

# 大きな水深に設置された構造物に作用する砕波衝撃圧について

木村 晃\*・多田二三男\*\*・松見吉晴\*\*\*

## 1. はじめに

最近設置水深の非常に大きな防波堤の施工例が増加している。浅海の場合、この種の構造物では前面に消波ブロックを設置して砕波衝撃圧の低減をはかるのが一般的である。しかし深海では経済的な理由からも同じ工法をとることが困難であるため、構造物自体に衝撃波圧の低減機能を持たせることが要求される。しかし、水深の大きな場所での波の砕波特性、衝撃波圧等は浅海のものとは異なることが予想され、浅海域での衝撃波圧の理論、実験式をそのまま利用することの是非は必ずしも明らかでない。この研究は大きな水深に設置されるケーソンでその前面に衝撃波圧減殺機構を持つものを対象とし、それに作用する衝撃波圧について検討したものである。構造物に作用する衝撃波圧の研究は一般に Wagner (1932) のモデルが基礎となっている場合が多い。彼の研究では図-1 の様に流体に突入する物体を流体表面に接している部分と幅の等しい平板で、その周辺の流れを無限流体中の平板周辺のポテンシャル流れでそれぞれ近似する。しかしこれらの近似では平板の両端部分が特異点となり、平板表面の圧力を積分すると流体側に無限に大きな力（負圧）を受けるという事実と矛盾した結果を得る。これを避けるため Wagner は特異点付近の流れを自由噴流で近似し、Armand・Cointe (1986)、Watanabe (1986) らは接合漸近展開法を用いる方法を示した。一方、海岸工学分野では運動量理論に基づく Karman (1929) の方法、その応用である合田の理論 (1966) や高橋らのモデル (1983) あるいは Morison 式等がよく用いられる。しかし構造物の形状を工夫して衝撃波圧を軽減させることを目的とする場合、構造物周辺の流れの詳細な検討が必要となり、これが可能な Wagner 型のモデルの利用が有効である。本研究は Wagner が用いた平板のかわりに物体を楕円柱で近似して衝撃波圧をモデル化する事を試みたものである。

## 2. Karman および Wagner のモデル

Karman の理論は付加質量理論と呼ばれることもある。すなわち、物体が流体に突入すると流体は急に運動を開始する。運動する流体の質量を  $m$  とすると物体が流体から受ける力は物体の質量  $M$  が  $m$  に比して十分大きい場合

$$F_k = d(mV)/dt \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここに  $t$  は時間、 $V$  は物体の速度である。ただし  $M \gg m$  の場合には  $V$  は変化しないと仮定してよいので (1) 式のように流体力は付加質量の時間変化に比例する。 $m$  は物体のきつ水位置での幅を  $2b$  とすると、

$$m = \rho \pi b^2 / 2 \dots\dots\dots (2)$$

のように近似できる。このモデルを物体が円柱の場合に適用すると、物体単位厚みあたりに作用する流体力  $F_k$  は (2) 式を (1) 式に代入して

$$F_k = \rho \pi D (1 - t') V^2 \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに  $D$  は円柱の半径、 $t' = t/(D/V)$  である。Karman の理論では物体の突入による流体表面の変形を無視しているが、実際には物体表面に沿って流体が Pile-up する。一方 Wagner は物体をやはり平板で近似したが、きつ水幅として Pile-up した流体の先端位置での物体の幅を用いた (図-1)。まず任意の時刻における Pile-up 量は次のように計算される。すなわち無限流体中の幅  $2b$  の平板の周辺の複素速度ポテンシャルは

