

運動量を考慮した越波伝達波の算定法

織田 幸伸*・東江 隆夫**・灘岡 和夫***

1. はじめに

防波堤の天端高は、経済的あるいは景観的な理由から、ある程度越波を許容した設計となっている。この場合、港湾内の静穏度を把握するには、港口からの回折波に加えて防波堤からの越波伝達波を考慮しなければならない。

越波伝達波の計算は、便宜的に、港外波スペクトルの各周波数成分ごとに伝達率を乗じ、それらを合成した値を防波堤からの伝達波としてきた。しかし、越波伝達波は波群特性や波向きなどによって大きく異なるため、これを正しく見積もるためには、越波を時系列で解く必要がある。越波を時系列で解く方法としては、伝達波をCauchy-Poisson波(C-P波)の重ね合わせによって求める方法(倉田, 1981; 松井ら, 1980; 池野ら, 1991)や越波した水塊による造波問題に置き換える方法(西受・水口, 1996)などがある。

C-P波を用いる方法は、伝達波の波形を支配する初期条件を主に実験によって与えており、波浪等から明確に決定できない。また、微小振幅波の理論解を1波毎に重ね合わせているため、海底形状が複雑に変化した場合にはその理論解がないため適用できない。

造波問題に置き換える方法は、越波が防波堤背面の壁に沿って流れ込むような比較的ゆるやかな越波に適用範囲が限られている。また、越波水塊の到達深度によって、物理的根拠の薄い補正係数が必要となる。

本研究の目的は、越波伝達波の物理的機構を明確にし、それに基づいた越波伝達波を時系列で算定する手法を構築することにある。具体的には、越波伝達波を質量と運動量の流入として数値計算に取り込む方法を提案し、実験によってこれを検証する。本数値計算では、実験等による補正を出来る限り必要としないモデル化を試みた。

2. 水塊の打ち込みによる波の特性

越波伝達波の基本特性を調べるため、図-1に示した

装置を用いて、水塊を水面上に斜めに落とし、水塊が水面に打ち込むことによって発生する波の波形を計測した。実験結果を図-2に示す。打ち込み角は、 $\theta=30, 60, 90^\circ$ の3つとし、打ち込む水塊の量はすべて同じとした。ただし、 $\theta=30^\circ$ の場合には、実験装置の都合により $x=-1.0\text{ m}$ の位置での計測が出来なかったため表示していない。

$\theta=90^\circ$ で水塊が鉛直に水面に打ち込んだ場合は、正負方向にほぼ同じ波が発生している。これに対し、 $\theta=60^\circ, 30^\circ$ の場合には、水塊の持つ水平流速と同じ方向(正方向)に進む波が大きく、逆向きの負方向に進む波が小さい。またこの傾向は、より水平流速の大きい $\theta=30^\circ$ の方が強い。この正負方向に進む波の違いによるものであり、このことから、越波伝達波をモデル化するには、質量の流入だけでなく、この運動量の流入を考慮する必要があることが分かる。

発生した波は、打ち込み角にかかわらず、進行するにしがたい短周期の波が発達している。これは波の分散性のため短周期の波ほど波速が小さく、各周波数成分波が自由波として進行していることによる。したがって、越波伝達波の計算では、この分散特性を精度良く再現する必要がある。

また、斜めに水塊が打ち込んだ場合、打ち込んだ方向とは逆向き(負方向)にも波が発生している。実際の越波でも、水塊が打ち込んだ位置から防波堤の裏側に向けて、入射波とは逆向きに進行する波がある。本研究では、この入射波の波向きとは逆方向に進む波についても再現できる計算方法を提案する。

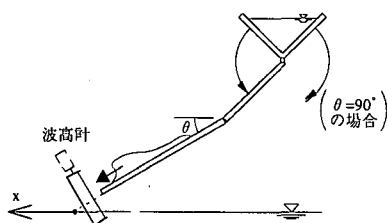


図-1 水塊打ち込み実験装置

* 正会員 工修 大成建設(株)技術研究所海洋水理研究室
 ** 正会員 MS 大成建設(株)技術研究所海洋水理研究室
 *** 正会員 工博 東京工業大学教授 大学院情報理工学研究科情報環境学専攻

