

霞ヶ浦高浜入りににおける日成層形成時の湾水交換の 数値シミュレーション

銭 新*・石川 忠晴**・西部 隆宏***

1. はじめに

閉鎖水域では、日々の日射により水温差 1°C 程度の弱い水温成層（日成層）が形成される。日成層が形成されている時間帯には鉛直方向の混合が抑制され、吹送流の移流分散性が高まるため、水域間の水交換や物質交換が効率的に生じるものと考えられる。

本研究で対象とする高浜入りは霞ヶ浦の北側にある大きな入江の一つであり、湖心部よりも富栄養化が進んでいる。このため、高浜入り湾口における湖水交換が湖全体の水質変化に大きな影響を及ぼしていると推測されている。（銭・西部・石川、1996）

そこで本研究では、霞ヶ浦高浜入り湾口において、流速鉛直分布と水温分布の対応について現地観測するとともに、 $k-\varepsilon$ モデルによる三次元流動シミュレーションを行い、日成層形成時の湾水交換現象について検討した。

2. 現地観測

2.1 観測サイト及び観測方法

霞ヶ浦の平面図を図-1に示す。高浜入りと湖心部の境界に位置する霞ヶ浦大橋に、サーミスタチェーンと据え置き型超音波ドップラー流速計を設置し、1996年8月下旬から水温分布と流速分布を連続観測した。また、建設省湖心観測所にも同様のサーミスタチェーンを設置し、湖心部の成層状態を計測した。

水温測定にはメモリー式水温計（アレック電子製、MDS-T）を用い、測点間隔は50 cm、計測時間間隔は10分とした。また、超音波ドップラー流速計（SonTek, ADP, 1.5 MHz）は湖底に設置し、鉛直セルサイズは50 cm、計測時間間隔は5分に設定した。なお霞ヶ浦大橋の計器設置地点と湖心観測所の水深は両方とも6 mであった。

2.2 観測結果

霞ヶ浦大橋での水温観測結果の一例を図-2-1に示す。この図では横軸を時間、縦軸を水深とし、水温の高

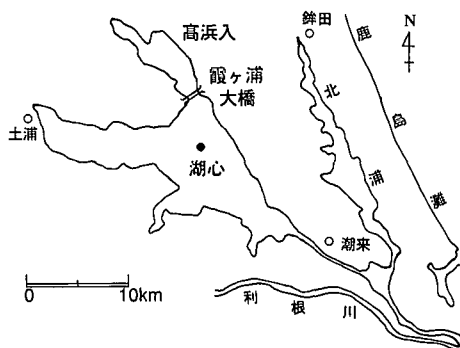


図-1 霞ヶ浦平面図

低を濃淡で表示している。日中に表層水温が上昇し午後から夜にかけて鉛直方向に一様化するという「日周期」を繰り返しながら、湖の平均水温が徐々に変化していく様子がおぼろげながら見てとれる。

一日単位の変動をさらに明確に捉えるために、全層平均水温の24時間移動平均を差し引くと図-2-3となる。この図では左上から右下への“斜めの構造”が日単位で現れており、水温躍層が午後後に形成された後に連行現象によって徐々に下降していることがわかる。

一方、流速観測から得られる流向変化を図-2-2に示す。この図は、高浜入りと湖心とをつなぐ水道主軸上（北から反時計回りに 30° ）の流向を示しており、正（白）が湖心から高浜入りに向かう流れ、負（黒）が高浜入りから湖心に向かう流れを表している。2、3時間の周期で流向がめまぐるしく変化しているが、これはセイシュであると考えられる。実際、霞ヶ浦長軸長（28 km）と平均水深（4 m）から計算されるセイシュ周期は2.5時間となり、図に現れている変動周期とほぼ一致する。そこで流速の元データに3時間移動平均をかけてセイシュ成分を取り除いて流向図を描くと図-2-4となる。

