$k_{m\pm}^{(2)} \tanh k_{m\pm}^{(2)} h = \frac{(\omega_m \pm \omega_l)^2}{g} \dots\dots\dots (19)$$

式 (17) の $A_{m\pm}^{(2)}$ が 2 次オーダー自由波のポテンシャル振幅を表している。

また、水面変動量に関する式 (2) および式 (5) における $\zeta_m^{(1)}$ 、 $\zeta_m^{(2)}$ 、 $\zeta_{m\pm}^{(2)}$ は S_{F0} での力学的条件より、以下のように入えられる。

$$\zeta_m^{(1)} = -\frac{i\omega_m}{g} [\varphi_m^{(1)}]_{z=0} \dots\dots\dots (20)$$

$$\zeta_m^{(2)} = -\frac{1}{4g} \sum_{m=1}^M \left[\left| \frac{\partial \varphi_m^{(1)}}{\partial x} \right|^2 - \frac{\omega_m^4}{g^2} |\varphi_m^{(1)}|^2 \right]_{z=0} + \frac{Q^{(2)}}{g} \dots\dots\dots (21)$$

$$\zeta_{m\pm}^{(2)} = -\frac{i(\omega_m \pm \omega_l)}{g} [\varphi_{m\pm}^{(2)}]_{z=0} - \frac{1}{2g} \left[\frac{\partial \varphi_m^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_l^{(1)*}}{\partial x} \right. \\ \left. \pm \frac{1}{g^2} \omega_m \omega_l (\omega_m^2 \pm \omega_m \omega_l + \omega_l^2) \varphi_m^{(1)} \varphi_l^{(1)*} \right]_{z=0} \dots\dots\dots (22)$$

ここで、式 (21) の $Q^{(2)}$ はヘルヌイ定数であり、 $x \rightarrow \infty$ で $\zeta_m^{(2)} \rightarrow 0$ という条件を課すものとする。式 (15) および式 (21) より、 $Q^{(2)}$ は以下のように表せる。

$$Q^{(2)} = \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M \left[\left(k_m^2 - \frac{\omega_m^4}{g^2} \right) |A_m^{(1)}|^2 \right] \dots\dots\dots (23)$$

(3) 境界積分方程式

ポテンシャル関数 $\varphi_m^{(1)}$ 、 $\varphi_{m\pm}^{(2)}$ が調和関数であることが

ら, $S_w, S_{F0}, S_v, S_B, S_r$ で囲まれた領域にグリーンの公式を適用する。

まず, 1 次オーダーでは, 境界条件式 (10), (11), (12), (15) をグリーンの公式に代入することにより, 以下の境界積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha^*(P)\varphi_m^{(1)}(P) &+ \int_{S_w \cup S_{F0} \cup S_v \cup S_B} \varphi_m^{(1)} \frac{\partial G}{\partial n} ds \\ &+ e^{-ik_m x_r} A_m^{(1)} \int_{S_r} \frac{\cosh k_m(h+z)}{\cosh k_m h} \left\{ \frac{\partial G}{\partial n} + ik_m G \right\} ds \\ &- \frac{\omega_m^2}{g} \int_{S_{F0}} \varphi_m^{(1)} G ds = -i\omega_m d_m^{(1)} \int_{S_v} G ds \quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$G = -\ln r \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで, $\varphi_m^{(1)}(P)$ は境界線上の点 P における $\varphi_m^{(1)}$, $\alpha^*(P)$ は点 P の両側の境界線がなす内角, r は点 P と各境界上の点までの距離を表す。式 (24) を数値的に解くことにより, S_r を除く境界面上での $\varphi_m^{(1)}$ および開境界での未定係数 $A_m^{(1)}$ が求められる。

