

海底面近くにあつて波動を受ける水平円柱に作用する流体力

前島正彦*・伊藤政博**・久保田稔***

1. はじめに

本研究は、波動下にある水平海底近傍上の水平円柱を対象として、海底から円柱（直径 D ）までの距離 e の変化による、円柱と海底面に作用する圧力特性の変化を離散渦法を用いた数値計算によって調べる。とくに、過去の研究では、あまり触れられていない円柱に作用する合力と海底面の圧力について報告する。

2. 円柱周りの波動場に対する複素ポテンシャル

波動場として微小振幅表面波を考える。本研究では、離散渦法を適用するために、微小振幅表面波を与える流れ関数の値が、海底面と円柱表面で一定値をとるという境界条件を満足する複素ポテンシャルを必要とする。そのため、円柱表面の境界条件については、微小振幅波のポテンシャルを Milne-Thomson の円定理によって補正する。また、海底面の境界条件を満たすように、海底地盤内部と円柱内部に規則的にいくつかの2重湧き出し点を置き、海底面上の選点で流れ関数の値が等しくなるように2重湧き出しの強さを決定した。

すなわち、微小振幅表面波に対して、海底面と円柱表面で流れ関数の値が一定という境界条件を満足する複素ポテンシャルを次式のように表す。

$$\phi = \phi_0 + \sum \phi_{vm} + \sum \phi_{dn} \quad \cdots \cdots (1)$$

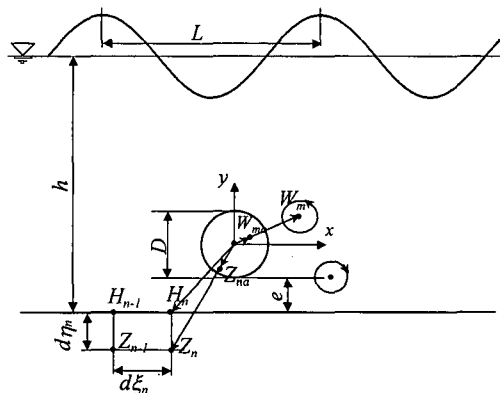
ここで、 ϕ_0 は、微小振幅表面波のポテンシャルを円柱表面の境界条件を満足するように修正したもので、

$$\phi_0 = \frac{U}{k} [\cos k(z - z_0) + \cos k\{(D/2)^2/z - \bar{z}_0\}]$$

$$k = 2\pi/L, z_0 = ct - i(D/2 + e) \quad \cdots \cdots (2)$$

である。ただし、座標原点は円柱中心にあり、 U は円柱中心の水深での微小振幅表面波としての最大流速、 L は波長、 c は波速、 i は虚数単位である。

ポテンシャル ϕ_{vm} は、離散渦群を表すもので、円柱外の点 W_m に中心を持つ渦ポテンシャルと、円柱内部 W_{ma}



図一 座標系と記号の定義

に渦中心を持ち大きさが同じで回転方向が逆の渦ポテンシャルとを組み合わせたものである。つまり

$$\phi_{vm} = iK_m \{\ln(z - W_m) - \ln(z - W_{ma})\} \quad \cdots \cdots (3)$$

ただし、 $W_m \bar{W}_{ma} = (D/2)^2$ であり、 K_m は渦の強さである。

ϕ_{dn} は海底面の境界条件を満足させるために、円柱表面の境界条件を満足するように双極ポテンシャルを二つ組み合わせたものである。つまり、

$$\phi_{dn} = M_n \{1/z - Z_n - E_n/(z - Z_{na})\} \quad \cdots \cdots (4)$$

$$Z_n = (D/2)^2/\bar{Z}_{na}, E_n = (D/2/\bar{Z})^2$$

ただし、 Z_n は海底面壁面内部に置いた任意の点である。また、係数 M_n はこの双極ポテンシャルの強さで、海底面上の選点 H_n で流れ関数の値が一定となるように決定する。

3. 計算方法

離散渦の発生位置については、円柱表面上の36等分点に選点を置き、選点の0.05 D 外側で初期渦を発生させる。また、その初期離散渦の強さは、36選点の速度が零になるように決定する。