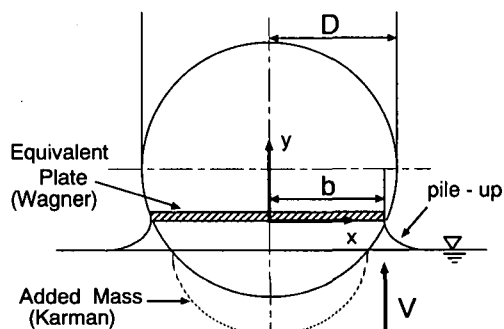


図-1 流体中へ突入する物体

\* 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部社会開発システム  
 \*\* 正会員 大豊建設土木本部  
 \*\*\* 正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部社会開発システム

$$w = iV\sqrt{z^2 - b^2} \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。ここに  $i = \sqrt{-1}$ ,  $z = x + iy$ ,  $w = \phi + i\psi$  である ( $\phi$  は速度ポテンシャル,  $\psi$  は流れ関数)。ただし平板の中心を原点として  $x$  軸は平板の方向,  $y$  軸は平板と直角で流体と反対方向が正にとってある。したがって,  $|x| < b$ ,  $y = 0$  では

$$\phi = -V\sqrt{b^2 - x^2}, \psi = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$|x| > b$ ,  $y = 0$  では

$$\phi = V\sqrt{x^2 - b^2}, \psi = 0 \dots\dots\dots (6)$$

となる。 $x > b$  での  $y$  軸方向の速度は

$$v = \partial\phi/\partial x = V/\sqrt{1 - (b/x)^2} \dots\dots\dots (7)$$

となる。 $x$  点での  $t \sim t + dt$  の間の物体に沿う水位の上昇量は  $V/\sqrt{1 - (b/x)^2} dt$  となる。いま物体が流体に突入した時刻を  $t = 0$  とすれば 0 から  $t$  までの間に物体に沿って水位は

$$\begin{aligned} y &= \int_0^t V/\sqrt{1 - (b/x)^2} dt \\ &= \int_0^x V/\sqrt{1 - (b/x')^2} \frac{dt}{db} db \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

上昇する。 $x$  は時刻  $t$  における仮想平板の先端部の座標である。いま物体の形状を

$$y' = \beta_0 x' + \beta_1 x'^2 + \beta_2 x'^3 + \dots\dots\dots (9)$$

なる級数で近似する。ここに  $y' = y/D$ ,  $x' = x/D$  であり,  $D$  は構造物の代表長さである。また  $\beta_i$ , ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ) は定数である。いま  $b' = b/D$  として

$$u(b') = (V/D) \frac{dt}{db'} = \frac{(V/D)}{db'/dt} \dots\dots\dots (10)$$

と置くと (8) 式は

$$y/D = \int_0^{b'} u(b')/\sqrt{1 - (b'/x')^2} db' \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここで  $u(b')$  を

$$u(b') = \alpha_0 + \alpha_1 b' + \alpha_2 (b')^2 + \alpha_3 (b')^3 + \dots\dots\dots (12)$$

のようにべき級数展開し (11) 式に代入すると

$$u(b') = \frac{2}{\pi} \beta_0 + \beta_1 b' + \frac{4}{\pi} \beta_2 (b')^2 + \frac{3}{2} \beta_3 (b')^3 + \dots\dots\dots (13)$$

となり, (10) 式とあわせると

$$\frac{dt'}{db'} = \frac{2}{\pi} \beta_0 + \beta_1 b' + \frac{4}{\pi} \beta_2 (b')^2 + \frac{3}{2} \beta_3 (b')^3 + \dots\dots\dots (14)$$

となる。ここで対象としている半円筒に対してここまでの各式を適用する。 $D$  としては円筒の半径を用いる。すなわち円筒の先端の座標を (0, 0) とすれば円筒の表面の式は

$$(y - D)/D = \sqrt{1 - (x/D)^2} \dots\dots\dots (15)$$

で与えられる。いま  $y' = y/D$  と置いて (15) 式の右辺をべき級数展開すると

$$y' = x'^2/2 + x'^4/8 + x'^6/16 + \dots\dots\dots (16)$$

となる。例えば (16) 式の第 2 項まで用いた場合には (9) 式と比較して  $\beta_0 = 0$ ,  $\beta_1 = 1/2$ ,  $\beta_2 = 0$ ,  $\beta_3 = 1/8$ ,  $\beta_4 = 0$ ,  $\dots$  を得る。これらを (14) 式に代入して解くと