2 次オーダーのポテンシャル関数 $\varphi_{m\pm}^{(2)}$ についても同様に, 境界条件式 (10), (11), (13), (17) を考慮すれば, 以下の境界積分方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \alpha^*(P)\varphi_{m\pm}^{(2)}(P) &+ \int_{S_w \cup S_{F0} \cup S_v \cup S_B} \varphi_{m\pm}^{(2)} \frac{\partial G}{\partial n} ds \\ &+ e^{-ik_{m\pm} x_r} A_{m\pm}^{(2)} \int_{S_r} \frac{\cosh k_{m\pm}^{(2)}(h+z)}{\cosh k_{m\pm}^{(2)} h} \left\{ \frac{\partial G}{\partial n} + ik_{m\pm}^{(2)} G \right\} ds \\ &- \frac{(\omega_m \pm \omega_i)^2}{g} \int_{S_{F0}} \varphi_{m\pm}^{(2)} G ds = -i(\omega_m \pm \omega_i) d_{m\pm}^{(2)} \int_{S_v} G ds \\ &+ \int_{S_{F0}} \beta_{m\pm} G ds - \alpha_{m\pm} e^{-i(k_m \pm k_i)x_r} \\ &\times \int_{S_r} \frac{\cosh(k_m \pm k_i)(h+z)}{\cosh(k_m \pm k_i)h} \left\{ \frac{\partial G}{\partial n} + i(k_m \pm k_i)G \right\} ds \\ &\dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

1 次オーダー計算で求められた $\varphi_m^{(1)}$, $A_m^{(1)}$ を式 (26) の $\alpha_{m\pm}$, $\beta_{m\pm}$ に代入することにより, S_r を除く境界面上での $\varphi_{m\pm}^{(2)}$ および $A_{m\pm}^{(2)}$ が求められる。なお, 開境界外部でのポテンシャルについても $A_m^{(1)}$ と $A_{m\pm}^{(2)}$ を用いて式 (15) と式 (17) から計算できる。

(4) 制御自由波の造波法

所与のスペクトルに対して不規則波を発生させるためには, まず, 対象とする全周波数帯域で自由波の造波効率を求めておく必要がある。式 (15) を式 (20) に代入すると, 進行波成分のみによる水面変動振幅 $\xi_m^{(1)}$ が次のように表される。

$$\xi_m^{(1)}(x) = -\frac{i\omega_m}{g} A_m^{(1)} e^{-ik_m x} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここでは, 便宜上, $x=0$ における $\xi_m^{(1)}$ をピストン振幅 $d_m^{(1)}$ で除したものを複素造波効率 $E(\omega_m)$ として定義しておく。すなわち,

$$E(\omega_m) = -\frac{i\omega_m}{g} \frac{A_m^{(1)}}{d_m^{(1)}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

このように造波効率を複素数で表すことにより, ピストン運動と水面波形の位相差についても造波効率の情報に含めておくことができる。

次に, この造波効率を用いて, 与えられた 1 次オーダー成分波のスペクトルに対応した 1 次オーダーのピストン変位 $d_m^{(1)}$ ($m=1, \dots, M$) を求めておき, それを入力として上記の境界積分方程式法による非線形波動場の解析を行う。その際に, 2 次オーダーのピストン変位 $d_{m\pm}^{(2)}$ を 0 としておけば, 寄生自由波成分のポテンシャル振幅 $A_{m\pm}^{(2)}$ が計算できる。この寄生自由波成分を相殺するための制御自由波成分のポテンシャル振幅が $-A_{m\pm}^{(2)}$ となればよいわけであるから, 制御自由波成分を発生させるための造波信号 $d_{m\pm}^{(2)}$ は結局以下のように与えられる。

$$d_{m\pm}^{(2)} = \frac{i(\omega_m \pm \omega_i)}{g} \frac{A_{m\pm}^{(2)}}{E(\omega_m \pm \omega_i)} \quad \dots\dots\dots (29)$$

式 (29) で示される 2 次オーダーのピストン変位を用いて波動場を再計算すれば, 開境界における自由波成分の振幅 $A_{m\pm}^{(2)}$ が 0 となっていることが確認できる。