また、渦導入時間間隔 Δt_v は、円周を36等分していることから、一様流速 U で渦が移動するとき Δt_v 間で隣の渦発生点に到達する時間 $\pi a/36/U$ に近い値で、海底面の無い一様流中にある円柱周りの流れ場での試行計算を行い、次式の値とした。

$$\Delta t_v = 0.05D/U \quad \cdots \cdots (5)$$

* 正会員 工修 福井高専教授 環境都市工学科
 ** 正会員 工博 名城大学教授 理工学部土木工学科
 *** 正会員 工博 大同工大教授 建設工学科

ポテンシャル流の渦は、渦中心で無限大の流速を生じ、また、一度発生した渦は強さを変えずに永久に存在するなど粘性を考慮しない事による矛盾点を含んでいる。そこで本計算では、非現実的な流速発生を抑制するために以下のように、見掛け上の粘性効果を計算に取り入れた。

(a) 実際の渦では渦糸のように中心で速度が無限大になることはなく、粘性効果により中心部分では強制渦、外部では自由渦的な構造を有していると考えられる。そこで、渦中心から距離 r での渦の接線方向の速度 V_θ を次式で与える粘性渦を使用した。

$$V_\theta = \Gamma [1 - \exp\{-r^2/(4\nu t)\}]/r^2 \quad \cdots \cdots (6)$$

ここに、 ν は動粘性係数、 Γ は渦の強さ、そして t は渦が生成されてからの経過時間である。この渦の粘性を表す無次元化パラメータは $\beta = \text{Re}/K$ である。ただし、波動の周期を T とすると、 $K = T/UD$ である。式 (6) を採用すると円柱表面での境界条件は、厳密な意味では満足されなくなるが、ほとんど問題は生じなかった。

(b) 円柱表面あるいは海底面に渦糸が接近した場合、物体表面と渦糸との距離が $(0.05D) \times 0.99$ より小さくなったとき、その渦を消去する。

(c) 計算時間が離散渦の数の 2 乗に比例するので、二つの渦が互いの強制渦部分に入ったら一つの等価渦に置き換えて、渦の増加を押さえる。等価渦の強さは、渦の強さの代数和で、位置は、渦の中心を結んだ線上の渦の強さの絶対値に比例した内分点とする。

離散渦点 W_m の速度は、

$$U_m = \frac{dW_m}{dt} = \frac{d\bar{\phi}}{dz} \Big|_{z=W_m} \quad \cdots \cdots (7)$$

であるから、式 (7) は渦点の数だけの連立常微分方程式となる。なお、渦点の追跡積分には、考察の対象を円柱近傍の力学諸量に限定していることと、追跡時間が短いことから、次の単純 Euler 法を用いることにした。

$$W_m(t + \Delta t) = W_m(t) + U_m(t)\Delta t \quad \cdots \cdots (8)$$

ここに、 Δt は積分時間間隔であり、 Δt_v の 2 分の 1 とした。

4. 計算結果

計算では、無次元水深 $h/D = 200$ と無次元波高 $H/D = 10$ と固定して、無次元壁面距離 e/D を 2, 1, 0.5, 0.25 の 4 種類、無次元周期 TU/D を 40, 30, 20, 15, 10, の 6 種類、 β を 250, 500, 1000 の 3 種類に変化させて 72 ケースについて計算を行い、円柱各部に作用する圧力、円柱近傍の流速・圧力分布、および海底面の圧力分布を時間 5 T にわたって時系列的に求めた。微小振幅波では各位置の時間変動は単振動となるので、 K と無次元周期は同じ値となる。以下の報告で、長さ D 、速度 u 、応力 $\rho u^2/2$ を基準にすべての量を無次元化してある。