$$t' = \frac{1}{4} (b')^2 + \frac{3}{64} (b')^4 \dots\dots\dots (17)$$

を得る。(17) 式が円筒先端部が流体にふれた瞬間を  $t' = 0$  とした場合の, 時間と Pile-up 先端のレベルでの構造物の幅の関係式である。ちなみに Karman モデルでは

$$t' = 1 - \sqrt{1 - (b')^2} \dots\dots\dots (18)$$

となる。Wagner のモデルでは Pile-up 先端部は Karman モデルの約 45% の時間で半円筒の根元に達する。

### 3. 波 圧

(5) 式の速度ポテンシャルを圧力方程式

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 \right\} - gy \dots\dots\dots (19)$$

に代入し, (19) 式の第 3 項を無視すると

$$p = \frac{1}{2} \rho V^2 \left\{ \frac{2}{\sqrt{1 - (x'/b')^2}} \frac{\partial b'}{\partial t'} - \frac{(x'/b')^2}{1 - (x'/b')^2} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

となる。(20) 式の第 1 項の  $\partial b'/\partial t'$  の値が物体の形状および形状の近似式 (16) 式で用いる項の数によって変化する。しかし (20) 式からわかるようにこの値に関わりなく 2 つの項とも  $x' = b'$  が特異点となる。この点で第 1 項は  $+\infty$ , 第 2 項は  $-\infty$  となる。ただ第 2 項の方が  $\infty$  へ近づく速さが大きいので  $x'$  が  $b'$  よりわずかに小さい点で  $p$  に極大値が現れる。しかし  $x'$  を 0 から  $b'$  まで積分すると  $-\infty$  (負圧) となるなど特異点付近では (20) 式を用いることには問題がある。特異点を回避するために Wagner は特異点付近の流れを自由噴流で近似し, Armand-Cointe (1986), Watanabe (1986) らは接合漸近展開法を用いる方法を示した。しかしこれらの方法はいずれも複雑であるため, 海岸工学分野での応用例は少ない。基本的には物体を平板で近似するために生じる問題点であるので, ここでは物体を楕円で近似して特異点を回避することを試みる。

### 4. 楕円による半円筒の近似

ここでは流体中に入った半円筒部を平板の代わりに楕円で近似する。すなわち, 図-2 の様に流体中に入った円筒のきつ水線長の半分を長軸長, 水中に入った部分の深さを短軸長とする楕円を考える。物体速度, 時間の定義などは 2, 3 と同じとすると楕円の長半径および短半径

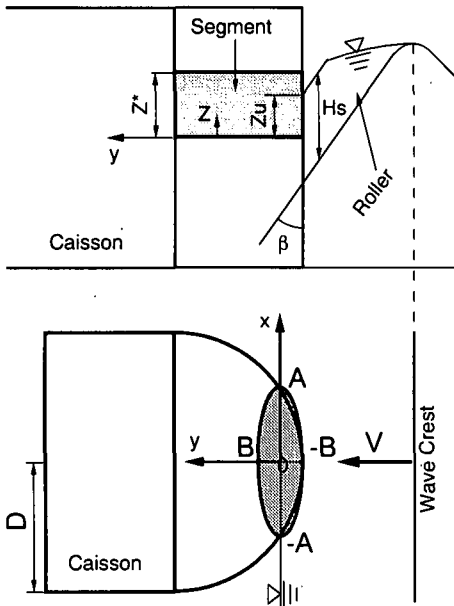


図-2 半円筒側面図 (上), 楕円による近似 (下)

