

# 多自由度水中構造物の地震時動的応答解析手法に関する一提案

中村孝明\*・田中良弘\*\*・伊藤恭平\*\*\*

## 1. はじめに

大水深域に渡海橋あるいは各種プラットフォームを計画する場合、経済的な観点から下部形状は塔状あるいは多柱となることが予想される。これら構造物の地震時動的応答性状を把握する上では、水中での弾性変形問題(多自由度モデル)を考える必要があり、構造物と流体との相互作用を如何に精度よく、また簡便に評価するかが課題となる。水中構造物の弾性変形を考慮した応答評価法は円柱を対象に、Liaw & Chopra (1974), Williams (1986), Tanaka & Hudspeth (1988), 沖見・松本 (1986) らによって各種の方法が提案されている。円柱以外では軸対称柱状構造物を対象に、Liaw & Chopra (1975), Kokkinowrachos & Thanos (1988) らが研究を行っている。任意形状を対象とした応答評価手法は中村ら(1992)によって提案されている。この方法は、構造物の運動と流体場を構造物の境界上で接続するため流体場と応答を一括して解く利点を持つものの、構造物の自由度によっては複雑な境界条件となり一般的とは言い難い。一方、気中構造物の計画設計では弾性体や3次元骨組構造等を対象とした汎用的な解析コードが使われる。水中構造物においても、これら汎用コードが適用できれば一般化と同時に固有値解析、周波数応答解析等効率的に行うことができる。そのためには、構造物の運動と流体場の解析を別途扱う必要があり、相互作用を含めた流体力係数を構造物の運動方程式に取り込む方法が不可欠となる。流体力係数を使ったこの種の動的応答手法は、係留浮体の波浪中動揺問題で一般的に使われている。地震時の動的応答問題では、田中・中村 (1996) らが剛体 S-R モデルを対象に適用性の検討を行っている。しかしながら、任意形状で且つ弾性変形を対象とした多自由度モデルへの拡張はこれまで研究された例はない。

本研究は、任意形状で且つ多自由度の水中構造物を対象に、地震時動的応答の簡便且つ汎用的な評価手法の開発を目的とする。本論文では特に、構造物の運動に依存

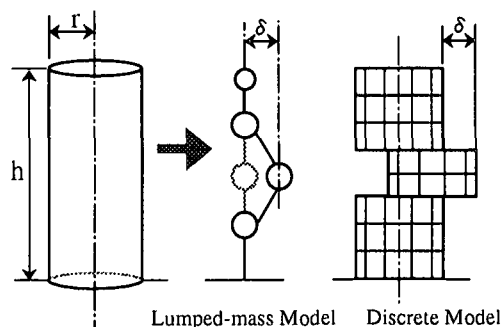


図-1 流体力係数の評価方法の概念図

する流体反力を流体力係数として運動方程式に取り込み、水中での動的応答を簡便に評価する方法を示し、その妥当性及適用性について検討する。

## 2. 応答評価方法

### 2.1 方法の概要

構造物と流体との相互作用を考慮した流体反力を運動方程式に係数として取り込むことを考える。この場合多自由度系モデルの運動方程式は以下のように表される。

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} - \{a\} + [K]\{d\} - \{a\} + [F]\{d\} = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

式中  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  は、質量、構造減衰、剛性の各マトリックス、 $\{d\}$ ,  $\{a\}$  は質点の絶対変位、地動変位ベクトルをそれぞれ表す。 $[F]$  は流体力係数マトリックスを表し、図-1に示すように任意の質点が単位振幅  $\delta$  の運動をした場合の流体反力を各質点ごとに求め、これをマトリックスに組み上げることで得られる。同係数を求める具体的な方法は、図-1の離散化モデルにおいて、任意の質点位置に相当する構造物境界を単位振幅  $\delta$  だけ変位させ、その流体反力を各質点位置に相当する境界ごとに積分し求める。これを全ての質点に対し行うことで、流体力係数マトリックスを求めることができる。同マトリックスは、相反定理が成り立つことから対称でフルマトリックスとなる。また、マトリックスの各要素は複素数で、実部が付加質量、虚部が逸散減衰として構造物の運動に寄与する。流体力係数を使った手法が有効なのは、流体場が速

