

衝撃碎波圧の発生条件および気泡混入を考慮した その伝播シミュレーション

泉 宮 尊 司*・根 本 裕 之**

1. 緒 言

混成防波堤や比較的急勾配海浜に設置される直立堤を設計する際に、予め衝撃碎波圧の発生条件を知っておくことは極めて重要なことである。このため、衝撃碎波圧の発生に関する実験的な研究が数多く行われ（谷本ら、1981、高橋ら、1992、服部ら、1993）、おおよそ衝撃碎波の発生予測ができるようになってきている。しかしながら、海底地形やマウンド形状がこれまでの実験結果と大きく異なる場合には、衝撃碎波圧の発生条件も変化することが考えられる。特に海底勾配が1/20よりも急な地形においては、実験例は極めて数少なく、波浪条件が僅かに変化しただけで衝撃碎波圧が発生する危険性もある。

そこで本研究では、海底勾配が1/20よりも急な地形において、幾何形状だけでなく、碎波強度や波の周期の影響を取り入れたパラメタを用いて実験結果を整理し、その発生条件を明らかにすることを研究の第1の目的とする。また、Wagner型とBagnold型の中間的な衝撃碎波圧が発生する場合には、多数の気泡が混入するために、その発生・伝播機構はより複雑であり、未だ不明な点が多い。そこで本研究では、気泡の混入を考慮した基礎方程式を用いて、非線形波動方程式をWijngaarden (1968)に従って導き、1次元モデルではあるが、衝撃圧の発生・伝播特性を詳細に調べることにする。

2. 実験装置と実験方法

比較的急勾配海浜における衝撃碎波圧の発生条件を調べるために、幅40 cmの2次元造波水槽に1/14の海底斜面上にマウンドと直立部を設置して実験を行った。マウンドと直立部の形状は、図-1に示すようにマウンド水平部の肩幅20 cm、沖法勾配1/7であり、直立部は高さおよび幅ともに20 cmである。直立部は、厚さ10 mmの亚克力板でできており、シーラントで水槽壁面とマウンドに固定している。直立部の前面に圧力計3台を2 cm間隔で設置して圧力の測定を行った。

実験は、直立部前面の水深を10 cm、一様水深部の水深

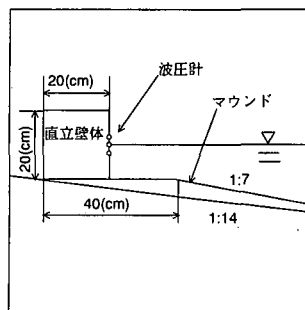


図-1 実験装置

を38 cmにして、規則波の入射波高および周期を変化させて合計34ケース行った。波圧計は静水面の位置とその上下2 cmの位置に設置されており、波圧データを2波目から5波目までを2 kHzから5 kHzでサンプリングして、データレコーダに記録した。入射波高は、一様水深部で計測し、沖波波高を算定した。また、直立壁前面の波高は、ビデオ画像より読みとっているが、録画データの無い実験条件については、有限振幅波の浅水係数を算定して（合田、1990）、計算で求めている。

3. 衝撃碎波圧の発生条件

衝撃碎波圧の発生条件については、谷本（1976）が相対波高 H/h と相対マウンド高さ d/h の二つのパラメタをもとに整理しており、その図が発生条件の一応の目安を与えるものとなっている。しかしながら、海底勾配が1/50以下と極めて緩やかな勾配に限られていることや波の周期の効果が考慮されていないなどのために、実験データのばらつきも見られる。

そこで本研究では、幾何学的なパラメタだけでなく、碎波の強さを表すパラメタや波の周期の効果も考慮するために、合田（1970, 1990）の碎波指標より得られる碎波強度パラメタ I

$$I = \frac{(H_b/L_o)}{\{1 - \exp[-1.5\pi h/L_o(1 + 15 \tan^{4/3} \beta)]\}} \dots\dots\dots (1)$$

を用いて、無次元波圧との関係を調べることにした。ここに、 H_b は直立堤前面の波高、 L_o は沖波波長、 h は直立部前面水深、 $\tan \beta$ は直立部前端からその水深の5倍沖側