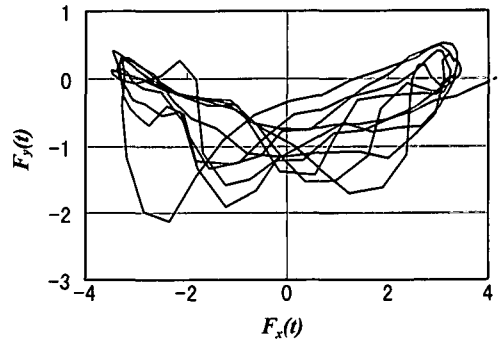


図-2 波力経路

都築ら (1989) は海底面の影響を受けない水平円柱に作用する波力の数値解析に離散渦法を適用している。その報告で、 K と最大鉛直方向流速と最大水平方向流速の比、つまり軌道流速振幅比による、流れ方向の力 $F_x(t)$ (以後直方向力と呼ぶ) と流れに直角方向の力 $F_y(t)$ (以後鉛直方向力と呼ぶ) の経路、つまり波力経路の型を分類しているが、著者らの計算のように、円柱が海底面に近くて軌道流速振幅比が非常に小さい場合は、8 の字型の波力経路をとることを示している。図-2 は、 $e/D = 0.25$, $K = 5$, $\beta = 1000$ の場合の計算による波力経路である。5 周期が同時に示されているので複雑に見えるが明らかに 8 の字型の経路を示している。

図-3~6 に円柱に作用する流体力の時間変動の第 2 周期を示す。太線は直方向力 $F_x(t)$ 、鉛直力 $F_y(t)$ を示す。この直方向力の变化に Morison 式、

$$F = \rho \left\{ C_M \frac{\pi D^2}{4} \ddot{u} + C_D D \frac{1}{2} u |u| \right\} \quad \cdots \cdots (9)$$

を適用し、最小自乗法で慣性力係数 C_M と抗力係数 C_D を決定した。その C_M と C_D から求めた直方向力を細線で示している。

図-3~6 より、波動周期が短いときは、流れの剝離の発達が弱く、慣性力が卓越して、直方向力の振動位相は流れの加速度の位相と一致している。波動周期が長くなると、剝離が十分に発達して抗力が慣性力に卓越し、直

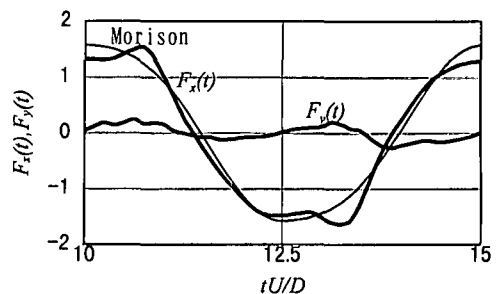
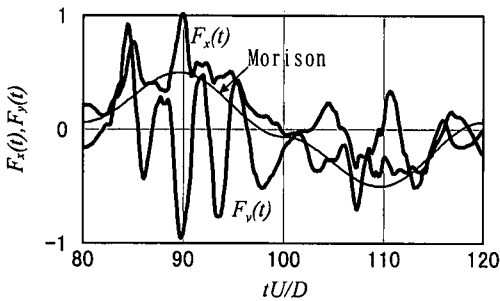
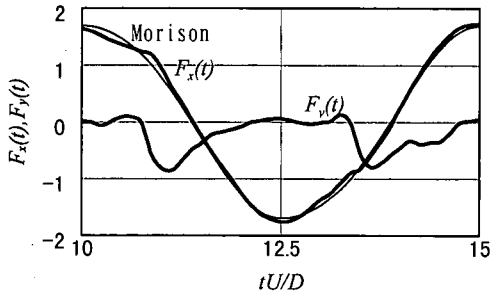
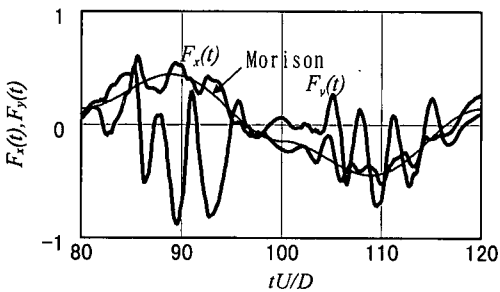
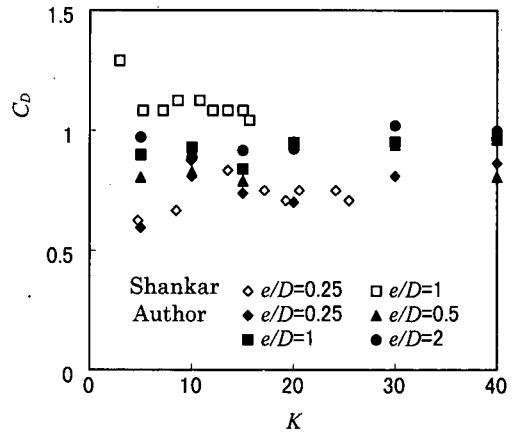
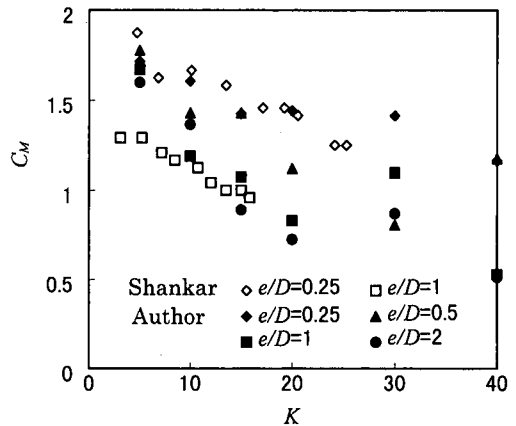