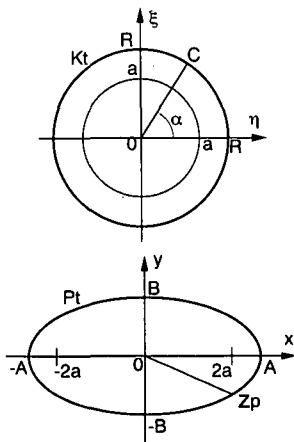


図-3  $\zeta$  平面および  $z$  平面

A および B は

$$A = \sqrt{D^2 - (D - Vt)^2}, B = Vt \quad (21)$$

で与えられる。いま図-3 に示すように複素平面 ( $\zeta = \eta + i\xi$ ) 上で原点を中心とする半径  $R$  ( $=a/k$ ;  $k < 1$ ) の円を  $K_t$  とする。Joukowski 変換によりこの円を  $z$  平面 (物理平面) 上の楕円  $P_t$  に写像する。すなわち  $K_t$  の座標を

$$\zeta = (\eta + i\xi) = Re^{i\alpha} \quad (22)$$

と置く。  $K_t$  は Joukowski 変換 ( $z = \zeta + a^2/\zeta$ ) により  $z = x + iy$  平面に

$$z = x + iy = Re^{i\alpha} + a^2 e^{-i\alpha}/R \quad (23)$$

と写像される。これは

$$\frac{x^2}{(R + a^2/R)^2} + \frac{y^2}{(R - a^2/R)^2} = 1 \quad (24)$$

なる楕円で、(21) 式より  $A = (R + a^2/R)$ ,  $B = (R - a^2/R)$  となる。  $\zeta$  平面で円柱  $K_t$  を過ぎる一様流の複素速度ポテンシャル  $\omega_\zeta$  は

$$\omega_\zeta = V(e^{-i\theta}\zeta + R^2 e^{i\theta}/\zeta) \quad (25)$$

の様に与えられる。ここに  $\theta$  は  $\eta$  軸と流れのなす角でここでは  $\theta = \pi/2$  とする。したがって、

$$\omega_\zeta = iV(-\zeta + R^2/\zeta) \quad (26)$$

となる。これを Joukowski 変換により  $z$  平面 (物理平面) のものに写像すると、  $x > 0$  の領域に対して

$$\omega_z = -\frac{iV}{2} \left\{ z + \sqrt{z^2 - 4a^2} - \frac{R^2(z - \sqrt{z^2 - 4a^2})}{a^2} \right\} \quad (27)$$

となる。圧力方程式 (19) 式の第 1 項は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=z_p} &= \text{Real} \left( \frac{\partial \omega_z}{\partial t} \right) = \text{Real} \left\{ \frac{\partial \omega_z}{\partial z_p} \frac{dz_p}{dt} \right\} \\ &+ \text{Real} \left\{ \frac{\partial \omega_z}{\partial a} \frac{da}{dt} \right\} + \text{Real} \left\{ \frac{\partial \omega_z}{\partial R} \frac{dR}{dt} \right\} \quad (28) \end{aligned}$$

となる。ここに  $z_p$  は楕円表面上 ( $y < 0$ ) の点の座標であり、  $\text{Real}$  は実数をとることを意味する。(28) 式の第 1 項は

$$\begin{aligned} \text{Real} \left\{ -\frac{iV}{2} \left( 1 + \frac{z_p}{\sqrt{z_p^2 - 4a^2}} \right) \frac{iz_p}{dt} \right. \\ \left. + \frac{iVR^2}{2a^2} \left( 1 - \frac{z_p}{\sqrt{z_p^2 - 4a^2}} \right) \frac{dz_p}{dt} \right\} \quad (29) \end{aligned}$$

ここに

$$\frac{dz_p}{dt} = \frac{u_{pz} + iv_{pz}}{1 - (a/R)^2 (\cos 2\alpha + i \sin 2\alpha)} \quad (30)$$

$$u_{pz} = (dR/dt) \cos \alpha$$

$$v_{pz} = (dR/dt) \sin \alpha \quad (31)$$

である。第 2 項は

$$\begin{aligned} \text{Real} \left\{ \frac{2iVa}{\sqrt{z_p^2 - 4a^2}} \frac{da}{dt} + \frac{2iVR^2}{a\sqrt{z_p^2 - 4a^2}} \frac{da}{dt} \right. \\ \left. - \frac{iVR^2(z_p - \sqrt{z_p^2 - 4a^2})}{a^3} \frac{da}{dt} \right\} \quad (32) \end{aligned}$$