図-2-4には、図-2-3に対応した“斜めの構造”が現れている。すなわち、水温躍層が顕著に生じている時間帯には上下が反転した二層流が形成され、躍層の下降とともに流速変向点も下降している。したがって、日成層形成時に高浜入りと湖心部の湖水交換が活発になることがわかる。

* 学生会員 工修 東京工業大学大学院 環境理工学専攻

** 正会員 工博 東京工業大学教授 環境理工学専攻

*** 工修 日本貨物鉄道

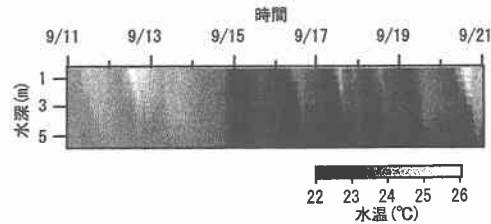


図-2-1 霞ヶ浦大橋での水温観測結果 (元データ)

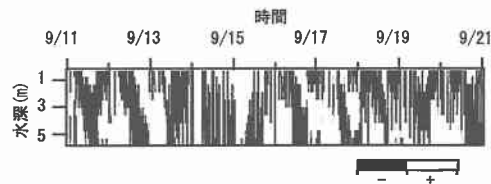


図-2-2 霞ヶ浦大橋での流向観測結果 (元データ)

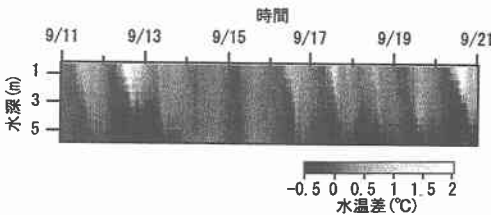


図-2-3 鉛直平均値のトレンドを取り除いた水温変動

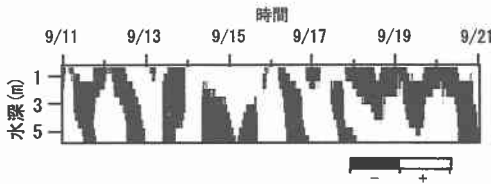


図-2-4 セイシュ成分を取り除いた流向変化

3. 数値計算モデルの概要

3.1 基礎方程式

前節に述べた水道部分の流れは湖全体の密度流現象に依っている。そこで $k-\epsilon$ モデルを用いて霞ヶ浦全体の三次元流動シミュレーションを行い観測結果と比較した。

基礎方程式は以下のとおりである。ただし z 方向の運動方程式にはブシネスク近似を施している。

x 方向の運動方程式：

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_L \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_L \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_r \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ = f_v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (1)$$

y 方向の運動方程式：

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_L \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_L \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_r \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ = -f_u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (2)$$

z 方向の運動方程式：

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_L \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_L \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_r \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \delta g \end{aligned} \quad (3)$$

乱れエネルギー k の保存式：

$$\begin{aligned} \frac{Dk}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_L \frac{\partial k}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_L \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_k \frac{\partial k}{\partial z} \right) \\ = P_r + G - \epsilon \end{aligned} \quad (4)$$

逸散率 ϵ の保存式：

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_L \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_L \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) \\ = C_1 \frac{\epsilon}{k} \{ P_r + (1 - C_3) G \} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

相対浮力 δ の保存式：

$$\begin{aligned} \frac{D\delta}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_L \frac{\partial \delta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_L \frac{\partial \delta}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_\delta \frac{\partial \delta}{\partial z} \right) = S \end{aligned} \quad (6)$$