\* 正会員 工博 (株)篠塚研究所 主任研究員

\*\* 正会員 Ph.D. 大成建設(株)技術研究所 土木構造研究室室長

\*\*\* 正会員 (財)建設技術研究所 研究本部課長

度ポテンシャルで近似でき、運動に対し流体反力が線形であることが前提である。

## 2.2 流体場の定義と解析手法

図-2に示す様に、任意形状の構造物が一定水深の海域に着底している場合を考える。流体は非粘性・非回転で圧縮性を考え、全ての運動は角振動数 $\omega$ で調和振動するものとする。流体場の支配方程式は Helmholtz 方程式で表わされる。

$$\nabla^2 \phi + \frac{\omega^2}{C^2} \phi = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

ここで、 $C$ は水中での音速、 $\nabla^2$ は3次元ラプラシアンを表わす。 $\phi$ は空間領域の速度ポテンシャルを表し、 $\phi = \phi(x, y, z)e^{i\omega t}$ となり、時間において調和関数となる。境界条件は次の様に表わされる。

$$\phi = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad \cdots \cdots (3a)$$

$$\partial \phi / \partial z = 0 \quad \text{on } z = -h \quad \cdots \cdots (3b)$$

$$\partial \phi / \partial n = V_n \quad \text{on } \Gamma_s \quad \cdots \cdots (3c)$$

自由表面の境界条件(3a)式は、構造物の振動性状に与える重力波の影響は小さいとの判断による。(3c)式中の $V_n$ は構造物の法線速度成分を表わし、図-1に示す様に任意の質点に対応する構造物境界が単位の変位振幅 $\delta$ で調和振動した場合を考え、次の様に表わされる。

$$V_n = i\omega\delta(\cos \alpha n_x + \sin \alpha n_y) \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 $i$ は虚数単位、 $\alpha$ は加振方向と $x$ 軸方向とのなす角、 $n_x, n_y$ は法線方向と $x$ 軸、 $y$ 軸との方向余弦である。ここで、積分範囲を構造物周りに限定する目的から、支配方程式、境界条件(3a)、(3b)式ならびに無限遠方条件を満足する Green 関数を使う。Green 関数については、重力波の発生を考慮した清川(1995)の誘導があるが、上記境界条件に基づき中村ら(1992)の文献を参照した。Green 関数と境界条件(3c)式を Green の第2公式に適用することで、任意の質点が単位振幅運動した場合の構造物周りの速度ポテンシャルが求められる。

## 2.3 流体力係数の評価

任意形状では、強弱2軸を持つことから $x, y$ 各方向の応答は異なる。そこで(1)式において $x, y$ の2方向成分を持たせる。絶対変位および地動変位ベクトルは次の様に表わされる。

$$\{d\} = \{d_{x1}, d_{y1}, \dots, d_{xm}, d_{ym}\}^T \quad \cdots \cdots (5)$$

$$\{a\} = \{a_x, a_y, \dots, a_x, a_y\}^T \quad \cdots \cdots (6)$$

ここに、 $a_x = a_0 \cos \alpha$ ,  $a_y = a_0 \sin \alpha$ ,  $m$ は質点数、 $a_0$ は地動の加振振幅を表わす。流体力係数が $x, y$ 各方向によって異なる場合、質点を角度 $\alpha$ を持って単位振幅運動させ、それぞれの余弦、正弦の逆数を乗じ積分することで、 $x, y$ 各方向の流体力係数を一度に求めることができる。流体力係数マトリックスの各成分は(5)、(6)式の方角成分を勘案し、次の様に計算される。

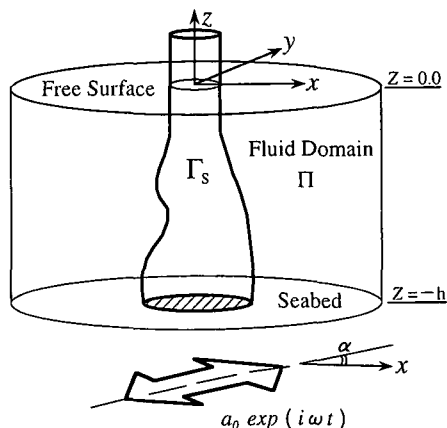


図-2 流体領域の定義

$$[F_{jk}] = -i\omega\rho \frac{1}{\cos \alpha} \int_{\Gamma_{sk}} \phi_j n_x d\Gamma_s \quad \cdots \cdots (7)$$