* 正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科
** 新潟大学大学院自然科学研究科

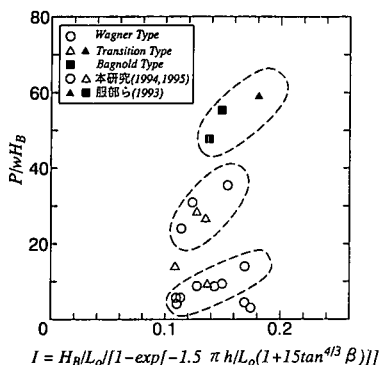
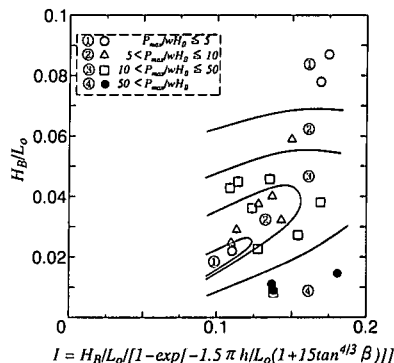
図-2 無次元波圧と碎波強度パラメタ I との関係

図-3 衝撃碎波圧の発生条件

の地点までの平均勾配を表す。また、波の周期と非線形性を示すパラメタとして、波形勾配 H_B/L_0 およびアーセル数 $U_r = gH_B T^2/h^2$ との関係も調べることにした。ここに、 T は周期、 g は重力加速度である。

図-2 は、無次元波圧 $P_{\max}/wH_B$ と碎波強度パラメタ I との関係を示したものである。ここに、 $P_{\max}$ は最大波圧、 w は流体の単位体積重量である。無次元波圧強度は、碎波強度パラメタ I の値が大きくなるに従って増加傾向にあるが、それぞれの実験ケースによってばらつきがあり、この碎波強度パラメタ 1 つでは、無次元波圧強度が決まらないことを示している。

そこで、碎波強度パラメタ I と波形勾配 H_B/L_0 による無次元波圧強度 $P_{\max}/wH_B$ の関係を調べたのが、図-3 である。この図によると、無次元波圧強度が極めて大きくなるのは、波形勾配 H_B/L_0 が 3% 以下の時であり、かつ碎波強度パラメタ I の値が 0.13 以上の時である。また、波形勾配が 3% 以上の場合においても、碎波強度パラメタの値が 0.1 以上であれば、無次元波圧の値が 10 以上となることがあることを示している。このように、直立部前面の波高を用いた波形勾配と碎波強度パラメタの 2 つのパラメタにより、衝撃碎波圧の発生条件をほぼ特定できるものと考えられる。

図-4 は、無次元波圧とアーセル数 $U_r = gH_B T^2/h^2$ との関係を示している。概略的にみるとアーセル数の対数値に比例しているような関係が認められ、アーセル数が大きいほど、かつ波高水深比 H_B/h が大きいほど、無次元波圧が大きくなっている傾向がみられる。しかしながら、詳細に図をみると波高水深比が 1 よりも小さい場合には、実験データのばらつきも大きく、アーセル数との相関もかなり低くなっていることが分かる。

4. 気泡混入を考慮した衝撃圧の発生・伝播計算

衝撃碎波圧のタイプとして、気泡をほとんど含まず単発的な衝撃圧が生じる Wagner 型と大きな空気塊を巻

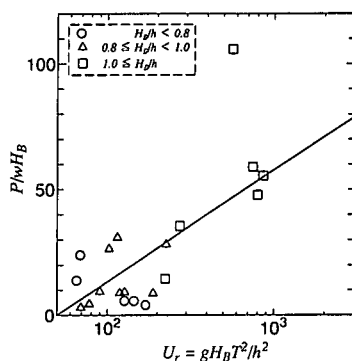


図-4 無次元波圧とアーセル数との関係

き込んで発生する Bagnold 型とに分類されているが、その中間型では、多数の小さな気泡が混入するために、その影響を考慮することが望ましいと思われる。この気泡の影響に関しては、合田・原中 (1967) および服部・由井 (1993) によって、圧力波の伝播速度については議論されてきたが、圧縮性や気泡径等の影響についてはほとんど明らかにされていない。そこで、気泡の混入を考慮した 2 相混合物理理論 (Wijngaarden, 1968, 1972) に基づいて、衝撃圧の基礎方程式を得ることとする。