であり、第 3 項は

$$\text{Real} \left\{ \frac{iVR(z_p - \sqrt{z_p^2 - 4a^2})}{a^2} \frac{dR}{dt} \right\} \quad (33)$$

となる。(32), (33) 式において半円筒が速度  $V$  で流体中に突入する場合

$$\frac{da}{dt} = \frac{DV - 2V^2 t}{4a}, \quad \frac{dR}{dt} = \frac{V(D - Vt)}{2\sqrt{D^2 - (D - Vt)^2} + \frac{V}{2}} \quad (34)$$

である。(19) 式の第 2 項は

$$u - iv = \frac{d\omega_\zeta}{d\zeta} \Big/ \frac{dz}{d\zeta} \quad (35)$$

より

$$\begin{aligned} (u^2 + v^2)/2 &= (u - iv)(u + iv)/2 \\ &= \frac{2V^2 \cos^2 \alpha}{1 - 2(a/R)^2 \cos 2\alpha + (a/R)^4} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

となる。(29) から (36) の各式を (19) 式に代入し、流体に接している範囲について

$$f(A, B) = \int_{z_p} p(z_p) \sin \gamma dz_p \dots\dots\dots (37)$$

のように積分すると円筒の単位厚みあたりに作用する波の進行方向の力  $f(A, B)$  が計算できる。ここに  $z_p$  は (24) 式で与えられる楕円の表面 ( $y < 0$  の部分)、 $p(z_p)$  は楕円表面に作用する圧力を表す。 $\gamma$  は楕円表面と  $y$  軸のなす角度である。 $\xi$  平面上の円  $K_t$  の半径は、

$$R = (\sqrt{D^2 - (D - Vt)^2} + Vt)/2 \dots\dots\dots (38)$$

で与えられるから波圧の時間変化も計算できる。

## 5. 波圧合力

実験時の観察によれば大きな水深での衝撃波圧は Surface-roller によってもたらされるものと考えられる。したがって衝撃波圧は作用の開始時刻より、作用点は時間と共に上方に移動する。いま波圧計測用のセグメントの高さを  $Z^*$ 、Roller 内の水平方向水粒子速度を  $V$ 、波速を  $C$  とする。 $V$  および  $C$  は衝突によっても短い時間の間は変化しないものとしてこの条件で半円筒が流体に突入した場合セグメントに作用する波圧合力は

$$F(t) = \int_0^{Z_u} f(t|Z) dZ \dots\dots\dots (39)$$

で与えられる。ここに  $f(t|Z)$  は時刻  $t$  でセグメントの下端から  $Z$  の位置の円筒単位厚みあたりに作用する  $y$  軸方向の力である。すなわち図-2 に示すように鉛直軸と Surface-roller の表面とのなす角を  $\beta$  とすると、時刻  $t$  における roller 表面と円筒先端との交点の高さは  $Z_u = Vt/\tan \beta$  となる。この時刻、下から  $Z$  の高さで水平に切ったセグメントの断面で流体中に入っている部分の幅の  $1/2$  および奥行はそれぞれ

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{D^2 - \{(Z_u - Z) Vt/Z_u\}^2} \\ B &= (Z_u - Z) Vt/Z_u \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

で与えられるので (39) 式の  $f(t|Z)$  としては (40) 式の値を (37) 式に代入して計算した  $f(A, B)$  を用いるとよい。ただし roller の鉛直方向の厚み  $H_s$  が  $Z^*$  に比して薄く  $Z_u > H_s$  となった場合 (39) 式の積分の下限は  $Z_u - H_s$  となる。また  $Z_u$  が  $Z^*$  より大きくなった場合には積分の上限は  $Z^*$  となる。図-4 は水深が 59 cm で波高 26.9 cm、周期 1.3 s の波が半径 8 cm の円筒に作用した場合の  $p(z_p)$  の分布を示したもので、 $Z=0$  のレベルのセグメント単位厚さあたりの  $p(z_p)$  である。図中の各線は時間