$$; j, k = 1, 3, 5, \dots, 2m-1$$

$$[F_{jk}] = -i\omega\rho \frac{1}{\sin \alpha} \int_{\Gamma_{sk}} \phi_j n_y d\Gamma_s \quad \cdots \cdots (8)$$

$$; j, k = 2, 4, 6, \dots, 2m$$

ここに、 $\rho$ は流体の密度、 $\phi_j$ は質点 $j$ が単位振幅運動した場合の速度ポテンシャル、 $\Gamma_{sk}$ は、質点 $k$ に対応する構造物境界面を表す。流体力係数は周波数依存が強いことから、周波数上の離散点で計算したものを予め用意しておき、内挿により任意の振動数での同係数を求め運動方程式に適用することとする。

## 2.4 構造物の応答と流体力の評価

構造物の応答を求めるには(1)式を次のように変形する。

$$\{d\} = [A]^{-1}[B]\{a\} \quad \cdots \cdots (9)$$

ここに、

$$[A] = -\omega^2[M] + i\omega[C] + [K] + [F]$$

$$[B] = i\omega[C] + [K]$$

(9)式中 $[A]$ 、 $[B]$ は既知であり、同式から構造物の応答が容易に求められる。

各質点に加わる流体力ベクトル $\{f\}$ は、計算された絶対変位ベクトルより次の様に求められる。

$$\{f\} = [F]\{d\} \quad \cdots \cdots (10)$$

同ベクトルは、 $x, y$ 方向の2成分を持ち、次の様に表される。

$$\{f\} = \{f_{x1}, f_{y1}, \dots, f_{xm}, f_{ym}\}^T \quad \cdots \cdots (11)$$

$x$ 方向の全流体力 $H_{hx}$ は、流体力ベクトルの各成分から求められる。

$$H_{hx} = f_{x1} + f_{x2} + \dots + f_{xm} \quad \cdots \cdots (12)$$

一方、各質点に加わる慣性力ベクトル $\{g\}$ は、絶対変位および地動変位ベクトルより次の様に求められる。

$$\{g\} = -\omega^2[M]\{\{d\} - \{a\}\} \dots\dots\dots (13)$$

同ベクトルは (11) 式と同様に  $x, y$  方向の 2 成分を持つ。 $x$  方向の全慣性力  $H_{gx}$  は、慣性力ベクトルの各成分から次の様に求められる。

$$H_{gx} = g_{x1} + g_{x2} + \dots + g_{xm} \dots\dots\dots (14)$$

構造物の基部に加わるせん断力の  $x$  方向成分  $H_{sx}$  は、全流体力および慣性力から求められる。

$$H_{sx} = H_{gx} + H_{ix} \dots\dots\dots (15)$$

### 3. 数値計算と考察

#### 3.1 本手法の検証

水深  $h=100$  m に設置された半径  $r=20$  m ( $r/h=0.2$ ) の円柱を対象に本手法の検証を行う。検証では、中村ら (1992) の構造物の運動と流体場を構造物の境界上で接続する方法と比較する。円柱諸元は弾性係数  $E=2.94 \times 10^7$  kN/m<sup>2</sup>、構造物の密度  $\rho_c=2560$  kg/m<sup>3</sup>、減衰定数 0.02 とし、10 質点の多質点系にモデル化した。また、流体密度  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>、水中での音速  $C=1430$  m/sec とした。図-3 に頂部の周波数応答関数を比較して示す。同図には気中での応答も併記する。本手法と中村ら (1992) の方法は、図から差を読み取ることは困難なほど一致している。提示手法と気中とを比較すると、水中での付加質量や逸散減衰の効果が固有振動数や応答ピークの違いとなって現われている。図-4 に  $x$  方向の全流体力  $H_{sx}$  を等価な流体質量で無次元化したものを比較して示す。本手法と中村ら (1992) の方法との一致は良好である。図-5 に振動数 1.7 Hz と 10.0 Hz での振動モードを比較する。横軸はそれぞれの応答倍率、縦軸は海底面からの質点番号を表す。同振動数は 1 次ならびに 2 次共振点近傍の値である。同図より 1 次モードに多少の違いが見られるものの、1 次共振点での鋭敏な反応を考え合わせると、全体的には良く合っている。2 次モードはほぼ一致して