いま、単位体積あたりの気泡体積を α 、液体の密度を ρ_w 、気体の密度を ρ_g とすると、混合体の密度 ρ は、

$$\rho = \rho_w(1 - \alpha) + \rho_g \alpha \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。しかしながら、実際には $\rho_g/\rho_w \ll 1$ であるために、 $\rho = \rho_w(1 - \alpha)$ と表すことができる。ここで気泡の混入率 α が十分に小さく、均一に分布し、気泡と流体との相対運動がない場合を考える。この時、2 相混合体の連続式および運動方程式は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right\} = - \frac{\partial P}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここに、 u は液体の速度、 P は圧力である。ここで、気泡の半径を R とすると、気泡の運動方程式は次式で与えられる (Wijngaarden, 1968)。

$$P_g - P = \rho_w R \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} + \frac{3}{2} \rho_w \left(\frac{\partial R}{\partial t} \right)^2 \quad (5)$$

ここに、 P_g は気泡内圧力である。さらに、気泡が等温変化する場合には、

$$P_g / \rho_g = P_{g0} / \rho_{g0} = \text{const.} \quad (6)$$

なる関係が成立する。ここに、下添字の 0 は静的な平衡状態にある時の値を表す。また、気泡内の質量保存則より、

$$\rho_g R^3 = \rho_{g0} R_0^3 = \text{const.} \quad (7)$$

なる関係も成立する。 R_0 は初期の気泡半径である。ここで、摂動展開により 2 次の微小項まで考慮すると、次の非線形波動方程式が得られる。

$$\frac{\partial P_g}{\partial t} + u \frac{\partial P_g}{\partial x} + (A_1 + A_2 P_g) \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + (B_1 - B_2 P_g) \frac{\partial P_g}{\partial x} + D \frac{\partial^2 P_g}{\partial x \partial t^2} = 0 \quad (9)$$

ここに、 $A_1 = P_0 / \alpha$ 、 $A_2 = (2 - \alpha) / \alpha$ 、 $B_1 = \alpha C_0^2 / P_0^2$ 、および $D = R_0^2 / 3(1 - \alpha) P_0$ であり、 P_0 は標準大気圧、 C_0 は混合液体中の音速である。

式 (8) および (9) は、よく知られた Boussinesq 系の方程式であり、ソリトン解をもつことが示されている。本研究では、上の方程式を適切な境界条件を与えて、予測子修正子法を用いて数値計算を行った。

5. 計算結果とその考察

気泡が液体中に混入すると、2 相混合体中を伝播する音波の速度がかなり小さくなることが分かっている。合田・原中 (1967) は、衝撃圧の直立壁前方への伝播実験を行い、500 m/s 程度の速度を得ている。また、服部・由井 (1993) も同様な実験を行い、50 m/s～220 m/s の速度を得ている。そこで、2 相混合体理論による圧縮波の伝播計算を行い、気泡混入率と伝播速度との関係を調べた。

図-5 は、気泡混入率と伝播速度との関係を示したものである。図中の実曲線は、微小振幅波の理論値で次式で与えられる。

$$C_0^2 = \frac{P}{\rho_w \alpha (1 - \alpha)} \quad (10)$$

数値計算においては、入力波形を tanh 波を与え、その振幅を 10 gf/cm² (0.981 kPa)、100 gf/cm² (9.81 kPa) として計算している。計算結果は、理論値にほぼ一致し、圧力振幅が大きいほど伝播速度がやや大きくなっている。これは、式 (8) および式 (9) の非線形性の効果の現れであると考えられる。この図をみて分かるように、気泡混入率が 1% 以上で伝播速度は 100 m/s 以下となり、気泡が存在しない液体では 1500 m/s であるので、そ