連続式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

なお、

$$\begin{aligned} P_r = \nu_L \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$G = -C_4 g \nu_\epsilon \frac{\partial \delta}{\partial z}$$

$$\nu_T = \nu_0 + \nu_t = \nu_0 + C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, \quad \nu_L = 0.01 L^{4/3}$$

$$C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92, \quad C_3 = 1.0, \quad C_\mu = 0.09$$

$$\nu_k = \nu_T, \quad \nu_\epsilon = 0.77 \nu_T, \quad \nu_\delta = 1.2 \nu_T$$

ここに x, y は水平座標, z は鉛直上向き座標, u, v, w は x, y, z 方向の流速, t は時間, p は圧力, f はコリオリ係数 ($8.6 \times 10^{-5} \text{1/s}$), g は重力加速度である。また ν_t は渦動粘性係数, ν_T は実効動粘性係数。また ν_L は水平方向の拡散係数, L は計算メッシュサイズ, C_1, C_2, C_3, C_μ は $k-\epsilon$ モデル固有の係数であり, ここでは標準的な値を使用している。また C_4 は、水温分布が安定成層の場合には 1 だが、表面冷却に伴う局所的な不安定成層部分に対しては 1 より小さな値を取ると考えられる。すなわち重力不安定に伴うポテンシャルエネルギーが全て混合に有効なスケールの乱れに転換することはない。しかし

その程度は不明であるので、ここでは不安定時の C_4 をゼロとした。この設定は、夜間の鉛直混合をやや少な目に見積もることになる。

式(1)～(6)の時間項は陰解法で離散化し、空間微分項については有限体積法により完全隠形式で離散化し、SIMPLE アルゴリズムによって解いた(荒川, 1994)。

ところで SIMPLE アルゴリズムによる圧力補正式は、通常は水面を Rigid Lid として扱うために、水面変動に伴う流れを再現できない。しかし風による吹き寄せやセイシュなど水面変動に起因する流れは、浅い湖の運動量輸送で無視できない可能性がある。そこで、以下のような方法で、水面変動を考慮した圧力補正式を導いた。

静水圧分布を仮定すると、水面変動に伴う圧力増分は以下の式で表される。

$$p = \rho gh \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに h は水位である。式(8)を時間 t で微分し、水面における鉛直流速と静水圧増分を以下のように結び付ける。

$$w_s = \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)による静水圧変化を加えた圧力方程式を通常の SIMPLE 解法と同様の手順で式展開すると次式を得る。

$$(C + a_p) p_p = \sum_i a_i p_i - b_p + C(\bar{p}_p - p_p^*) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに a_i は各位置での圧力の係数、 p は圧力補正量、 b_p はそのメッシュにおける連続条件の残差である。また C は $\Delta x \cdot \Delta y / (g \Delta t)$ 、変数に付く $\sim$ は前の時間ステップの値、 $*$ は同じ時間の前の Iteration 値を表している。

なお、Rigid Lid として扱う場合は次式で表される。

$$a_p p_p = \sum_i a_i p_i - b_p \quad \dots\dots\dots (11)$$

すなわち式(10)の右辺第二項が水面変動の効果を表している。

なお具体的な計算手順は、通常の SIMPLE 解法と同様に緩和法で p を算出し、 p , u , v , w , を補正するものである。

3.2 境界条件

流速の境界条件は以下のように設定した。まず水面での応力条件は次式で与えられる。

$$\nu_T \frac{\partial u}{\partial z} = (U_*^2)_x, \quad \nu_T \frac{\partial v}{\partial z} = (U_*^2)_y$$

ここに U_* は風応力の摩擦速度であり、両式の右辺は風応力ベクトルの x , y 成分である。

湖底、湖岸ではスリップを認め境界面に垂直な流速をゼロとした。ただしスリップ流速と応力の関係は次式で与える。

$$\nu_T \frac{\partial u}{\partial z} = f_b u \sqrt{u^2 + v^2},$$

$$\nu_T \frac{\partial v}{\partial z} = f_b v \sqrt{u^2 + v^2}$$

ここに f_b は摩擦係数であり、湖底では田中ら(1990)の推定値 ($f_b = 5 \times 10^{-4}$) を与え、湖岸では $f_b = 0$ とした。

なお U_* は以下の式から求めた(水理公式集, 1972, p. 578)。

$$\rho_w U_*^2 = 0.5 \times 10^{-3} \rho_a U_{10}^{2.5} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに U_{10} は 10 m 高さの風速、 ρ_w は水の密度、 ρ_a は空気の密度である。