図-3 円柱に作用する流体力 $e/D=2$, $K=5$


図-4 円柱に作用する流体力 $e/D=2$, $K=40$

図-5 円柱に作用する流体力 $e/D=0.25$, $K=5$

図-6 円柱に作用する流体力 $e/D=0.25$, $K=40$

方向力の振動位相は流速の位相と一致している。また、 $e/D=2$ の場合には $e/D=0.25$ の場合より直方向力の周期変化からの偏移が大きく、円柱が海底面に近づくことによって剥離が発達しにくくなることを示している。

K と C_D の関係を図-7 に、 K と C_M の関係を図-8 に示す。それぞれの図には、 Re/K を一定にして h/D を変化した Shankar ら (1987) の $h/D=9$ の実験結果も示す。著者等の計算結果と Shankar らの実験結果は、慣性力係数では $e/D=0.25$, $e/D=1$ と良好一致を示している。抗力係数は $e/D=0.25$ では良好一致を示すが、 e/D が大きい場合は Shankar らの実験値が計算値よりやや大きい。Shankar らの実験では、 h/D がかなり小さく、 e/D が大きくなると、円柱と波面の距離が小さくなるが影響していると考えられる。図-7 より、抗力係数は e/D に比例


図-7 K と抗力係数

図-8 K と慣性力係数

し、 K が $5 \sim 40$ では K から独立である。ただし、 $e/D=0.25$ では抗力係数は K に比例しているようである。図-8 より、慣性力係数は、 e/D に逆比例し、全般に K にも逆比例している。

つぎに鉛直力について考察する。図-3~6 より $K=5$ の場合は、 $e/D=0.25$ では下向きの鉛直力が流れの各半周期に 1 回だけ発生し、 $e/D=2$ では波動の 2 分の 1 の周期で振動しているが振幅は非常に小さい。一方 $K=40$ では、波動の周期が長いので鉛直力の周期的な変化が見られる。この周期は、 $e/D=2$ では平均 3.8、 $e/D=0.25$ では平均 3.3 である。一様流では e/D が小さくなるほど揚力の振動周期が長くなるが Bearman ら (1978) に指摘されているが、振動流で逆の結果を得たが、この理由についてはまだ深く検討できていない。

図-9 に各波動周期における極大、極小鉛直力の 5 周期の平均値 ($\max F_y$, $\min F_y$) を示す。上向きの力は、 K の増加関数であるが、 $K=20$ で一定となる。その一定

