

図-2 弾性振動モードの特性形状

$$\omega_n^2 = \begin{cases} \frac{\rho_w g}{m} & (n=0, 1) \\ \frac{1}{m} \left\{ \frac{EI(\lambda_n W)^4}{W^4} + \rho_w g \right\} & (n \geq 2) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(2)に示した特性形状は直交関数系を構成しており、各々の関数の自乗の $x = -W$ から W にわたる積分値が W となるように基準化されている。また、モード次数 n が偶数の場合は左右対称、奇数の場合は左右反対称の振動形状であり、0次および1次の振動モードはヒープ、ピッチに相当する剛体振動、2次以上のモードは図-2に示すように浮体の弾性変形を伴う振動形状を表す。

(3) 振動方程式

ここではラグランジェの方程式を利用して、動圧力 $p(x, t)$ が作用している状況下での、変形モードごとの振動方程式を導く(例えば Biggs, 1964)。浮体の鉛直変位 $Z(x, t)$ は前節で示した特性形状とその時間項 $A_n(n=0, 1, 2, \dots)$ により式(5)で表される。

$$Z(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \psi_n(x) \quad \dots\dots\dots (5)$$

浮体の振動に伴って振動系全体がもつ運動エネルギー K と歪エネルギー U は、特性形状の直交性を考慮すると式(6)および(7)のように表示される。

$$K = \frac{m}{2} \int_{-W}^W \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)^2 dx = \frac{mW}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \dot{A}_n^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$U = \frac{\rho_w g}{2} \int_{-W}^W Z^2 dx + \frac{EI}{2} \int_{-W}^W \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \right)^2 dx \\ = \frac{mW}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n^2 A_n^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、上付きドットは時間微分を意味する。

また流体の運動に伴う動圧力 $p(x, t)$ によりなされる仕事 W_k は式(8)のとおりである。

$$W_k = \int_{-W}^W p(x, t) \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \psi_n(x) dx \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(6)～(8)を式(9)で表されるラグランジェの方程式に代入すると、各振動モードの振動方程式が式(10)のように求められる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{A}} \right) + \frac{\partial U}{\partial A} = \frac{\partial W_k}{\partial A} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$mW \ddot{A}_n + mW \omega_n^2 A_n = \int_{-W}^W p(x, t) \psi_n(x) dx \\ (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (10)$$

さらに、動圧力 p およびモーダル変位 $A_n(n=0, 1, 2, \dots)$ は時間に関して調和的であると式(11)、(12)のように表されるものとする。

$$A_n(t) = a_n \exp(-i\omega t) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$p(x, t) = \overline{p(x)} \exp(-i\omega t) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$a_n(n=0, 1, 2, \dots)$ に関する振動方程式は式(13)のように表される。

$$mW(\omega_n^2 - \omega^2) a_n = \sum_{j=1}^J \overline{p(x_j)} \psi_n(x_j) \Delta S_j \\ (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (13)$$

なお上式中の和記号 $\sum$ は、数値計算が容易となるように浮体底面を J 個の線素分 ΔS で表示し、式(10)右辺の積分を近似表示したものである。

(4) 速度ポテンシャル

a) 入射波の速度ポテンシャル

海底地盤中を斜め上方に向かって伝播し海底面に到達した波向き θ 、振幅 A の入射 P 波の一部は屈折して海中に伝わり、波向き θ_w 、振幅 A_w の水中圧力波として浮体に作用する。また残りの一部は海底面で反射して振幅 A_s の反射 P 波および波向き θ_s 、振幅 B_s の反射 S_v 波が生じる。各々の波向きは式(14)に示したスネルの法則により求められる。

$$\frac{\cos \theta_w}{C_{pw}} = \frac{\cos \theta_s}{C_{ss}} = \frac{\cos \theta}{C_{ps}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 C_{pw} : 海水中における P 波の伝播速度。