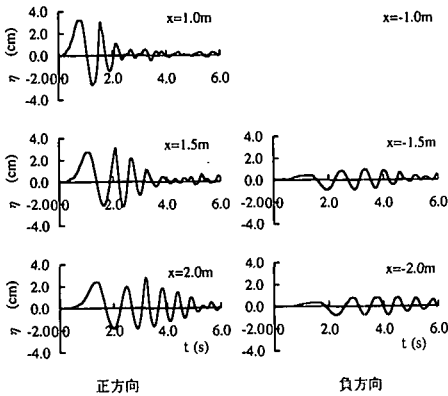
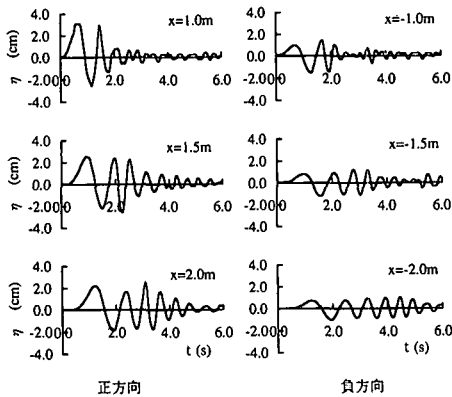
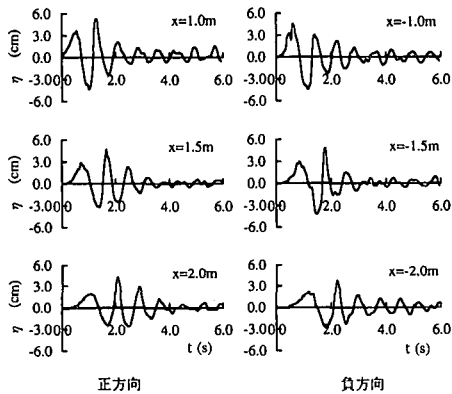
(a) $\theta = 30^\circ$ (b) $\theta = 60^\circ$ (c) $\theta = 90^\circ$

図-2 水塊打ち込み実験結果

された。そこで、鉛直2次元場(x, z)の場合を対象として、以下にモデルの具体的な定式化を行う。

基礎方程式としては、以下の連続式と運動量方程式を用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに η は水面変位, u, w は水平および鉛直流速, p は圧力, g は重力加速度, ρ は流体密度である。

一般に、非定常な波浪場を解く場合に用いられる時間発展型の波動方程式は、連続式や運動量方程式を鉛直方向に積分することによって得られる鉛直積分型の方程式である。越波伝達波の定式化は、この鉛直積分を行う際に必要となる水表面での境界条件に、打ち込み水塊による質量と運動量の流入の効果を組み込むことによって行うことが出来る。ここでは紙面の関係上、積分の過程で、水表面での境界条件を通して、質量と運動量流入の効果が具体的にどのように組み込まれるかという点に焦点を絞って以下に説明する。

いま、越波が打ち込む際の水塊の水平方向の流速を u_f 、鉛直方向の流速を w_f 、単位時間、単位長さ当りの越波の流入量を f とし、水表面での流速 u, w を u_0, w_0 とする。水表面での運動学的境界条件は次式となる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} - w_{z=\eta} = f \quad \text{at } z = \eta \quad \dots\dots\dots (4)$$

連続式(1)や運動量方程式(2)(3)を底面($z = -h$)から水表面($z = \eta$)まで鉛直積分し、Leibniz rule により積分と微分の順序を入れ換えると、それぞれ以下のような項が現れる。

$$\text{式(1)より} \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} - w_{z=\eta} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{式(2)より} \quad u_{z=\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} - w_{z=\eta} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{式(3)より} \quad w_{z=\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} - w_{z=\eta} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