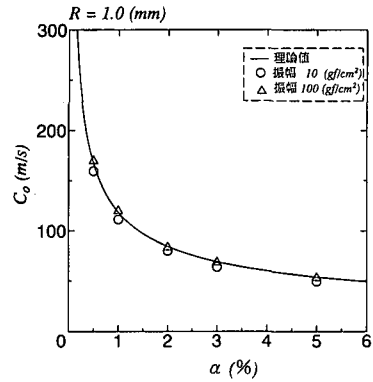


図-5 衝撃圧の伝播速度の計算結果

の影響がいかに大きいか分かる。

次に気泡径による発生衝撃圧への影響を調べるために、気泡混入率を一定として、静止状態にある混合液体の一方の境界が、初速度が 0.5 m/s で動き 1 ms で静止した時の壁面近傍の気泡内圧力を調べたのが、図-6 である。気泡混入率が一定の場合には、気泡径が大きいほど発生する衝撃圧は大きくなることが分かる。これは、気泡径が大きい時には式 (9) の分散項が大きくなるが、気泡径が小さい時の方が数多くの気泡に運動量に変換されることで、気泡 1 個あたりの圧力が小さくなるためであると考えられる。

一方、気泡径を一定とした場合、気泡混入率が大きくなるほど発生衝撃圧が小さくなることが数値計算により明かとなった。これは、気泡混入率が大きくなると圧縮波の伝播速度が低下し、運動量の変化 $P = \rho C_0 u$ が小さくなるためであると考えられる。

気泡径の大きさによる衝撃圧の分散性の影響を詳しく調べるために、tanh 波の伝播計算を行った。図-7 は、気泡混入率が 2% の時の伝播計算結果であり、気泡径が 0.2 mm から 3.0 mm までの 5 種類の結果を示している。この図より、気泡径が小さいほど、衝撃圧の急変領域は切り立った形状をしており、分散性がより小さくなっていることを示している。また、分裂波の形状からも同様なことが言える。

これまでの計算では、壁面の相対的移動速度が発生する圧力とは独立に与えていたが、実際には構造物は振動系となっているので、その振動系と方程式 (8) および (9) を連立させて解かなければならない。いま、1 自由度系の振動方程式を考えると、壁面の変位を x とすると、

$$M \ddot{x} + c \dot{x} + kx = F(t) \quad (11)$$

となる。ここに、 M は振動系の質量、 c は減衰力の比例係数、 k はバネ定数、および $F(t)$ は外力である。ここで、衝撃圧の発生面積を ΔA とすると、 $F(t) = -P(t) \Delta A$ であり、固有角振動数を $\omega_n = \sqrt{k/M}$ とすると、式 (11) は