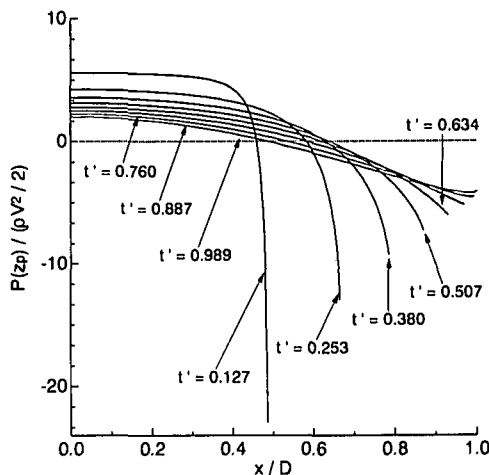


図-4 波圧分布の時間変化

の経過による変化を示したもので  $t'$  は  $D/V$  で割って正規化した時間である。

## 6. 水理実験

実験は幅 0.5 m、深さ 0.75 m、長さ約 29 m の 1 次元水槽の一部を用いて行った(多田ら, 1997)。水槽の一端に  $1/50$  のスロープを設置し、その上に法面勾配  $1/2$  の鋼製マウンドを置き、さらにその上に前面に半径 8 cm の半円筒を張り付けたアクリル製ケーソンモデルを設置した。水深は 59 cm とした。この模型前面で波が砕波するように造波板を制御して実験に用いた。砕波直前の波の波高は 26.9 cm、周期は 1.3 s である。半円筒の静水面を中心とした  $\pm 2.5$  cm の区間を計測区間としてこの部分を上下の円筒と切り離し、板バネに取り付けてこれに作用する水平方向の力を測定した。実験は無孔の半円筒、同じ半円筒に 15%、30%、45% の面積比率で穴をあけたものおよび半円筒をつけない鉛直壁を用いた 5 ケースについて行い、それぞれ上の波を作用させて波圧合力を測定した。鉛直壁の場合には静水面を中心とした  $\pm 2.5$  cm の区間で幅 16 cm の部分に作用する波圧を測定した。測定系の固有振動は谷本らの方法 (1983) で取り除いた。実験は各ケース 10 回繰り返した。図-5 は各ケースの実験結果を横軸に半円筒にあけた孔の比率、縦軸に波圧合力のピーク値をとって示したものである。比較のため横軸が 100% の位置に鉛直壁の場合の結果を示した。図から半円筒が波圧合力を低下させていることがわかる。平均値と比較すると、鉛直壁の場合に比して約 40% 小さい。半円筒部に孔をあけた場合、波圧合力の低下の割合が幾分減少する。

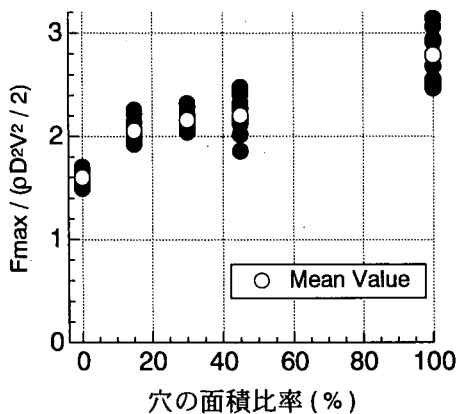


図-5 波圧合力の最大値

## 7. 波圧合力の時間波形

ここでは波圧合力の時間変化について示す。図-6は無孔半円筒のケースについて(40)式で計算した結果を示したものである。図中の実線は実験結果であり、他の線が理論値である。実験結果については測定系の力学的応答遅れが含まれているので、系のインディシャル応答波形から決定した時定数を用いてピークの出現時間を修正した。図中の各線は roller 前面と鉛直軸とのなす角度  $\beta$  をパラメータとして変化させたものである。計算には  $V$  としては波速  $C$ 、Roller の厚み  $H_s$  は Schaffer ら (1993) のモデルを用いて計算した 5 cm を用いた。この例では  $\beta=50^\circ$  の結果とよく対応している。