いる。以上より、本論で示した応答評価手法の妥当性が確認できた。

#### 3.2 流体力係数マトリックスの特性

流体力係数マトリックスの固有振動特性について考察する。対象構造物は前節と同様 ( $r/h=0.2$ ) とする。図-6 に質点 1 (最深部での質点) と質点 5 (中間部の質点) が単位振幅運動した場合の各質点の流体力係数の実部、即ち付加質量係数 (構造物容積と等価な流体質量で無次元化) を振動数において比較する。無次元化に際し、図中  $h_d$  は各質点に対応する構造物高さを表す。同係数は付加質量として運動に作用することから、基本的には負となる。図より振動数 1.0 Hz, 6.0 Hz では単位振幅させた質点から遠ざかるに従い、同係数は 0 に漸近する。12 Hz になると符号が反転し正の流体力係数が現われ、更に 18 Hz では符号の反転は 2 箇所となる。これら分布性状の違いは、水深  $h$  や水中での音速  $C$ 、更には海底や自由表面の境界条件等に依存し、流体場の持つ固有の振動性状の現われと解釈できる。つまり、流体場は諸条件に基づく固有の振動特性を持ち、これが構造物の応答に顕著に影響することになる。

#### 3.3 動的相互干渉の扱い

多柱や隣接構造物の動的相互干渉効果の扱いについて検討する。図-7 に示す様に円柱が 2 柱列んでいる場合を想定し、それぞれを質点数  $n, q$  の質点系にモデル化する。気中では各柱の運動は互いに独立で、影響し合うことはない。従って 2 柱それぞれの運動方程式から各柱の応答が別途評価される。しかし、水中では流体を媒体とした動的な相互干渉が生じるため、各柱の運動を個別に評価することは実情に合わない。即ち、相互干渉効果を含めた運動方程式を組み上げ、一括して解く必要がある。(16) 式に相互干渉を扱う際の運動方程式を示す。同式では便宜上質量と流体力係数マトリックスの成分を示し、