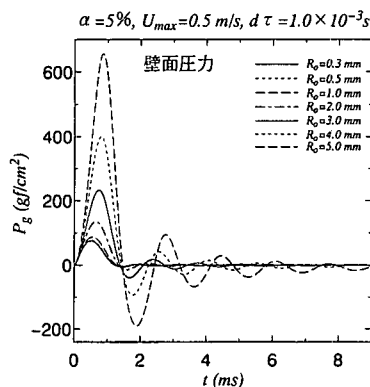


図-6 気泡径の大きさによる衝撃圧の発生

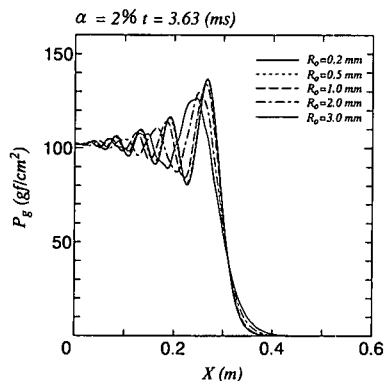


図-7 衝撃圧の伝播と分散性

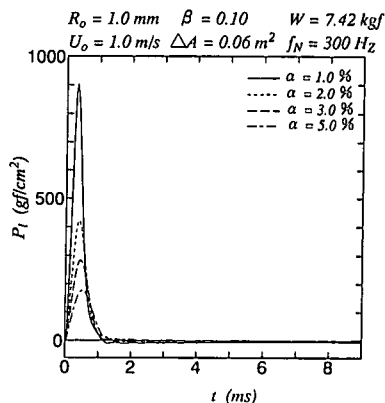
次式に書き換えられる。

$$\ddot{x} + 2\beta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = -P(t)\Delta A/M \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $\beta = c/2\sqrt{kM}$ であり、一般に減衰定数と呼ばれている。上式を初期変位 $x=0$ 、および初速度 $\dot{x}=U_0$ の初期値のもとに、式(8)および(9)を連立させて数値的に解くことにする。式(12)の時間積分は、Runge-Kutta-Gill法を用い、式(8)および式(9)は予測子修正子法により数値計算を行った。

図-8は、振動系の重量 W が 7.42 kgf、固有周波数 $f_N = 300$ Hz、減衰係数 $\beta = 0.1$ の条件の下で、気泡径が 1 mm、初速度 1 m/s の時の気泡混入率による発生衝撃圧 P_i の変化を示したものである。この場合、いずれの気泡混入率に対しても作用時間は 1 ms 程度であり、気泡混入率が大きいほど発生衝撃圧が小さくなっている。

図-9は、受圧面積 $\Delta A = 1 \text{ m}^2$ と大きくした時の結果で、外力に対して相対的に振動系の質量が小さい場合の衝撃圧の変動を示している。このような場合には、圧力変動は前の結果よりも長く続き、固有振動数 f_N が小さいほど、すなわちパネ定数が小さいほど変動圧力が大きくなる事が分かる。なお、図中の 0 ms 近傍の圧力波形が滑らかではないのは、初期において、式(10)より液体

図-8 気泡混入率による発生衝撃圧 P_i 変化

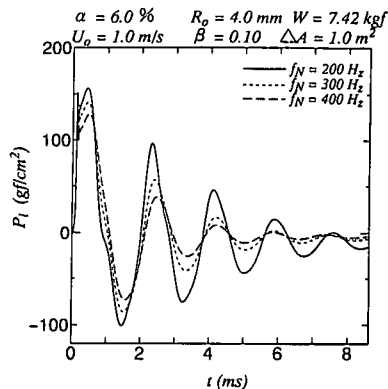
の圧力を求めると、気泡内圧力の変化は比較的滑らかであっても、気泡径が急激に変化するために、その時間微分や2階微分値が大きく変動するためである。

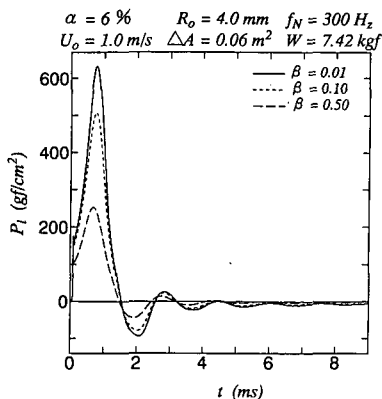
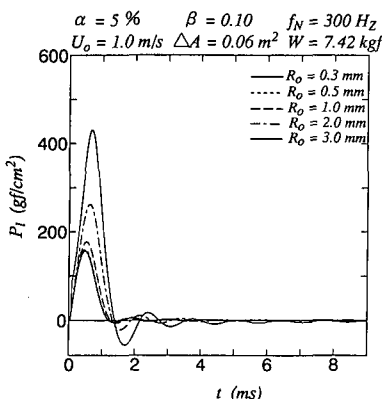
振動系の減衰定数が発生衝撃圧に与える影響を調べたのが、図-10である。この図は、気泡混入率が $\alpha = 6\%$ 、気泡径 $R_0 = 4$ mm で、初速度 1 m/s の条件の時の結果である。減衰定数が $\beta = 0.01$ の時には、大きな衝撃圧の発生がみられるが、減衰定数の値が大きくなるに従って、発生する衝撃圧の大きさも小さくなっている。