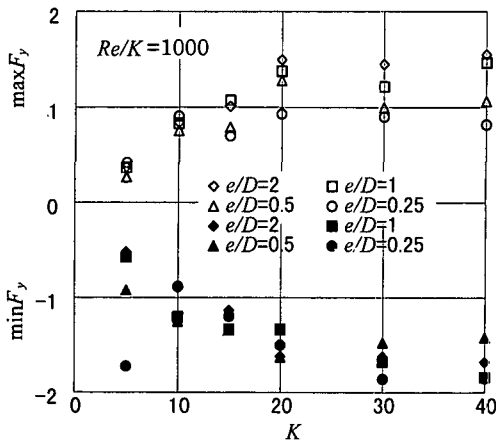
値の大きさは、 e/D の増加関数である。一方下向きの力も同様の傾向を示すが、一定値の大きさと e/D は無関係であり、 $K=5$ の場合の下向きの力は e/D に逆比例していて、他の K の場合と傾向が大きく異なる。 $K=5$ 前後の計算を追加して検討を加えたい。図一2～5と図一9より、一般に振動流では下向きの力の方が大きく、上向きの力が大きい一様流の場合と傾向が異なる。

つぎに、円柱に作用する直方向力と鉛直力の合力について述べる。図一10に各波動周期における合力の極大値の5周期の平均値 ($\max F_R$) を示す。 K が5から15では、慣性力が支配的で、 K が大きくなるにつれて慣性力が小さくなるため、合流体力は低減するが、しかし、 $K=15$ から抗力と鉛直方向力が支配的となり K とともに漸増する。

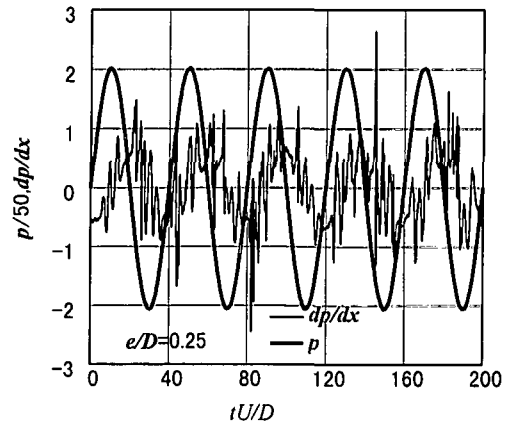
図一11に、 $e/D=0.25$ 、 $K=40$ の場合の円柱直下の海底面の圧力 (p) と圧力の勾配 (dp/dx) の時間変動を示す。ただし、圧力は1/50に縮小してある。同図より、海

底面の圧力の時間変動は、ほぼ単振動であり、波動にともなう周期的圧力変化が渦発生による圧力変動よりはるかに大きいと考えられる。しかし、海底面の圧力勾配の時間変動は、単振動に不規則な振動が加わって瞬間的には波動による周期変化の2倍程度の大きさとなっている。円柱下面から放出される渦の影響を強く受けていると考えられる。

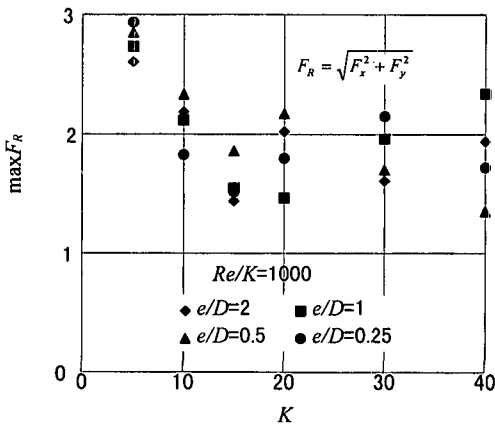
図一12に、 $K=40$ の場合の各 e/D に対する海底面の圧力勾配の5周期平均値を示す。円柱直下は平均値が0であるが、 $|x/D| \approx 0.2 \sim 0.5$ で最大値、最小値を示し、 $|x/D| \approx 0.8 \sim 1.5$ で次の極値を示し、その分布は円柱直下点を軸として逆対称分布を示している。これは、図一11で不規則に見える振動がかなり規則的であることを示している。著者等 (1992) の実験によれば、一様流の場合は時間平均圧力勾配の最小点が円柱のやや上流側に生じたが、波動場では下流側に生じており、 $K=40$ 以上で位置が上流側に徐々に移動していくかは今後の計算によつて