3. 造波実験による検証

(1) 実験水路

図-2 に示される実験水路を用いて, 本造波理論の検証を行った。水路の幅は 40 cm であり, ピストン部の形状は前報 (大山・土田, 1997) と同様である。水深 h は 30 cm, 造波孔開口幅は 15 cm で一定とし, 開口部の形状は剥離渦の影響をできるだけ抑えるために図-2 に示すようなノズル形とした。

実験では, 自由波制御を行うケースと行わないケース (線形造波理論を用いる場合) に対して, 規則波, 2 成分波 (1 次オーダー成分の数が 2) および多成分不規則波を造波した。

(2) 規則波に対する比較

ここではまず, 線形理論に基づいて規則波を造波させた場合に発生する寄生自由波の特性に関して, 本理論による結果を示す。図-3 は, 寄生自由波の振幅 a_F と拘束波の振幅 a_B の比, および造波孔中心位置 ($x=0$) におけるこれらの位相差 $\Delta\epsilon$ の周波数特性を示したものである。ただし, 横軸の ω は 1 次オーダー成分の角振動数であり, 寄生自由波と拘束波の角振動数は 2ω である。

$\omega \rightarrow 0$ の長波領域では, 前報で仮定したように, 寄生自由波は拘束波と同振幅で逆位相を有している。このような長波領域での寄生自由波の特性は, ピストン型造波装置でも同様である (合田・賀川, 1997)。振幅比 a_F/a_B は $\omega^2 h/g = 0.55$ で最大となり, この周波数では拘束波よりも 40% 程度振幅の大きな寄生自由波が発生する。しか

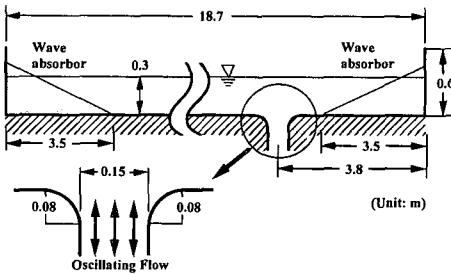


図-2 実験水路の形状

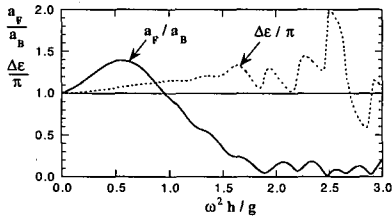
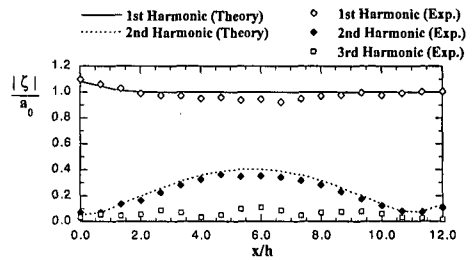


図-3 寄生自由波と拘束波の振幅比と位相差の周波数特性

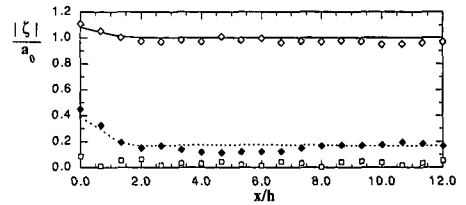
し、寄生自由波の位相は、この周波数近傍でも拘束波とほぼ逆位相となっており、上記の長波近似 $a_F/a_B=1$ 、 $\Delta\epsilon/\pi=1$ を用いて制御自由波を発生したとしても、寄生自由波の振幅はある程度低減できる。

ω がさらに大きくなると a_F/a_B は減少し、寄生自由波の波長が造波孔開口幅と同程度のオーダーになる $\omega^2 h/g \geq 1.7$ では、 a_F は最大でも a_B の 20% 程度となる。また、位相差 $\Delta\epsilon$ の特性もかなり複雑になる。このような高周波数帯域で長波近似に基づく自由波制御を行うと、制御自由波によってむしろ波形が乱れてしまうことになる。