このうち、式(5)は式(4)の境界条件によって $-f$ に置き換えることが出来る。式(7)に関しては、鉛直流速 w が水表面で水塊と連続であることから、 $w_{z=\eta} = w_0 = w_f$ と置けることにより、 $-w_f f$ と表すことが出来る。式(6)に関しては、水平流速 u が水塊と水表面で不連続となり、その相対速度 $u_f - u_0$ の流速の運動量が流入することになるので、 $-(u_f - u_0)f$ とする必要がある。

以上のような点を考慮することにより、次式で示される鉛直積分型の方程式系が得られる。ただし、式(9)

3. 越波伝達波の算定モデル

3.1 質量と運動量の流入による越波伝達波算定モデル

上述の水塊打ち込み実験によって、越波伝達波算定モデルの定式化において、越波水塊打ち込みの効果を、質量流入としてだけでなく、方向性をもったベクトル量としての運動量流入として組み込む必要があることが示

では、 $f = -w_f$ を用いており、また、通常の分散項を省略して示してある。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz - f = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u^2 dz + g(\eta + h) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ - (\eta + h) \frac{\partial w_f^2}{\partial x} + (u_f - u_0) w_f = 0 \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

式(8)、(9)で流速場の z 方向依存性を具体的に規定することにより、鉛直積分が可能になり、その z 方向依存性表現方法に対応した波動方程式を導出することが出来る。 z 方向依存性の表現方法にはいろいろなものがあるが、ここでは、分散性を考慮した最もポピュラーな非線形長波方程式の1つであるブシネスク方程式タイプのものを用いた。ただし、一般的なブシネスク方程式は短周期の波に対して分散特性の精度が悪く、周期が短くなるとともに群速度が0に漸近してしまう。そのため、水塊が打ち込んだ場合、そこでは広い周波数帯でエネルギーを持つことから、計算の上では高周波数の波のエネルギーが進行しなくなる。そこで、ここでは短周期の波に対する分散特性の精度を高めた修正ブシネスク方程式(Madsen ら, 1991)を用いた。

式(8)、(9)から、水深 h が一定の場合の、越波伝達波を含んだ修正ブシネスク方程式が導かれる。連続式：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + w_f = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

運動量方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + D \frac{\partial w_f^2}{\partial x} + (u_f - u_0) w_f \\ = \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \frac{\partial^3 M}{\partial t \partial x^2} + B g h^3 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここに、 $D = h + \eta$ 、 M は線流量である。また、右辺第2項は、深海域での分散特性の精度を上げるための補正項であり、 B は補正係数である。 $B = 1/21$ とすると分散特性の精度が比較的高くなることが知られている。上式は、水塊が打ち込む位置のみで用いればよく、その他の領域では、 u_f 、 w_f を取り除いた通常の方程式を用いる。

以上、運動量を基本とした越波伝達波モデルの定式化を試みた。実際には、越波の打ち込みによって発生する渦の存在が無視できないため、局所的には、越波の打ち込んだ位置で上式による流速の近似精度は低下する。しかし、運動量は渦があっても保存されるため、ある程度離れた位置では、伝達波を再現することができる。

上述の計算方法によって越波伝達波を計算するには、入力条件として、越波の打ち込む位置、その時の水平方向および鉛直方向の流速が必要となる。紙面の関係上こ

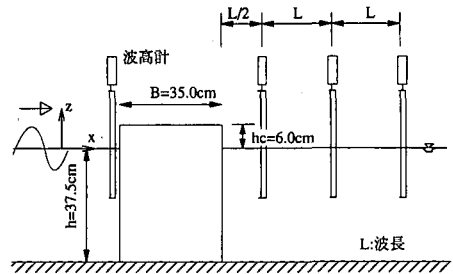


図-3 実験模型と波高計設置位置

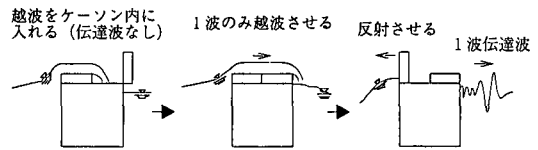


図-4 越波の1波伝達波計測実験の手順

こでは詳細を省くが、以降に示す計算においては、実験によって求められた防波堤前面での水位時系列から、防波堤天端上での水位を非線形長波方程式を基本に解き、天端の岸側端での流速と流量を求めることによって、これらの入力条件を決定した。天端上を飛び出す越波の流量とその時の水平方向運動量の計算結果は、別途行った実験結果と良い一致を示している。これについては、別の機会に報告したい。