スカラー量 k , ϵ , δ の境界条件は、坪野ら(1997)と同様に、境界に対する直交方向のフラックスをゼロとした。

4. 解析結果

4.1 計算条件

霞ヶ浦全体を計算領域とし、水平メッシュ間隔 Δx , Δy を 500 m、鉛直メッシュ間隔を 0.3 m (最大 20 層) とした。また計算時間ステップ Δt は 60 秒としている。

計算期間は 1996 年 9 月 11 日～9 月 13 日 (255～257 ユリアス日) の 3 日間とした。

流速初期条件は全層でゼロとし、水温は湖心で観測された鉛直分布形を与えた。また k と ϵ の初期値は、試行計算の結果を参考にして、計算が不安定にならない範囲で十分小さな値とした。計算入力となる風、日射及び気温は、図-3 に示す湖心観測所の観測値を 1 時間ごとに与えた。なお湖水の熱収支は次節に示す方法で計算した。

4.2 熱収支について

日成層に伴う流れを計算するには、まず熱移動量を時間単位で正確に見積もる必要がある、しかし湖の短時間熱収支を精度良く求めるには、現在の知見及び現地的基础データが十分でない。

そこで本研究では、湖心観測所における日射と気温及び表面水温のデータをもとに、水柱の全熱量を推算する経験式を作成した。式形を以下のように仮定する。

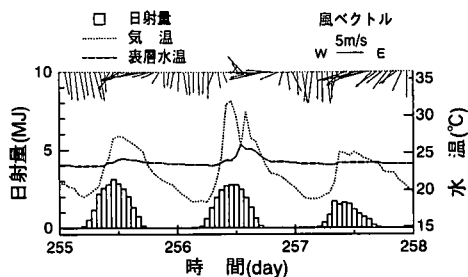


図-3 計算日の気象条件

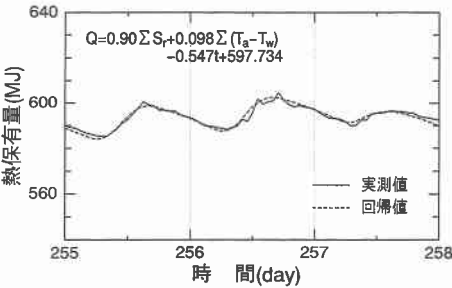


図-4 水柱全熱量の回帰結果

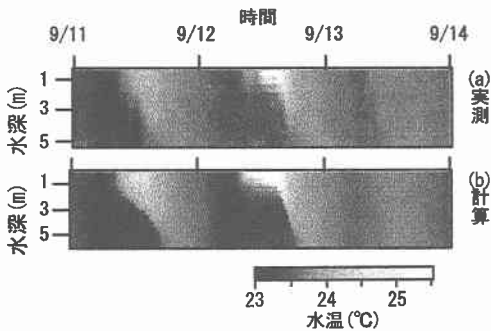


図-5 湖心観測所水温変化

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = a_1 \cdot S_r + a_2 (T_a - T_w) + a_3 \dots\dots\dots (13)$$

ここに Q は水柱の全熱量、 t は時間、 S_r は日射量、 T_a は気温、 T_w は表層水温、 a_1 、 a_2 、 a_3 は経験係数である。

上式の右辺第二項は顕熱輸送の形式を取っているが、大気からの長波放射による受熱と水面からの長波放射による失熱の差も Taylor 展開すれば近似的に同様の形になる。すなわち、同項は長波放射の効果もある程度表現している。一方、潜熱輸送は風速と湿度の関数で表現される場合が多いが、その効果はこの式では表せない。また諸々の熱輸送項の残差を a_3 で代表させている。

図-4は湖心観測所における水温観測から得られた Q を式(13)で回帰した結果である。図中の式は式(13)を積分して離散化したものである。この図から、単純な式であるにもかかわらず良く一致することがわかる。