## 8. おわりに

この研究は Wagner が用いた平板のかわりに物体を楕円柱で近似して衝撃波圧をモデル化する事を試みたものである。モデル化にあたり大きな水深において構造物に衝撃波圧を生ずるのは砕波前面に存在する Surface-roller であるとしたが、これは衝撃力の発生の瞬間の波の挙動をスロービデオで再生観察する際に認識されたことである。ただし roller の存在自体は 5. のモデル化自体に影響するわけではなく、ただ流体の速度  $V$  と、(40)式の積分範囲で間接的に考慮されるだけである。ここでの議論には以下の点についての問題が残されている。すなわち  $t=D/V$  より後では roller の先端が半円筒部分の後ろのケーソンの鉛直部に達する。流体はこれ以後鉛直方向に運動を変える。この運動は  $y$  軸方向の圧力を低下させるものと考えられるが、ここではこの影響を無視した。roller に含まれる空気は流体の単位体積重量に影響する

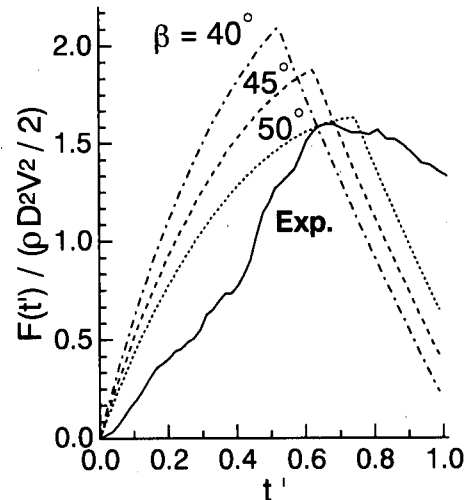


図-6 波圧合力の時間波形

はずであるがここではこれを無視した。 $\beta$ として適切な値の推定の他にこれらの影響の評価が次の課題である。

謝辞：本研究を進めるに当たり鳥取大学大学院平田健人君の協力を得た。記して感謝の意を表する。

## 参 考 文 献

- 合田良実・原中祐人・北畑正記 (1966): 直柱に働く衝撃砕波力の研究, 港湾技術研究所報告, 第5巻, 第6号, pp. 1-30.
- 高橋重雄・谷本勝利・鈴木倫司 (1983): 直立壁に作用する衝撃波圧の発生機構に関する一考察, 港湾技術研究所報告, 第22巻, 第4号, pp. 3-31.
- 多田二三男・木村 晃・平田健人 (1997): 半円型消波ケーソンに作用する衝撃砕波圧について, 第22回海洋開発シンポジウム論文集, pp. 567-573.
- 谷本勝利・高橋重雄・吉本靖俊 (1983): 衝撃応答波形からの外力推定法について, 港湾技術資料, No. 474, 24 p.
- 谷本勝利・高橋重雄・金子忠男・塩田啓介・小藏絃一郎 (1986): 円柱に働く衝撃砕波力に関する実験的研究, 港湾技術研究所報告, 第25巻, 第2号, pp. 29-87.
- Armand, J. L. and R. Cointe (1986): たとえば高木・新井, 船舶・海洋構造物の耐波理論, 成山堂, 1996, pp. 837-906.
- Schäffer, H. A., Per. A., Madsen and R. Deigaard (1993): A Boussinesq model for waves breaking in shallow water, Coastal Eng., 20, pp. 185-202.
- Von Karman, Th (1929): The impact on seaplane floats during landing, NACA, TN 321.
- Wagner, H. (1932): Über stoss-und gleitvorgänge an der oberfläche von flüssigkeiten, Zeitschrift für angewandte mathematik und mechanik, Band 12, Heft 4, pp. 193-215.
- Watanabe, I. (1986): たとえば高木・新井, 船舶・海洋構造物の耐波理論, 成山堂, 1996, pp. 837-906.