3.2 水理模型実験

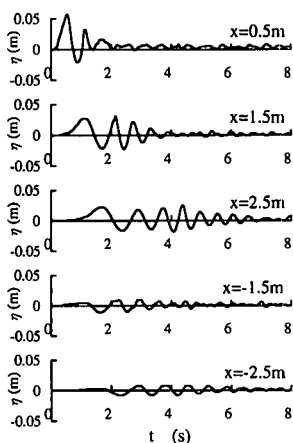
上述の越波伝達波の算定モデルを検証するために、水理模型実験を行った。対象としたのは、マウンドのない鉛直ケーソン式防波堤(図-3参照)であり、パラペットのない水平天端とした。海底は水平で水深 $h = 37.5$ cmとし、ケーソンの天端幅を $B = 35.0$ cm、天端高を $h_c = 6.0$ cmとした。入射波は規則波とし、図-3に示すように容量式波高計を設置し、越波伝達波の波形を計測した。また、規則波中の1波のみの越波によって発生する伝達波の特性を明らかにするため、図-4に示す方法を用いて1波伝達波の計測を行った。

4. 結果と考察

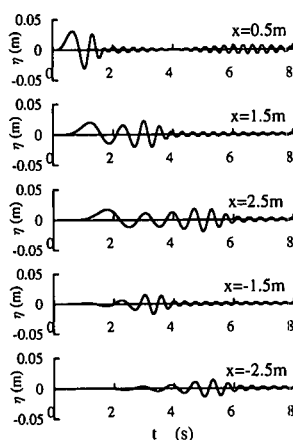
4.1 水塊打ち込み実験の再現計算

図-5(a)は、図-2(a)と同じ $\theta = 30^\circ$ の場合の水塊打ち込み実験の結果である。また図-5(b)は、3.2で導いた方程式によって図-5(a)に示した実験を再現計算した結果である。計算は、正負方向に進む波の大きさの違い、波の分散の様子をよく再現している。

負方向に進む波の時系列で、最大の波高を示す時間がずれている。負方向に進む波は、先頭の波よりもその後続く短周期の波の分散性によって発生している波が主



(a) 実験結果



(b) 計算結果

図-5 水塊打ち込み実験による水位時系列の実験と計算の比較

である。これをより正確に再現計算するには、修正ブシネスク方程式よりもさらに分散特性の精度が高い方程式（例えば灘岡ら，1994）が必要である。

4.2 越波伝達波

図-6 は、図-4 に示した方法によって計測した越波の1波伝達波の場所毎の時系列であり、図-7 はこれを再現計算した結果である。(a)は周期 $T=1.1$ s、波高 $H=13.0$ cm で比較的規模の小さい越波の、(b)は $T=1.6$ s、 $H=18.0$ cm で規模の大きい越波の結果である。計算で用いた空間格子は $\Delta x=4.0$ cm、時間ステップは $\Delta t=0.02$ s である。1波伝達波は、いくつかの周波数の波の合成波と考えられることから、防波堤背後ではそれらが伝達するにつれて、それぞれの周波数の波に分裂していく。実験結果と計算結果は、このような波高、周期、短周期の波の分裂等の特性で良く一致している。