図-4 は、 a_F/a_B がほぼピークとなる $T=1.5$ s ($\omega^2 h/g=0.54$) の規則波を造波した場合について、各周波数成分の振幅を実験値と解析結果と比較したものであり、(a) に自由波制御を行わなかったケース、(b) に自由波制御を行ったケースの結果を示している。図中、 a_0 は造波信号を作成する際に入力データとして用いた 1 次オーダー成分の振幅であり、この実験では $a_0=2.9$ cm ($a_0/h=0.098$) とした。これらの図に示されるように、自由波制御を行わなかったケースでは拘束波と寄生自由波の干渉により 2 倍周波数成分の振幅が空間的に変化するのに対して、本理論に基づく自由波制御を行うことにより、寄生自由波の発生が抑えられている。実験結果には 3 次オーダー以上の非線形効果も若干現れているが、基本周波数成分および 2 倍周波数成分に関する本解析結果との一致は良好である。図-4(b) に示されるように、この波浪条件における拘束波成分の無次元振幅は 0.17 である。これに対して、図-4(a) の $x/h=6.0$ における 2 倍周波数成分の最大無次元振幅 (計算値) は 0.40 であり、拘束波



(a) 自由波制御を行わなかった場合



(b) 自由波制御を行った場合

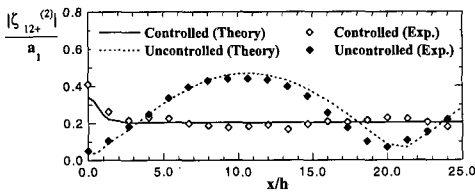
図-4 規則波造波時の各周波数成分の振幅分布 ($\omega^2 h/g=0.54$, $a_0/h=0.098$)

振幅の 2 倍を上回っていることから寄生自由波が拘束波よりも大きな振幅を有していることがわかる。

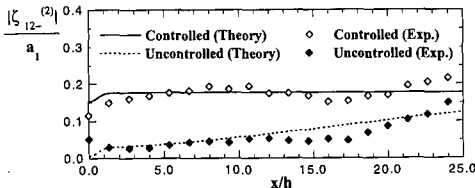
(3) 2 成分波および多成分不規則波の比較

図-5 は、 $\omega_1 \sqrt{h/g}=0.687$ 、 $\omega_2 \sqrt{h/g}=0.534$ 、 $a_1/h=a_2/h=0.043$ (ω_1, ω_2 : 1 次オーダー成分の角振動数、 a_1, a_2 : 1 次オーダー成分の振幅) の 2 成分波造波時における和と差の周波数成分の振幅分布を示したものである。この場合、理論的に求められた寄生自由波と拘束波の振幅比は、和の波で 1.30、差の波で 0.83 である。自由波制御を行わなかった場合の和の周波数成分 (図-5(a)) については、実験により得られたビート長が解析結果よりも若干短くなっているが、これは 3 次オーダー以上の非線形効果によるものと推測される (大山・灘岡, 1992)。また、差の成分に対する実験結果 (図-5(b)) には、波長の短い変動が現れているが、これは水路端部からの反射による部分重複波の影響と考えられる。ただし、規則波の場合と同様、2 成分波に対しても寄生自由波の発生が抑えられていることから、本理論により実用上十分な自由波制御が可能であることがわかる。

図-6 は、多成分不規則波のスペクトルに関して、実験結果と 2 次オーダー理論解を比較したものである。1 次オーダーの造波信号としては、 $T_{1/3} \sqrt{g/h}=10.3$ 、 $H_{1/3}/h=0.2$ ($T_{1/3}$: 有義波周期、 $H_{1/3}$: 有義波高) に対する Bretschneider 型のスペクトルを用いて、 $0.5f_p \leq f \leq 2.0f_p$ (f : 周波数、 f_p ピーク周波数) の周波数帯域で 50 成分を与えた。この場合、1 次オーダー成分波間の和と差の周波数を持つ制御自由波の周波数帯域は、 $0 < f \leq 4.0f_p$ となるが、本造波装置における造波効率上の問題から $0.2f_p \leq f$



(a) 和の周波数成分波の振幅



(b) 差の周波数成分波の振幅

図-5 2成分波造波時の和と差の周波数成分の振幅
 $(\omega_1\sqrt{h/g}=0.687, \omega_2\sqrt{h/g}=0.534, a_1/h=a_2/h=0.043)$