C_{ss} : 海底地盤中における S 波の伝播速度。

C_{ps} : 海底地盤中における P 波の伝播速度。

また各々の波の振幅は海底面における波動の接続条件を考慮して求められる。すなわち海水中および地盤中における波動を式(14)で求めた波向きを考慮して定式化した後、海底面での鉛直変位、鉛直応力およびせん断応力に関する各々の連続条件を連立させて解き波の振幅比を求める方法である(例えば Ewing ら, 1957)。

さらに海中に伝播した水中圧力波は海面と海底面における反射を繰り返しながら次第に減衰することになるが、以下の解析では定常状態を想定しているため理論的には無限回の反復反射が生じた後の定常解を求める必要がある。このため、ここでは地盤中の反射 P 波と反射 S_v 波のエネルギー流束の合計が入射 P 波のそれに収束するまで水中圧力波の反復反射を想定した繰り返し計算を行って振幅比 $(A_w/A)_\infty$ を求めている。この振幅比を用いて入射波の速度ポテンシャルの空間変動項は式(15)のように表示される。

$$\phi_l(x, z) = \frac{2\omega A}{k_{pw}} \left(\frac{C_{ps}}{C_{pw}} \right) \left(\frac{A_w}{A} \right)_{\infty} \sin(k_{pw}z \sin \theta_w) \times \exp(ik_{pw}x \cos \theta_w) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 i ：虚数単位、 ω ：角振動数。

$k_{pw} = \omega/C_{pw}$ ：水中圧力波の波数。

b) 回折波および発散波の速度ポテンシャル

海洋構造物に水中圧力波が作用した状況下で発生する回折波の速度ポテンシャルの算定式は、著者ら（1994, 1996）によりわきだし分布法を用いて式（16）のように求められている。

$$\phi_D(x, z) = \sum_{j=1}^J f_D(\xi_j, \zeta_j) P_j(x, z) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 f_D は構造物の没水表面 (x_j, z_j) に分布されるべきわきだし強度関数であり、式（17）により算出される。

$$\sum_{j=1}^J f_D(\xi_j, \zeta_j) Q_{ij} = -\frac{\partial}{\partial n} \phi_l(x_i, z_i) \quad \dots\dots\dots (17)$$

一方、式（2）に示した特性形状で振動する浮体まわりに発生する発散波の速度ポテンシャルは、式（18）で算定される振動モードごとのわきだし強度関数 $f_{Rn}(n=0, 1, 2, \dots)$ を用いて、式（19）で求められる。

$$\sum_{j=1}^J f_{Rn}(\xi_j, \zeta_j) Q_{ij} = -i\omega \Psi_n(x_i) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\phi_{Rn}(x, z) = \sum_{j=1}^J f_{Rn}(\xi_j, \zeta_j) P_j(x, z) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (19)$$

なお、上式中の和記号 Σ は式（13）右辺と同様、浮体の没水表面にわたる積分を数値計算用に近似表示したものである。また、 P_j , Q_{ij} は著者ら（1994, 1996）により誘導された Green 関数を用いた積分関数で、これらの表示は式（20）、（21）のとおりである。

$$P_j(x, z) = \int_{AS_j} G(x, z; \xi, \zeta) dS(\xi, \zeta) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$Q_{ij} = \int_{AS_j} \frac{\partial G(x_i, z_i; \xi, \zeta)}{\partial n} dS(\xi, \zeta) \quad \dots\dots\dots (21)$$

Green 関数 G の表示式や計算方法については参考文献を参照されたい。

（5）振動強制力と発散流体力

前節で求めた速度ポテンシャルにより、式（13）右辺の動圧力の空間変動項は線形化された圧力方程式を介して式（22）で求められる。

$$\overline{p}(x) = i\rho_w \omega \left(\phi_l + \phi_D + \sum_{m=0}^{\infty} \phi_{Rm} a_m \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

式（22）を式（13）に代入して、流体力を含めた形での振動方程式が式（23）のように得られる。

$$mW(\omega_n^2 - \omega^2) a_n - \sum_{m=0}^{\infty} (F_R)_{nm} a_m = (F_D)_n \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここに、

$$(F_D)_n = i\rho_w \omega \sum_{j=1}^J (\phi_l + \phi_D) \Psi_n(x_j) \Delta S_j \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$(F_R)_{nm} = i\rho_w \omega \sum_{j=1}^J \phi_{Rm} \Psi_n(x_j) \Delta S_j \quad \dots\dots\dots (25)$$

