

越波による港内伝達波の計算法

渡 辺 晃*・藤 田 龍**・磯 部 雅 彦***

1. はじめに

港湾内の静穏度解析を行う際、港口からの入射波に加えて、特に暴浪時には越波による伝達波も考慮すべき重要な要素である。港口から進入する波に対しては回折や屈折、多重反射などの波浪変形に関する研究成果を用いて推定することが可能である。越波伝達波に関しては、入射波が規則波の場合でも伝達波には高周波数成分波が含まれていること、伝達波の波高及び周期とも回折波に似た大きな方向分散性を有することが実験により確認されている。また、越波伝達波の数値計算に際しては、境界を仮想の開境界と考え、波高伝達率を乗じて回折計算を行う方法が多く取られてきたが、波高、周期分布や伝達波の特性を十分に表現することはできなかった。近年平口ら(1991)、鈴木ら(1996)によって越波伝達波の特性を考慮した精度の良い計算法が提案されているが、いずれも実験結果に基づいて伝播の様子を経験的に表現しているに過ぎない。

そこで本研究では、水塊の打ち込みという現象をできるだけ正確に表現した越波による港内伝達波の理論的な計算法を提案することを目的とした。

2. 数値計算法

本研究では、港外側で入射波を与えて、防波堤の一部で越波が生じた際に、一様水深の港内側で生じる伝達波の平面2次元での波高、周期分布を求める計算法を提案する。そこで以下では、港外側、港内側で用いた計算法とそれらをどのようにして結び付けていくのかについて説明する。

(1) 港 外 側

Mizuguchi (1993) は越波と反射という現象をエネルギー的に関連づけることによって入射波と越波時の波形とを経験定数を用いることなく関係づけることのできるモデルを提案している。以下ではクノイド波を用いた規則波による鉛直壁(刃型堰)に対する越波問題をとりま

とめる。

入射波の波高を H_i 、防波堤前面での反射波の波高を H_r とすると、防波堤前面での波形 η_e は次のように表わされる。

$$\eta_e = (H_i + H_r) [\text{cn}^2(\theta; x) - \text{cn}^2] \dots\dots\dots (1)$$

ただし cn は楕円関数、 θ は位相関数、 x は楕円関数の母数、 — は1周期の平均値を示している。入・反射波と越波のエネルギーフラックスの関係はこの場合以下のようになる。

$$H_i^2 \sqrt{gd} f_{2i} = H_r^2 \sqrt{gd} f_{2r} + (2\sqrt{2g}/hT) \int_{\eta_e > H_c} \eta_e (\eta_e - H_c)^{3/2} dt \dots\dots\dots (2)$$

g は重力加速度、 f_2 は一次のクノイド波理論の波高の2乗に対する波のエネルギーの割合であり、添字 i および r はそれぞれ入射波および反射波成分を表す。

このとき時々刻々の越波量 $q(t)$ 、1波当たりの越波量 Q は、それぞれ以下のように表される。

$$q(t) = \frac{2\sqrt{2g}}{3} \int_{\eta_e > H_c} (\eta_e - H_c)^{3/2} dt \dots\dots\dots (3)$$

$$Q = \int_0^T q(t) dt \dots\dots\dots (4)$$

ここで H_c は天端高、 T は波の周期である。

このモデルを用いることによって、港外側で入射波の波高が与えられたときの時々刻々の越波量を求めることができる。

(2) 港 内 側

越波により港内側で発生する波は、水塊の落下に伴う水位の上昇と衝撃によるものであると考えられる。そこで港内側では松井ら(1980)と同様に Cauchy-Poisson 波を用いて、越波伝達波を表現することが可能であると考えた。また本研究では平面内での波高、周期の分布を求めるのが目的であるため、平面的な広がりを考慮するため、初期擾乱の形を矩形にし、平面2次元に拡張して考えた(図-1)。このとき基礎方程式及び境界条件は以下のようになる。

$$\Delta\phi = 0; -\infty < x, y < \infty, -h < z < 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\phi_u + g\phi_z = 0; z = 0, t > 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\phi_z(x, y, -h; t) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