実験結果の $x=5L/2$ の地点で短周期波が顕著となる時間がある。図-7(b)の計算結果はこの特性を再現して

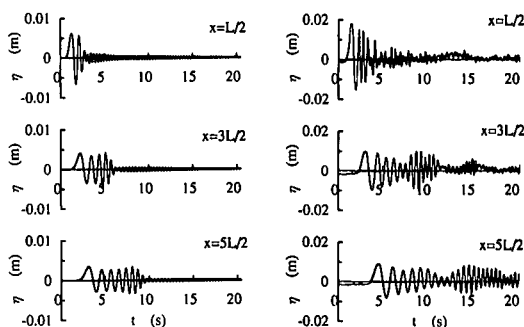
(a) $T=1.1$ s, $H=13.0$ cm (b) $T=1.6$ s, $H=18.0$ cm

図-6 越波の1波伝達波波形 (実験結果)

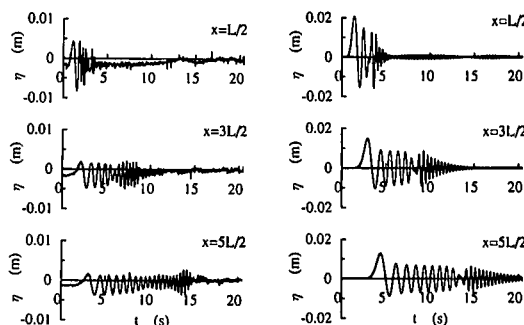
(a) $T=1.1$ s, $H=13.0$ cm (b) $T=1.6$ s, $H=18.0$ cm

図-7 越波の1波伝達波波形 (計算結果)

いるが、(a)の計算結果には現れていない。(b)の $H=18.0$ cm の場合、水塊の打ち込む位置は防波堤から20~25 cm 離れた位置であるが、防波堤のない状態で同じ様に水塊の打ち込みを計算すると、波は正負方向に進み、この短周期の波の高まりは現れない。したがってこれは、水塊が落ちた位置から一度防波堤側に進み、反射して岸側に進む波のエネルギーによって発生した波であると考えられる。(a)の $H=13.0$ cm の場合越波量が小さく、越波の打ち込む位置が防波堤から5~10 cm と近い。したがって、打ち込み位置と防波堤の間に計算メッシュが1~3つしかないため、計算でこの短周期の波が再現できなかったものと考えられる。

図-8 は、規則波が越波する際の伝達波の時系列とスペクトルの実験結果であり、図-9 はこれを再現計算した結果である。実験結果によれば、伝達波は主に基本周波数成分と、その2倍、3倍周波数成分によって成る。ただし、例えば図-8(b)の $x=5L/2$ の時系列を見ると、短周期の成分が基本周波数成分に重なっているのは、12 s以降であり、短周期の波が基本周波数成分に対して遅れて到達している。また、計測点によって、スペクトル形状はほとんど同じであっても、波形が大きく異なる。このことから、2、3倍周波数の短周期の成分は、非線形性によるものではなく、それぞれが別の波速で進行し

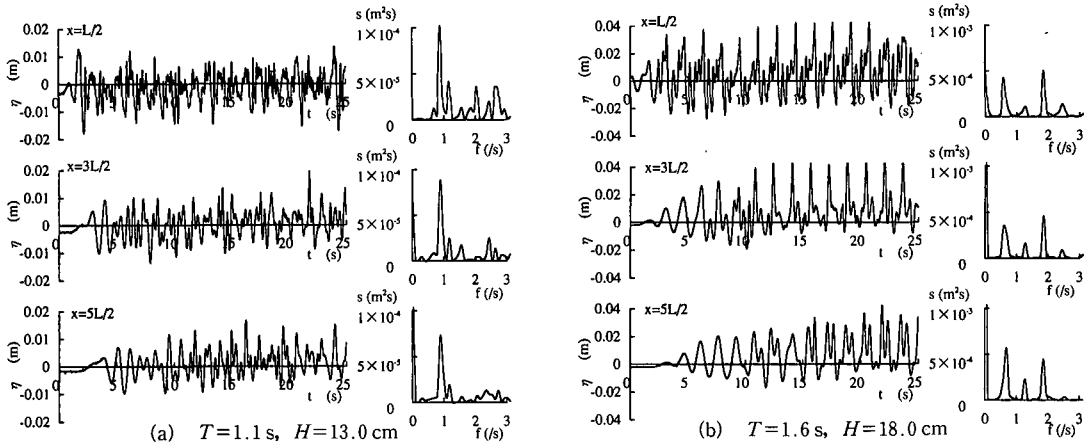


図-8 規則波の越波伝達波時系列とスペクトル (実験結果)