式（24）は浮体の振動を引き起こす振動強制力、式（25）は m 次の振動モードにより n 次モードに生じる発散流体力を示す。

式（23）を n 次モードにわたって連立させて解くことにより各振動モードでの応答値 $a_n(n=0, 1, 2, \dots)$ が得られ、浮体各部の鉛直振動変位は式（11）と（5）を介して算定される。

3. 計算結果と考察

（1）計算条件

水深 $h=100$ mの海域に幅 $2W=1000$ mの浮体が設置されている状況を想定して試計算を実施した。浮体はコンクリート製で高さ15 m、吃水8 m、単位長さあたりの曲げ剛性は $EI=1.69 \times 10^{13}$ Nm²/mとした。また海水の密度は $\rho_w=1.03$ g/cm³、水中圧力波の波速は $C_{pw}=1480$ m/s、そして海底地盤は調査資料を参考にして表—1に示すような物性値をもつ3種類を設定した。Case 1から3へと海底地盤の硬度が増すような条件である。

表—1 地盤条件

Case	$\frac{\rho_s}{\rho_w}$	$\frac{C_{ps}}{C_{pw}}$	$\frac{C_{ss}}{C_{ps}}$	$\beta = \frac{\rho_s}{\rho_w} \frac{C_{ps}}{C_{pw}}$	屈折角 θ_w (deg)		
					$\theta=30$	$\theta=60$	$\theta=90$
1	1.77	1.13	0.30	2.00	40.0	63.7	90.0
2	2.00	1.50	0.30	3.00	54.7	70.5	90.0
3	2.35	1.70	0.30	4.00	59.4	72.9	90.0

（2）水中圧力波の特性

斜め P 波が海底地盤に入射して生じる回折 P 波、反射 P 波および反射 S_v 波のエネルギー流束の比率の平方根を、入射角度 θ との関係で図—3に示す。なおここでの計算には2章（4）節a)項の後半で説明した水中圧力波の海水層での反復反射は考慮しておらず、各エネルギー流束比の合計は1となる。この図より、海中へ伝播する回折 P 波の比率は直角入射の場合が最も大きく入射エネルギーの8割以上に達することや、この比率は入射角が減少するに伴って次第に減少していくこと、反射 S_v 波の比率は入射角の減少と共に逆に増加することなどが認められる。海底地盤の差異の影響に着目してみると、Case 1から3へと地盤が硬くなるにつれて回折 P 波の比率は小さくなることなどがわかる。