* 正 会 員 工博 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻

** 正 会 員 工修 五洋建設(株)

*** フェロー 工博 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻

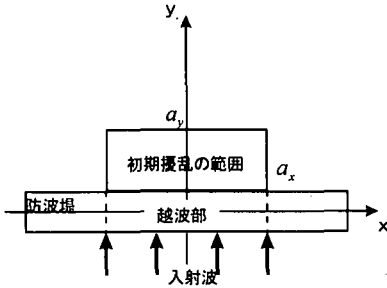


図-1 平面2次元のCauchy-Poisson波

ここでまず、 $t=0$ で $E(x, y)$ の水面上昇があったときの水面波形を求める。このときの初期条件は式(8)、(9)であり、式(6)～(9)を用いて、式(5)を解いていく。

$$\Phi_t(x, y, 0; 0) = -qE(x, y) \quad (8)$$

$$\Phi(x, y, 0; 0) = 0 \quad (9)$$

初期擾乱の範囲と大きさを示す関数 $E(x, y)$ を次のように x 方向、 y 方向にわけて考える。

$$E(x, y) = \eta_0 X(x) Y(y) \quad (10)$$

まず擾乱の範囲を示す関数 $X(x)$ 、 $Y(y)$ を以下のように考える。

$$X(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq a_x \\ 0 & a_x \leq |x| \end{cases}$$

$$Y(y) = \begin{cases} 1 & |y| \leq a_y \\ 0 & a_y \leq |y| \end{cases}$$

これらを用いて初期水位上昇による伝達波の波形 η_{E1} は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \eta_{E1}(x, y; t) &= \eta_0 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \int_0^\infty \int_0^\infty F_x(k_x) \cos k_x x F_y(k_y) \cos k_y y \\ &\quad \cos \sigma t k_x dk_y \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \eta_0 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \int_0^\infty \int_0^\infty F_x(k \cos \theta) \cos(k_x \cos \theta) \\ &\quad F_y(k \sin \theta) \cos(k_y \sin \theta) \cos \sigma t k dk d\theta \quad (12) \end{aligned}$$

このとき $F_x(k_x)$ 、 $F_y(k_y)$ はそれぞれ初期擾乱の範囲を示す関数 $X(x)$ 、 $Y(y)$ のフーリエ変換である。ただし $\sigma^2 = gk \tanh kh$ 、 $k_x^2 + k_y^2 = k^2$ である。また、数値計算のために $k_x = k \cos \theta$ 、 $k_y = k \sin \theta$ として k と θ に関する積分の形にして整理すると式(12)が得られる。

計算に際しては式(13)のように $\sigma^2 = gk \tanh kh$ の変数変換を行い離散化した後、FFTを用いる。

$$\begin{aligned} \eta_{E1}(x, y; t_k) &= \sum_{\theta} \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \eta_0 \frac{L}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{C_{\theta j}} F_x(k \cos \theta) \cos(kx \cos \theta) \\ &\quad F_y(k \sin \theta) \cos(ky \sin \theta) \cos \left(\frac{2\pi k j}{N} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