図-11は、気泡径の大きさによる発生衝撃圧の変化を示したものである。計算条件は、気泡混入率 $\alpha = 5\%$ 、減衰定数 $\beta = 0.1$ 、固有周波数 $f_N = 300$ Hz である。気泡径が 0.3 mm と 0.5 mm の結果には、ほとんど違いはなく、発生する圧力は、気泡径が大きい場合に比べて小さい。ところが、気泡径が 2 mm から 3 mm と大きくなるに従って、急に大きくなり、最大値をとる時間は僅かではあるが長くなっていることが分かる。

6. 結 論

本研究では、海底勾配が比較的急な地形において、衝

図-9 固有振動数による発生衝撃圧 P_i の変化


 図-10 減衰定数による発生衝撃圧 P_1 の変化

 図-11 気泡径による発生衝撃圧 P_1 の変化

撃碎波圧発生の実験を行い、その発生条件を碎波強度や波の周期の影響を取り入れたパラメータを用いて整理した。また、気泡が混入した2相混合体における衝撃碎波圧の発生・伝播について1次元モデルではあるが計算を行った。その結果以下の事柄が明かとなった。

(1) 合田の碎波指標より得られるパラメータと直立部前面の波高を用いた波形勾配によって、衝撃碎波圧の発生条件がほぼ特定できることが示された。特に、無次元波圧の値が大きくなるのは、波形勾配が3%以下で、パラメータ I の値が0.13程度以上の時である。

(2) Wijngaarden による2相混合体モデルによっ

て、気泡混入による衝撃圧の伝播速度の低減がほぼ説明できることが分かった。また、非線形性の効果により、圧力振幅が大きくなると、伝播速度が僅かに大きくなることが示された。

(3) 気液2相混合体の基礎式を予測子修正子法で数値計算を行った結果、気泡混入率を一定とした場合、気泡径が大きいほどより大きい衝撃碎波圧が発生することが分かった。また、気泡径を一定とした場合には、気泡混入率が増加するに伴い発生衝撃圧も小さくなることが分かった。

(4) 1次元振動方程式と気液2相混合体の基礎式を連立させて解析した結果、振動系の減衰定数の値が大きいほど、同一の初速度に対して発生する衝撃圧の大きさが小さくなることが示された。

最後に、本研究の実験は、本学の大学院生であった田辺 剛君(現鹿島建設)、および卒業研究生の荒井純一郎君(現富山県)、吉田 宏君(現新潟市)が行ったことを付記し、感謝します。また、本研究の一部は、平成8年度文部省科学研究費基盤研究(C)(2)(代表:泉宮尊司)によったことを付記し、謝意を表する。

参 考 文 献

- 合田良実(1970): 碎波指標の整理について, 土木学会論文報告集, 第180号, pp. 39-49.
- 合田良実(1990): 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 333 p.
- 合田良実・原中祐人(1967): 衝撃碎波圧に関する一実験, 港湾技術研究所資料, NO. 32, pp. 1-18.
- 高橋重雄・谷本勝利・下泊建一郎・細山田得三(1992): 混成防波堤のマウンド形状による衝撃波力係数の提案, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 676-680.
- 谷本勝利(1976): 混成防波堤に作用する波力について, 昭和51年度港湾技術研究所講演会講演集, pp. 1-26.
- 谷本勝利・高橋重雄・北谷高雄(1981): 混成防波堤のマウンド形状による衝撃碎波力の発生と対策について, 港湾技術研究所報告, 第20巻, 第2号, pp. 3-39.
- 服部昌太郎・由井孝昌(1993): 衝撃碎波圧の発生・伝搬機構に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 751-755.
- Wijngaarden, L. V. (1968): On the equations of motion for mixtures of liquid and gas bubbles, Jour. of Fluid Mech. Vol. 33, Part 3, pp. 465-474.
- Wijngaarden, L. V. (1972): One-dimensional flow of liquids containing small gas bubbles, Ann. Rev. Fluid Mech. Vol. 4, pp. 369-396.