図—4～6は、海面および海水層を除いた地盤表面での

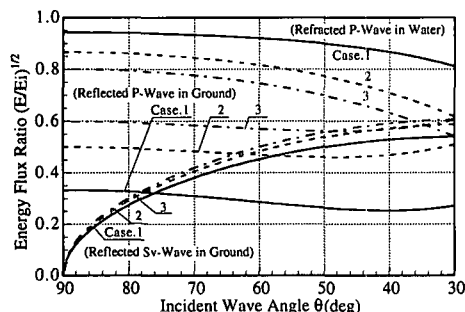


図-3 海底面で屈折・反射する地震波のエネルギー流束の比率

鉛直振動振幅と入射P波の振幅との比率を示すもので、海面での振幅比率は水中圧力波の海水層における反復反射を考慮して算定したものである。各図の横軸には水中圧力波の波数の鉛直成分 $k_{pw} \sin \theta_w$ を水深 h で無次元化した量を採用した。まず地盤条件が Case 1 の場合を示した図-4 をみると、地盤表面の鉛直振動振幅は地震波の波数（周波数）に拘わらず一定値を示すが、海面での振幅は海水層での水中圧力波の反復反射の影響をうけて波状的に大きく増減しているのがわかる。そしてこのような波状的な変動における極大値は、横軸に示した鉛直波数の無次元量が $0.5\pi, 1.5\pi, 2.5\pi \dots$ の条件下で表-1 中に示した β 値の2倍を上限として現れていることや、横軸が $0, \pi, 2\pi \dots$ の条件下で現れる極小値は地盤表面での振幅比に一致していることなどがわかる。なお上記した β 値は表-1 中に示したように海水と地盤との密度および圧力波速度に関する比率として定義されるもので、音響工学の分野では音響インピーダンス比と呼ばれている無次元量である。図-5 や 6 においては、より硬い地盤を想定したために海面での振幅比率の極大値が β 値の増加に応じて増大していることや、定性的には図-4 の場合と同様な特性にあることがわかる。

海面で生じる鉛直地震動は海水層での水中圧力波の反復反射の影響をうけて地震波の周波数や水深条件によ

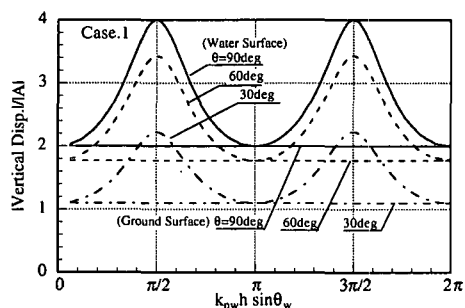


図-4 海面および海水層を除いた地盤表面での鉛直振動振幅と入射波振幅との比率 (Case 1)

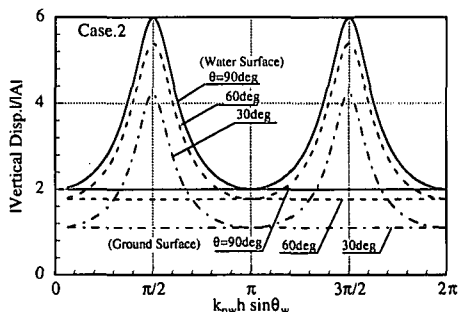


図-5 海面および海水層を除いた地盤表面での鉛直振動振幅と入射波振幅との比率 (Case 2)

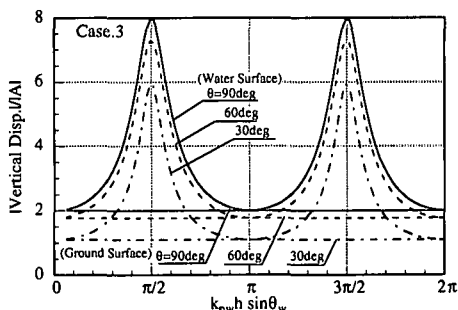


図-6 海面および海水層を除いた地盤表面での鉛直振動振幅と入射波振幅との比率 (Case 3)

て増減し、定量的には地盤表面で現れる鉛直動を上回るように出現することが判明した。

(3) 浮体の地震応答特性

鉛直下方から襲来したP波によって浮体上に現れる振動応答値の計算結果を図-7 に示す。この場合には0次の振動モードが他に比べて卓越しており、従って浮体上の振動応答値も場所によらずほぼ一定となる。そして浮体の応答値は、図-4~6 に示した海面での水粒子のそれにほぼ等しくなることなどがわかる。

次に、図-8~10 は斜めP波による浮体の振動応答値の分布を示したもので、この場合には場所的に大きく変動する振動強制力が作用するため高次の振動モードが現れ、浮体各部の振動値も複雑な変動を示していることがわかる。しかしながら大まかにみると、応答の概略値は直角入射の場合と同様に図-4~6 に示した海面での振動値にほぼ等しくなっており、斜め地震波の場合にも水粒子の応答値を求めることによって浮体振動の概略予測が可能であると思われる。

海面における水粒子の振動応答値は地盤表面における値を上回って出現することを考え併せると、海面に浮遊する構造物の免振性はP波に対しては全く期待できないばかりか、場合によっては地盤表面よりも大きくなりうるものといえ、浮体構造物に対しても耐震性の検討が必