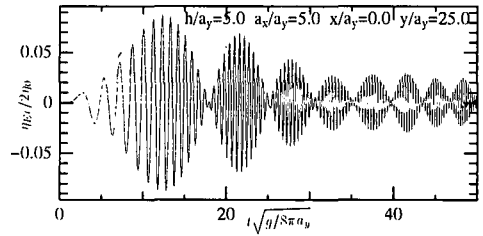


図-2 矩形を用いた波形

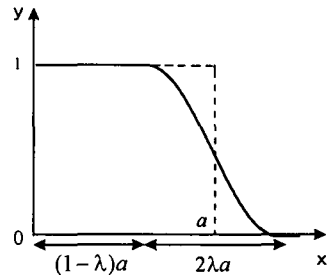


図-3 滑らかな関数形

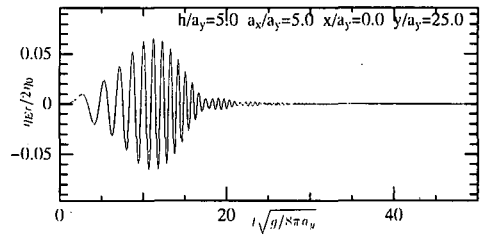


図-4 滑らかな関数形による波形

ただし $t_k = \frac{2\pi}{L} k$ で、 $C_{\theta j}$ は $\sigma_j = \frac{L}{N} j$ に対する群速度である($j, k=0, 1, N-1$)。計算は、計算する時間の上限とその分割数 N を定めることにより、 σ の上限 L を決定するという手順で行なった。また、 θ はなるべく細かく分けることとする。

数値計算を実行すると、 N を大きく取ったとき、時間が経過しても波形がなかなか収束しない(図-2)。これは初期水位上昇の形を高周波数成分の多い矩形にしているからであり、代わりに矩形の角を正弦的に滑らかにした新しい関数形(図-3)を用いることとした。

ここで x 方向、 y 方向に関する λ を共に1.0として計算した結果を図-4に示す。図-2と比較すると高周波数成分はカットされ、波形の収束性が高く、計算時間は大幅に短縮された。

次に $t=0$ で水面に $I(x, y)$ の衝撃があったときの伝達波形 η_{Im} を求める。このとき初期条件は以下のようになる。

$$\Phi_t(x, y, 0; 0) = 0 \quad (14)$$

$$\phi(x, y, 0; 0) = -\frac{I(x, y)}{\rho} \dots\dots\dots (15)$$

式 (5)～(7) を用いて初期水位上昇の場合と同様に解いていくと、以下のような解が得られる。

$$\eta_{lm}(x, y; t) = -\frac{I_0}{\rho g} \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \int_0^\infty \int_0^\infty F_x(k_x) \cos k_x x F_y(k_y) \cdot \cos k_y y \sin \sigma t dk_x dk_y \dots\dots\dots (16)$$

ただし I_0 は衝撃の大きさ、 ρ は水の密度を表わしている。また、 $F_x(k_x)$ 、 $F_y(k_y)$ には前述の滑らかな関数形を用いることとする。

以上より水塊の打ち込みにより港内側で発生する伝達波は次のように表現される。

$$\eta = \eta_{el} + \eta_{lm} \dots\dots\dots (17)$$

(3) 港内側と港外側の情報の結合

次に港内側で得られる時々刻々の越波量と港外側で必要となる初期擾乱の範囲とその大きさを適切に結び付ける必要がある。ここで初期擾乱の起こる範囲 a_x 、 a_y とその大きさ η_0 、 I_0 を T_e 、 $g(t)$ を用いて適当に定める必要がある。 T_e は入射波の1周期間に実際に越波が起こっている時間である。図-1のように越波が y 方向に起こっているとすると a_x は防波堤上で越波の起こっている区間の幅と同じになる。次に a_y は、本来は越波時の y 方向速度によって時々刻々変化するはずであるが、計算時間の面から考えると一定であることが望ましい。よって水塊が水面に落下する速度 $\sqrt{2gH_c}$ (H_c は天端高)、を用いて a_y を以下のように定める。

$$a_y = Q / (T_e \times \sqrt{2gH_c}) \dots\dots\dots (18)$$

また η_0 、 I_0 は時々刻々の越波量 $q(t)$ を用いると下の式で与えられる。

$$\eta_0 = q(t) \Delta t / a_y \dots\dots\dots (19)$$

$$I_0 = \rho \eta_0 \sqrt{2gH_c} \dots\dots\dots (20)$$

この η_0 、 I_0 を用いて得られた波形を、時間 Δt ずつずらして越波の起こっている時間 T_e の間重ね合わせることににより1回の越波で生じる波形が求められる。以上より港外側で入射波の波高が与えられたときに、港内側での伝達波の波形が得られることになる。