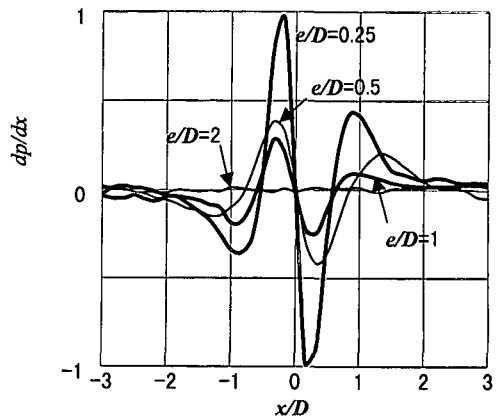
図一9 K と極大・極小鉛直力の平均



図一11 円柱直下の海底下の海底面の圧力と圧力勾配



図一10 K と極大合力係数の平均



図一12 平均路圧力勾配

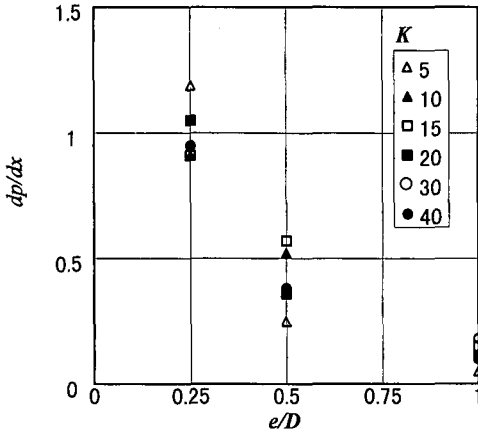


図-13 海底面の最大平均圧力勾配

解決したい。

図-13に、その最大値と K と e/D の関係を示す。ただし、 $e/D=2$ は値が小さく明確な最大値の位置が判定できなかったので図示していない。同図より、 e/D と最大平均圧力勾配の間には反比例に近い関係にあるが、 K と最大平均圧力勾配は無関係である。また、この最大値の大きさは、一様流の場合の同じ e/D に対する値の3分の2程度の大きさである。これは波動による1地点の流速変化の半周期の時間平均値 $2U/\pi$ と対応している。

5. おわりに

波動場にある海底面近くにある水平円柱周辺の流れを離散渦法によって数値シミュレーションした結果、つぎの結論を得た。

(1) 海底面近くの水平円柱に作用する波力経路は8

の字型である。

(2) 直方向力の時間変動に Morison 式を適用して得られた慣性力係数 C_M と抗力係数 C_D の e/D , K に対する関係は Shankar 等の実験結果と良い一致を示した。

(3) 波動場にある円柱の受ける鉛直方向力の変動周期は、一様流の場合の周期より短い。

(4) また、鉛直方向力の大きさも一様流の場合と異なり、下向きの力が大きい。

(5) 海底面の圧力は、波動による圧力が渦発生による圧力よりはるかに大きい、圧力の勾配は渦発生の影響を強く受ける。

本文中でも述べたがいくつかの点で一様流の場合と傾向が異なる点があり、長周期での挙動が一様流の挙動に漸近していくのか今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 日本機械学会編 (1989): 流れの数値シミュレーション, コロナ社。
- 山本純悟・九津見生哲・久保田稔 (1992): 水平没水円柱周りの圧力分布について, 土木学会第 47 回年次学術講演会, pp. 176-177.
- Bearman, P.W. and M.M.Zdravkovich (1978): Flow around a circular cylinder near a plane Boundary, J. Fluid Mech., Vol. 89, part 1, pp. 33-47.
- Fredso, J. and E. A. Hansen (1987): Lift forces on pipelines in steady flow, Journal of Water, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 113, No. 2, pp. 139-155.
- Shankar, N. J., H. F. Cheong and K. Subbiah (1987): Forces on a smooth submarine pipeline in random waves-A comparative study, Coastal Engineering 11, pp 189-218
- Von Müller, W. (1929): Systeme von Doppelquellen in der ebenen Stromung, Zeitschrift f. angew. Math. and Mech., 9, Heft 3, pp. 200-213.