日射の透過による水温上昇の鉛直分布は次式に依った(田中ら, 1990)。

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = -\frac{d\rho}{dT} \frac{\kappa S_r}{C_p \rho_r} \exp(-\kappa z) \dots\dots\dots (14)$$

ここに T は水温、 ρ_r は基準密度、 C_p は比熱である。

減衰係数 κ は透明度の逆数に比例するが、ここでは夏期における霞ヶ浦の代表透明度を0.8 mとし、2.4 (1/m)とした(田中ら, 1990)。なお、式(13)の第二項と第三項による水温変化は水面に接した第一層で与えた。

4.3 計算結果

湖心観測所における3日間の水温変化の観測値と計算値を図-5(a)と図-5(b)に比較する。両者はほぼ一致しており、移流と鉛直混合による水温変化を $k-\epsilon$ モデルで良好に計算できることがわかる。

図-6(a)と図-6(b)は、霞ヶ浦大橋における流向に関する観測結果と計算結果の比較である。図-2-2、図-2-4と同様に、正(白)が湖心から高浜入りに向かう流れ、負(黒)が高浜入りから湖心に向かう流れを表している。連行に伴う“斜めの構造”やセイシュの発達する時間帯は概ね一致していることがわかる。

9月12日の5:00、16:00、20:00における流速ベク

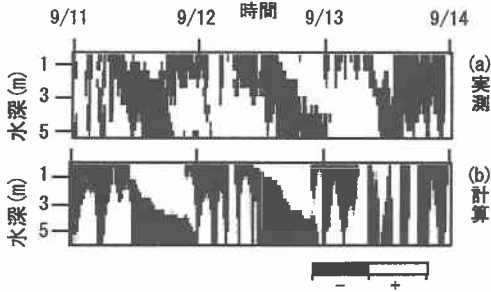


図-6 霞ヶ浦大橋流向変化

トルの計算結果を図-7に示す。(水温は相対浮力 δ の計算結果から換算される。)水温分布と対応させると、水温成層の生じていない5:00には流れが非常に弱いことがわかる。しかし成層の発達する16:00には表層では風方向に約10 cm/sの吹送流が発生し、底層では逆方向の流れが卓越している。また成層がほぼ消滅した20:00には、流れはふたたび弱くなっている。図-3に示した風データからわかるように、この日の風は、風向は変化したものの風速はほぼ一定であった。すなわち、成層が発達する午後の時間帯には、吹送流が二層流的形態をとるために流速が大きくなる傾向がある。

図-8(a)と図-8(b)は、同地点における水深1 mごとの流速変化の比較である。水深2 mにおける一致度がよくないが、他は概ね一致している。特に下層の流れの計算結果は良好であると言える。しかし両者の比較から、水温成層がまだ薄い段階での混合層厚さの評価とセイシュの評価に関して、現段階の計算方法には問題が残されているものと考えられる。

5. おわりに

本研究では、霞ヶ浦高浜入り湾口において、流速鉛直分布と水温分布の対応について現地観測するとともに、 $k-\epsilon$ モデルによる三次元流動シミュレーションを行い観測結果と比較した。その結果、以下の結論を得た。