また周期 T で m 回の繰り返し越波が起こる場合の波形 ξ は、以下のような η の線形の重ね合わせで表現できる。

$$\xi(x, y; t) = \sum_{n=0}^m \eta(x, y; t - nT) \dots\dots\dots (21)$$

ここで x 、 y を徐々に変えながら定常になった部分を取り出していくと、平面内での波高分布を得ることができる。不規則波の場合は、ゼロダウクロス法で入射波の1波、1波を定義して計算した後、得られる伝達波形に再びゼロダウクロス法を用いて有義波高と有義波周期

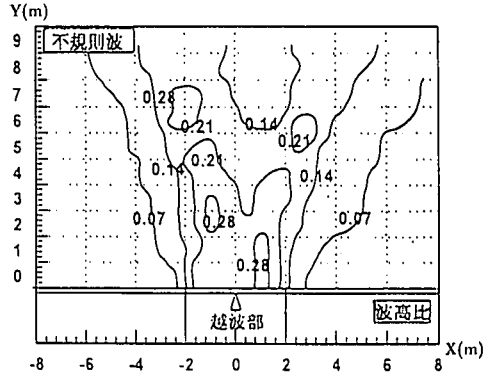


図-5 有義波高分布 (実験結果)

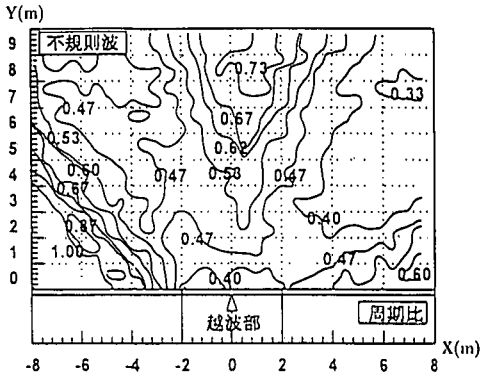


図-6 有義波周期分布 (実験結果)

を求める。

3. 数値計算結果および考察

本研究では、計算結果の検証に、池野ら (1991) の実験結果 (図-5, 6) との比較を行った。この実験は入射波が一方向不規則波の場合について、平面水槽に防波堤を設置しその一部で越波を起こさせたものである。そこで計算条件を実験条件と合わせ、結果の検証を行った。検証に用いる指標は、不規則波の有義波高分布と有義波周期分布である。実験条件は表-1の通りであり、入射波は Bretschneider-光易型の周波数スペクトルを持つ一

表-1 池野らの実験条件

入射波有義波周期	1.5 s
周波数スペクトル形状	Bretschneider-光易型
有義波高	7.0 cm
波向	0°
水深	21.5 cm
防波堤形式	前面消波ブロック被覆
防波堤形状	防波堤の中央部 4 m で越波

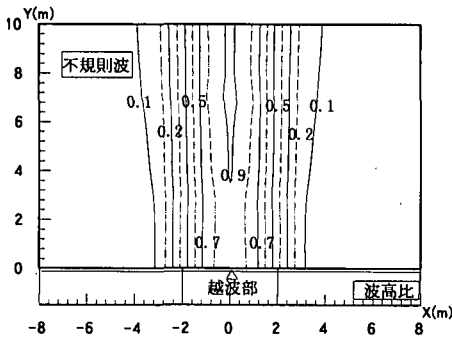


図-7 有義波高分布 (計算結果)