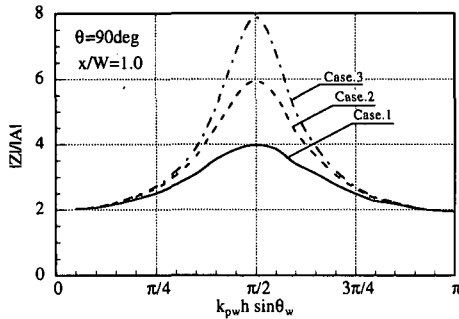


図-7 直角入射するP波に対する浮体の応答

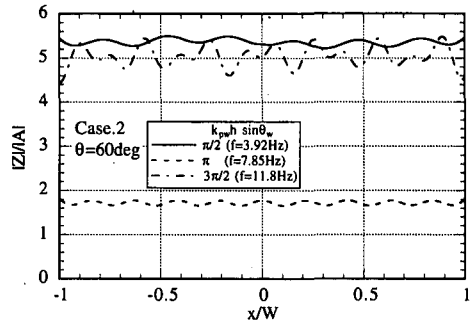


図-9 斜めに入射するP波に対する浮体の応答分布 (Case 2)

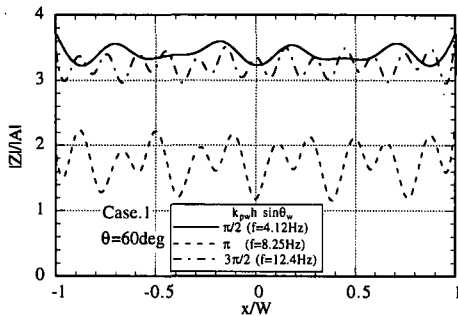


図-8 斜めに入射するP波に対する浮体の応答分布 (Case 1)

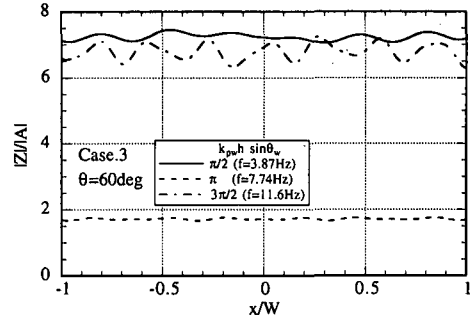


図-10 斜めに入射するP波に対する浮体の応答分布 (Case 3)

要であることが明らかとなった。

4. 結 語

斜めP波の入射によって海中に現れる圧力波の特性を重複反射理論を用いて明らかにすると共に、大型浮体を弾性床上の梁理論によってモデル化し、モード解析法とグリーン関数法を用いて振動応答の算定を行った。主要な結論は以下のとおりである。

- (1) 地盤から海中へ伝播する地震波のエネルギーは直角入射の場合が最も大きく、入射角度が減少するに伴って次第に減少する傾向にある。
- (2) 海面で生じる水粒子の鉛直振動は、海水層での圧力波の反復反射の影響を受けて大きく変動する。
- (3) 浮体上に現れる振動応答値は海面での水粒子のそれにほぼ等しく、条件によっては地盤上での鉛直動の

応答値を大きく上回るように出現する。浮体の免振性はP波に対しては全く期待できないものと言え、浮体構造物に対しても耐震性の検討が必要である。

参 考 文 献

- 森田知志 (1994): 海底の地盤条件を考慮した地震時流体力の解析法, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 821-825.
- 森田知志・中村孝幸 (1996): 地盤条件の差異による任意断面海洋構造物まわりの地震時動水圧の特性について, 海洋開発論文集, Vol. 12, pp. 61-66.
- Biggs, J. M. (1964): Introduction to structural dynamics, McGraw-Hill Inc., 341 p.
- Ewing, W. M., W. S. Jardetzky and F. Press (1957): Elastic waves in layered media, McGraw-Hill Inc., 380 p.
- Hamamoto, T., M. Inoue and Y. Tanaka (1997): Seaqueake response of large floating structures for vertically incident and horizontally traveling seismic waves, Proc. 16th OMAE, Vol. 2, pp. 267-274.