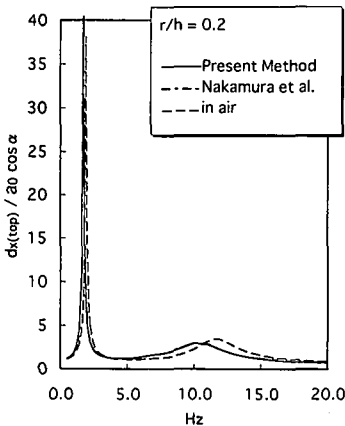


図-3 頂部の周波数応答関数

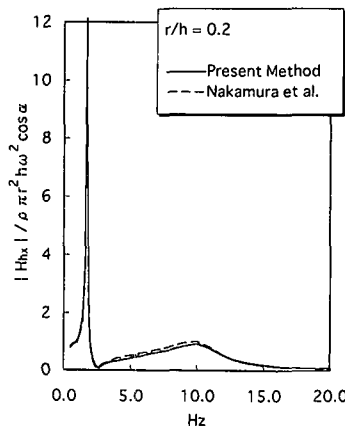


図-4 全流体力の比較

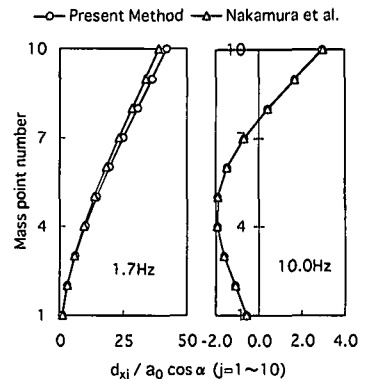


図-5 振動モードの比較

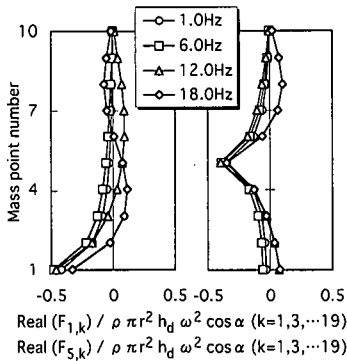


図-6 流体力係数の水深方向の分布

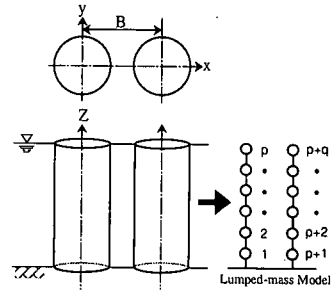


図-7 2連柱と質点系モデル

運動は1方向のみを記述する。

$$\begin{bmatrix} M_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & M_p & \\ 0 & & & M_{p+1} \\ & & & \ddots \\ & & & & M_{p+q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{d}_1 \\ \vdots \\ \ddot{d}_p \\ \ddot{d}_{p+1} \\ \vdots \\ \ddot{d}_{p+q} \end{bmatrix} + [C](\{\dot{d}\} - \{\dot{a}\}) + [K](\{d\} - \{a\}) + \begin{bmatrix} F_{1,1} & \cdots & F_{1,p+q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ F_{p+q,1} & \cdots & F_{p+q,p+q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_p \\ d_{p+1} \\ \vdots \\ d_{p+q} \end{bmatrix} = 0 \quad (16)$$

(16)式より、質量マトリックスの非対角成分は0であり、質点1から $p$ と質点 $p+1$ から $p+q$ は運動において互いに独立していることが分る。構造減衰ならびに剛性マトリックスも同様である。一方、流体力係数マトリックスはフルマトリックスとなり、それぞれの運動は互いに影響し合うことになる。これが動的な相互干渉効果を生む。次に、干渉効果を含めた流体力係数について考察する。

図-8に、前記した円柱( $r/h=0.2$ )が中心間距離 $B=50$  mを持って配置された場合の質点1(最深部での質点)の流体力係数の実部を加振方向( $x, y$ 方向)において比較する。同図には単柱の結果も併記する。単柱との比較より、 $y$ 方向については大きな差異は見られないが、 $x$ 方向は全体的に大きく高振動域では逆に減少している。これは、一方の柱の質点1を単位振幅運動させているものの、もう一方の柱が固定されているために生ずる逸散波の反射効果によるものと解釈できる。ちなみに逸散波の発生はおよそ3.5 Hz以上であり、差異もこの振

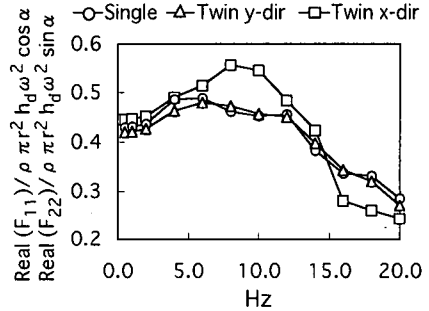


図-8 単柱と2連柱の流体力係数の比較

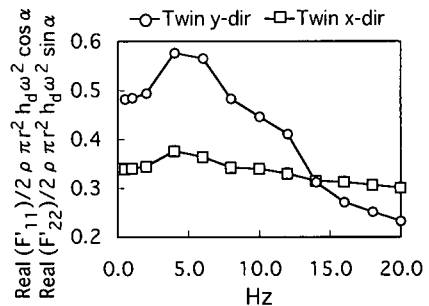


図-9 2連柱を同時に振動させた場合の流体力係数

動数以上で顕著に現われている。一方、2連柱の最深部の質点を同時に単位振幅運動させた場合を図-9に例示する。図中 $F_{11}, F_{22}$ は、2柱それぞれの最深部の質点に加わる流体力の合算値である。図より $y$ 方向に比べ $x$ 方向が小さく現われ様相が逆転する。これは、柱間部の流体が柱列と一体となって運動することに起因しており、柱体群に働く地震時動水圧を調べた清川・稲田(1989)らの論説と一致する。

図-10に2連柱を $x, y$ 方向へそれぞれ加振した場合の頂部の周波数応答関数を示す。比較のため単柱の場合も併記する。対象とした2柱は同形、同諸元であるため同じ応答をする。図より、1次応答におけるそれぞれの異差は少ないものの、2次応答のピーク値は単柱と比較