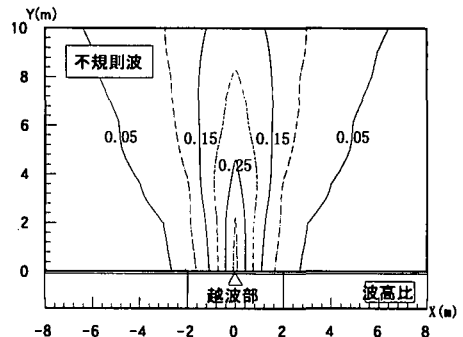
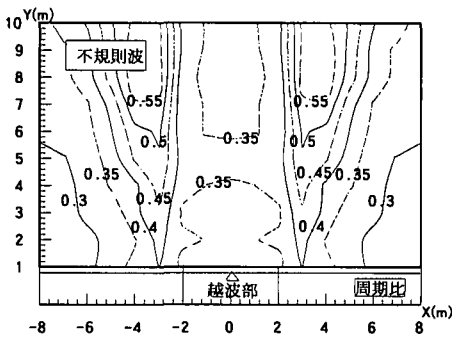
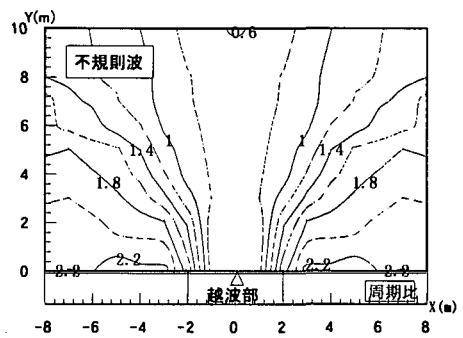
図-9 有義波高分布 ($a_y=0.2$ m)

図-8 有義波周期分布 (計算結果)

図-10 有義波周期分布 ($a_y=0.2$ m)

方向不規則波である。計算条件もこれに合わせて設定する。

(1) 計算結果と既往の実験結果との比較

数値計算の入射波には Bretschneider-光易型の入射波を作成して用いた。計算結果を図-7, 8 に示す。

その結果、まず有義波高分布について検討すると、防波堤中央部での波高伝達率は実験では 0.28, 0.21 であるが、計算では 0.9 という大きな値を示した。また実験では波高比 0.14, 0.07 のラインが湾奥に向かって広がりをみせているのに対して、実験では波高比 0.9~0.1 のラインはいずれもほぼ直進しており、越波伝達波の方向分散性を表現できていない。次に有義波周期分布は実験では中央に周期の短い波があり、遮蔽域においては比較的周期の長い波が現れているが、計算では遮蔽域においても周期の短い波が現れている。よってこの計算法では伝達波の特性を表現できていない。そこでその原因を探り、計算法を修正することにより越波の実現象を逆推定することを試みる。

(2) 計算法の修正

まず Cauchy-Poisson 波の初期条件を考える。式 (8) では水塊が静止している水の上に乗った状態を表わしており、水塊の中の圧力は静水圧分布を仮定している。しかし実現象では、天端から落下してくる水塊は加速度運

動しており、水面に当たった瞬間の水塊中の圧力はほとんど 0 である。また、初期衝撃の場合について考えると初期条件の式 (15) では水面に落下した水の鉛直方向速度が 0 になるとして計算されている。しかし実際の現象では、落下した水塊はそのまま表面上の水と一体となって下向きの速度をもって進んでいく。よってこれまでの計算では I_0 を過剰評価していたと考えられる。これらのことが計算結果の波高伝達率を大きくした要因であると考えられる。

また港内に飛び込んでくる水は横方向の運動量を持っており、水面上を滑るように進んでいくと考えられる。よってここまでの計算法においては a_y を過小評価していたと考えられる。これが計算による伝達波に方向分散性が表れなかった要因であろう。従来の式 (18) による計算では $a_y=0.025$ m であるが、横方向の運動量を考慮して $a_y=0.2$ m として計算した結果を図-9, 10 に示す。その結果、有義波高分布は波高伝達率も小さくなり方向分散性を有するものとなったが、有義波周期分布は遮蔽域の周期比が 2.2 とかなり大きくなった。すなわち入射方向の擾乱の幅 a_y を大きくすると、方向分散性が出るがそれだけ周期の長い波が発生する。