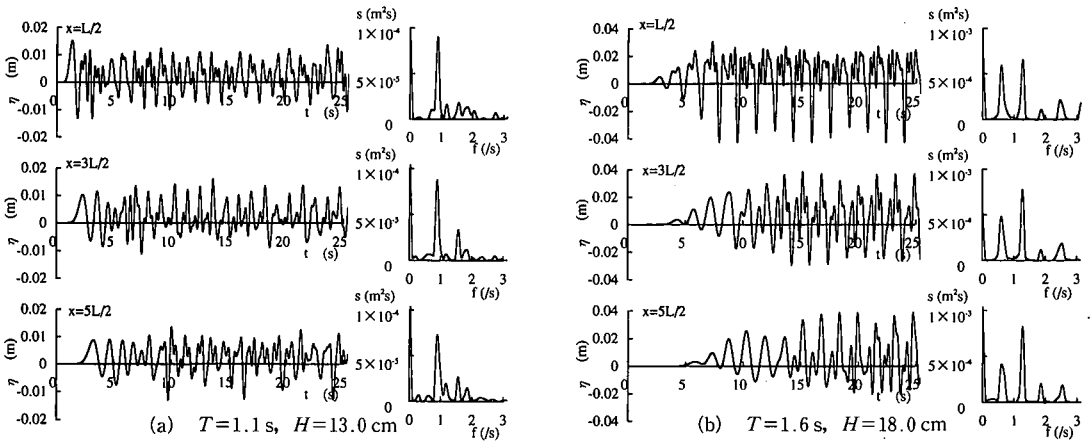


図-9 規則波の越波伝達波時系列とスペクトル (計算結果)

ている自由波であることが分かる。計算は、この短周期成分が計測点に到達する時間遅れを比較的精度良く表しており、また波高についても実験と計算は良く一致している。このように、本モデルでは他のモデルのような実験等によるパラメータ補正を導入することなく、実験値との良好な一致が得られていることから、ここで提案したモデルは越波の物理現象を正しく取り込んだモデルであると言える。

5. 結 論

運動量を考慮することにより、実現に近い越波伝達波のモデル化が可能となった。本モデルは、既存のモデルのように実験等によるパラメータ補正等を行う必要がなく、適用範囲を限定することなく現地に適用できる。

越波伝達波を計算する際には、短周期の波の分散特性を精度良く表す必要がある。ここでは修正ブシネスク方程式を用いたが、より分散特性を正確に表現できる手法(たとえば灘岡ら, 1994)を用いることにより、越波伝達

波をさらに精度良く再現できる。その結果は別の機会に報告する予定である。

参 考 文 献

- 池野正明・平口博丸・井上素行・柏木洋之・樋口豊久 (1991): 応答関数を用いた不規則波による越波伝達波の算定法, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 526-530.
- 倉田克彦 (1981): 越波による伝達波高, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 339-342.
- 灘岡和夫・Serdar Beji・大野修史 (1994): 新たな波動モデルによる強分散性非線形場の解析法の確立と屋内実験による検証, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 11-15.
- 西受由裕・水口 優 (1996): 越波による伝達波について, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 726-730.
- 松井政博・倉田克彦・荻野英樹・鈴木 巧 (1980): 越波による伝達波特性(Couchy-Poisson 波によるモデル化), 第27回海岸工学講演会論文集, pp. 410-413.
- Madsen, P. A., R. Murray and O.R. Sorensen (1991): A new form of the Boussinesq equation with improved linear dispersion characteristics, Coastal Eng., Vol. 15, pp. 371-388.