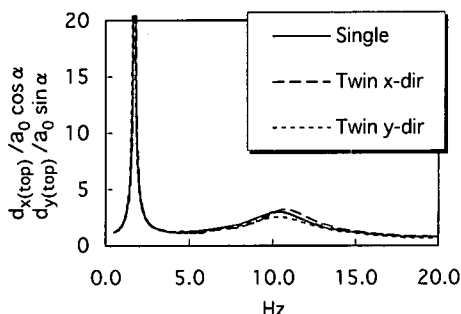


図-10 2連柱の頂部の周波数応答関数

して  $x$  方向で 5% 程大きく、 $y$  方向は 15% 程小さくなった。ピーク周波数も微妙に変化している。逸散波の発生はおおよそ 3.5 Hz 以上であることから、2 次応答は 1 次応答に比べ逸散減衰の影響が顕著に現われ、また、柱間部の流体が柱列と一体となって運動する影響も加わりこのような結果になったと考えられる。これら現象は、流体を媒体とした動的な相互干渉効果が原因である。その要因は、構造物の形状や配置、固有周期、振動モード、水深や水中での音速、海底地形や地質等様々で、これらが複雑に関連する。

本検討では、相互干渉を扱う際の適用例として、2 連柱の応答問題を扱った。このため、この結果のみから相互干渉効果の必要性を言及することはできない。相互干渉効果が設計上問題となるか否か、あるいは限界や影響範囲等を明らかにするには、構造物ごとの計算事例を蓄積していくことが必要である。

#### 4. ま と め

構造物の運動に依存する流体反力を流体力係数として運動方程式に取り込み、水中での地震時動的応答を簡便に評価する方法を示した。流体力係数は、構造物を単位振幅運動させた際の流体反力に相当し、実部が付加質量、虚部が逸散減衰として構造物の運動に寄与する。本手法の検証では、既存の数値解析手法との比較を行い、その妥当性を確認した。

2 連円柱を対象に流体力係数や応答について試算を行い、流体を媒体とした動的な相互干渉効果について適用性の検討を行った。主な結論としては、

- 1) 動的相互作用に加え相互干渉問題についても、干渉効果を含めた流体力係数を使うことで、扱うことができる。
- 2) 多柱や隣接構造物等水中での動的相互干渉問題を扱う場合、各構造物の応答は一括して解く必要がある。
- 3) 流体の圧縮性の影響が現われる高振動域では、逸散減衰に逸散波の干渉効果が加わり、応答のピーク値や固有振動数に影響を与える。

今後の課題は、地盤との連性問題や上部が結構されている多柱基礎、ねじり自由度の扱い等、設計実務を目指した汎用的な手法としての整備にある。

#### 参 考 文 献

- 沖見芳秀・松本 喬 (1986): 水-地盤-円柱の連成振動解析, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 516-520.
- 清川哲志・稲田 裕 (1989): 任意形状柱体群に働く地震時動水圧の解析, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp. 729-733.
- 清川哲志 (1995): 地震の 3 次元伝播特性, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 826-830.
- 田中良弘・中村孝明 (1996): 剛体円柱構造物の地震時動水圧と地盤変形を考慮した連性解析, 海岸工学論文集, 第 43 巻, pp. 701-705.
- 中村孝明・田中良弘・元良勇太郎 (1992): 3 次元任意形状海洋構造物の地震応答解析, 海岸工学論文集, 第 39 巻, pp. 701-705.
- Kokkinowrachos, K. & I. Thanos (1988): Structure wave interaction under earthquake excitation, Proc. 7 Int. Conf. OMAE, Houston, pp. 405-414.
- Liaw, C. Y. and A. K. Chopra (1974): Dynamics of towers surrounded by water, J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn., 3 (1), pp. 33-49.
- Liaw, C. Y. and A. K. Chopra (1975): Earthquake analysis of axisymmetric towers partially submerged in water, J. Earthquake Eng. and Struct. Dyn. 3 (3), pp. 233-248.
- Tanaka, Y. and R. T. Hudspeth (1988): Restoring forces on vertical circular cylinders forced by earthquakes, J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn., 16 (1), pp. 99-119.
- Williams A. N. (1986): Earthquake response of submerged circular cylinder, J. Ocean Engng., 13 (6), pp. 569-585.