$\leq 2.0f_p$ の範囲の制御自由波のみを与えた。図-6 に示されるように、自由波制御を行わなかった場合には $ff_p < 0.6$ (f_p : ピーク周波数) の長周期帯域でスペクトル値がかなり小さく、また短周期帯域 ($ff_p > 1.6$) でも理論解とずれているのに対して、自由波制御を行ったケースでは水路両端からの反射の影響が現れる $ff_p \leq 0.6$ を除いた広い周期帯域で理論解と一致していることから、本造波法が一般的な不規則波に対しても十分に有効であることがわかる。

図-7 は、不規則波中に含まれる長周期成分 ($0.3 \leq ff_p \leq 0.6$) の波形を比較したものである。自由波制御を行うことにより、非線形不規則波理論に基づく長周期波が水路内で精度良く再現されている。このことは、不規則波中の大型浮体の長周期動揺などの実験を行う際に、本造波理論が非常に有効であることを示している。

5. おわりに

1 次オーダー理論に基づいて不規則波を造波する際の寄生自由波成分の振幅と位相を理論的に求め、これを相殺する 2 次オーダーの制御自由波成分を発生させることにより、非線形不規則波理論に基づく波動場を実験水路内に形成させることが可能となった。前報では、寄生自由波が拘束波と同振幅であるという長波仮定を用いてい

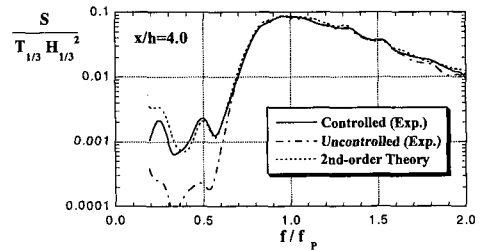


図-6 多成分不規則波のパワースペクトルの比較
 $(T_{1/3}\sqrt{g/h}=10.3, H_{1/3}/h=0.2, x/h=4.0)$

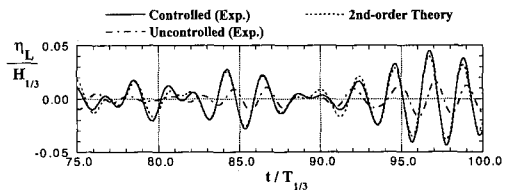


図-7 不規則波中の長周期成分 ($0.3 \leq ff_p \leq 0.6$) の比較
 $(T_{1/3}\sqrt{g/h}=10.3, H_{1/3}/h=0.2, x/h=4.0)$

たが、本理論では寄生自由波の周波数特性が考慮されているため、より一般的な不規則波に適用できる。規則波、2 成分波、広帯域不規則波に対する実験結果から、本造波理論が十分に妥当であることを検証した。

参考文献

- 池野正明・田中寛好 (1995): 自由長波制御により造波された波群長周期波の浅水・砕波変形と構造物による重複波の特性, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 156-160.
- 大山 巧・灘岡和夫 (1992): 潜堤を通過する非線形波列の分裂現象の解析, 土木学会論文集, No. 450/II-20, pp. 31-40.
- 大山 巧・土田 充 (1997): 非線形波動場を対象とした自由波制御型無反射造波法, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 11-15.
- 合田良実 (1964): 鉛直振動流による造波の理論について, 第 11 回海岸工学講演会講演集, pp. 69-73.
- 合田良実・賀川真有 (1997): 造波水路内の波峰分裂メカニズムについて, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 6-10.
- Barthel, V., E. P. Mansard, S. E. Sand and F. C. Vis (1983): Group bounded long waves in physical models, Ocean Eng., Vol. 10, pp. 261-294.
- Sand, S. E. and B. Donslund (1985): Influence of wave board type on bounded long waves, J. Hydraulic Res., Vol. 23, pp. 147-163.
- Sand, S. E. and E. P. D. Mansard (1986): Reproduction of higher harmonics in irregular waves, Ocean Eng., Vol. 13, No. 1, pp. 57-83.