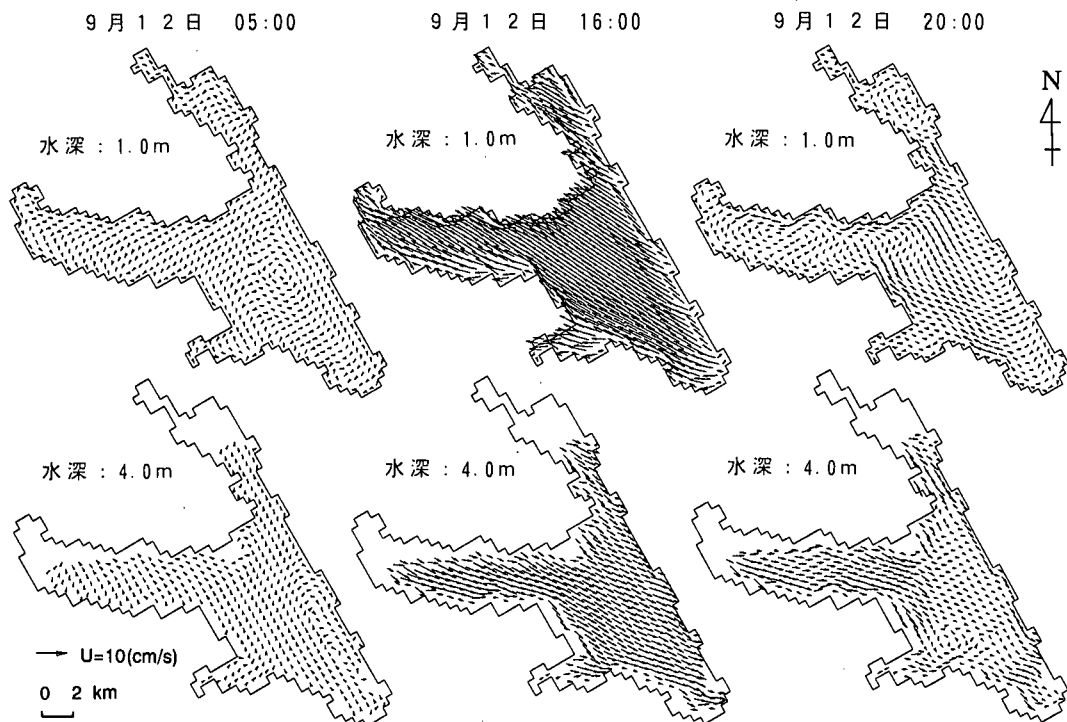
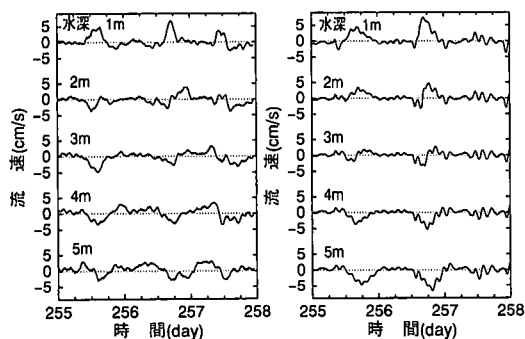


図-7 流速ベクトル図 (9月12日:計算結果)



(a) 観測結果

(b) 計算結果

図-8 電ヶ浦大橋水道主軸方向流速変化

- 1) 現地観測の結果、日成層形成時には吹送流の移流分散性が高まり、高浜入り湾口における湖水交換が活発することが明らかにされた。また、 $k-\epsilon$ モデルにより三次元数値シミュレーションを行ったところ、同様の現象が湖全体で発生することが示された。
- 2) 計算結果と観測結果を比較したところ、湖心にお

ける水温変化については良く一致していた。しかし電ヶ浦大橋における流速変化については、部分的には一致度が悪かった。特に、水温成層がまだ薄い段階での混合層厚さ評価とセイシュの評価に関して、現段階の計算方法には問題が残されているものと考えられる。

今後、モデルの改良を加え、計算精度を高めていきたいと考えている。

参考文献

- 銭 新・西部隆宏・石川忠晴 (1996): 電ヶ浦高浜入りにおける日成層形成時の湾水交換量の推定, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 1216-1220.
- 荒川忠一 (1994): 数値流体力学, 東京大学出版会.
- 田中昌宏・石川忠晴・小関昌信 (1990): 浅い湖における日成層の混合モデルの開発, 土木学会論文集, 第423号/II-14, pp. 91-100.
- 坪野考樹・仲敷憲和・松梨史郎・坂井伸一・丸山康樹 (1997): 複数管から放出された水平重力噴流に関する数値シミュレーション, 水工学論文集, 第41巻, pp. 295-302.