そこで次のように初期水位上昇と初期衝撃による伝達波を分けて、計算法を修正して用いることにする。

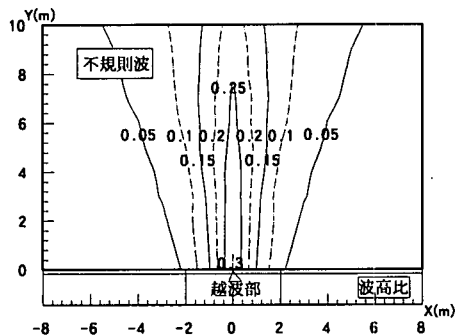


図-11 修正した有義波高分布

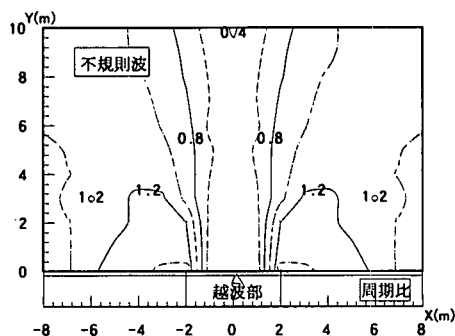


図-12 修正した有義波周期分布

$$\eta = \alpha_{El} \eta_{El} + \alpha_{Im} \eta_{Im} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで α_{El} , α_{Im} はそれぞれ Cauchy-Poisson 波の初期条件と実現象との違いを考慮して乗じる係数である。また、初期擾乱の範囲は横方向からの運動量を考慮して、初期衝撃の加わる範囲は従来通りにとり、初期水位上昇の起こる範囲はそれより大きくとる。それによって越波してきた水塊が水面にたたきつけられ、さらに水面を滑るようにして広がる様子を表現する。ここで初期水位上昇に関して $\alpha_{El}=1.0$, $\alpha_y=0.2$ m, 初期衝撃に関して $\alpha_{Im}=0.3$, $\alpha_y=0.025$ m として計算した結果を図-11, 12 に示す。その結果、有義波高分布 (図-11) には実験結果と同様な方向分散性が表れ、波高伝達率も妥当な値を得ることができた。有義波周期分布 (図-12) は傾向が完全

に一致したとは言えないものの遮蔽域において実験結果に似た周期の長い成分波が発生した。

4. おわりに

本研究では水塊の打ち込みの現象を平面 2 次元での Cauchy-Poisson 波でモデル化し、Mizuguchi (1993) の越波量理論と結び付けることにより越波伝達波の理論的な計算法を提案した。実験結果との比較では、波高伝達率が大きくなり、方向分散性も不十分であった。

そこで実現象との違いを考慮して修正した計算法を用いて実験結果を逆推定することにより、横方向の運動量は越波伝達波の方向分散性を生み出していることが明らかになった。最終的には初期衝撃と初期水位上昇の擾乱範囲を別々に捉えて越波による港内伝達波を計算していくことを提案した。しかし α_{El} , α_{Im} といったパラメタに関しては理論的にどのように定めればよいのかを示すことはできなかった。

今後は本計算法の適用範囲を広げていくために、多くの室内実験を行い、天端上での水の動き、水塊の打ち込み速度と落下形状を調べる必要がある。そのためには水塊の打ち込みの水理現象に関する基礎的研究が必要である。

参 考 文 献

- 池野正明・平口博丸・安部宣行 (1991): 防波堤越波により生ずる伝達波を考慮した港内波算定手法の開発, 電力中央研究所報告依頼報告 U 90519, pp. 2-46.
- 倉田克彦 (1981): 越波による伝達波高, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 239-242.
- 鈴木通仁・横木裕宗・藤田 龍・渡辺 晃・磯部雅彦 (1996): 越波を考慮した港内波浪場の計算法, 海岸工学論文集, 第 43 巻, pp. 736-740.
- 平口博丸・池野正明・井上素行・柏木洋之・阿部光信 (1991): 越波直後の伝達波の方向スペクトルを考慮した港内波の算定法, 海岸工学論文集, 第 38 巻, pp. 531-535.
- 松井政博・倉田克彦・荻野英樹・鈴木 功 (1980): 越波による伝達波特性 (Cauchy-Poisson 波によるモデル化), 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 410-413.
- Mizuguchi, M. (1993): Wave overtopping rate over a vertical wall and reflection coefficient, Coastal Eng. in Japan, JSCE, Vol. 36, No. 1, pp. 37-47.