

粒状体モデルによる saltation・sheetflow 共存域の数値解析

後 藤 仁 志*・酒 井 哲 郎**

1. 緒 言

移動床の力学モデルの精緻化には、流体・粒子間干渉と粒子間相互干渉という2つの相互干渉機構についての適切な表現が必要となる。特に大量の土砂輸送を伴うことから漂砂過程に貢献の大きい sheetflow 漂砂については、高濃度の土砂流動の観点から粒子間干渉が重要な役割を果たし、モデル化の上での鍵となっている。個々の粒子の相互作用を記述する方法としては、『粒』の運動を扱う粒状体モデルが有効な手段であり、代表的な粒状体モデルである Cundall & Strack (1979) の個別要素法を用いた解析が近年盛んになりつつある。

後藤・酒井ら (1994, 1995, 1996) は、シートフロー漂砂の粒状体の特性に着目し、個々の砂粒子の離散的運動を粒子間干渉を考慮しながら追跡するため、Cundall らの個別要素法に基づくシミュレーションを実施して、シートフロー漂砂の砂粒子レベルの力学機構について考察を行ってきた。その結果、準定常状態での粒子流の流速分布と濃度分布、加速・減速を伴う際の粒子流の流動特性などに関する数値情報が得られた。ところで、いわゆる sheetflow 漂砂では、粒子間干渉だけでなく流体・粒子間の干渉も重要な役割を果たしているが、両者を同時に考慮することは演算量の制約などから必ずしも容易ではない。この点に関しては、最近、小田・重松ら (1995) が、波動場において流体・粒子および粒子間相互の干渉の両者を個々の粒子運動のレベルで同時に取り扱う先駆的なシミュレーションを実施しているが、この種の計算には膨大な演算量を要することから、種々の水理条件における土砂流の特性を検討するには、流体・粒子間干渉と粒子間相互干渉を分離して取り扱うのが現時点では効率的である。

上記の研究は、比較的高速で流動する粒子層を対象としたものであったが、移動床問題への粒状体モデルの適用対象として重要なものに、床面を構成する堆積粒子群の動的特性が挙げられる。すなわち、高速で流動する粒子が堆積層に衝突した際に堆積層を構成する粒子群がど

のように応答し、反発時の粒子の運動がどのようにに変化するかという力学的素過程の問題である。この種の問題は、いわゆる saltation 粒子の衝突問題として三島・土屋ら (1993) や Haff & Anderson (1993) により個別要素法を用いて検討されており、微視的な機構が計算力学的観点から解明されつつある。

ところで、漂砂の移動形態は、底面せん断力の増加と共に掃流、浮遊、sheetflow と遷移すると言われるが、これは支配的な移動形態の遷移を示しており、現実には複数の移動形態の共存状態がしばしば出現する。底面せん断力は、砂層表層の砂粒子の運動を規定する外力であるが、せん断応力自体が鉛直方向に分布を有しており、さらに漂砂現象の生じる場が移動床であることを考えると、鉛直方向に複数の移動形態が共存する状態が生じる可能性があることは容易に推測できる。

本研究では、個々の砂粒子の不規則運動を Lagrange 的に追跡できる粒状体モデルである個別要素法を用いて、種々の底面せん断力の作用下における移動床の挙動 (砂粒子の移動状態) を数値模擬して、個々の砂粒子の運動特性を詳細に解析し、流れ方向に一樣な場において saltation に代表される掃流、浮遊、sheetflow の3者の共存状態の遷移過程を検討し、個々の粒子の運動の特徴との関連で複数の移動形態の共存域における漂砂の力学機構に関して考察を加える。

2. 砂粒子運動のシミュレーション

2.1 個別要素法の概要

著者らの既往の解析では、所与のせん断力を砂層表層付近の砂粒子に割り振る方法で砂層の流動を生じさせていたが、後藤・酒井 (1997) はこの点を改善し、流体と砂粒子の速度差に起因する抗力を駆動力とした。さらに、流体流速の変動を乱数発生により数値的に模擬して、砂粒子の移動限界付近から掃流、浮遊に至るまでの掃流力の増加とそれに対する砂粒子群の応答を系統的に計算するフレームワークを提示した。ここでは、後藤・酒井 (1997) のモデルを用いて、砂粒子を均一径 d の剛体円盤によりモデル化し、鉛直2次元場における各砂粒子の運動方程式を陽解法で解いて、砂粒子の運動を追跡する。

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻

** 正会員 工博 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻

ここでは、既往の著者らの解析との相違点を中心にモデルの概要を簡単に説明する。

個別要素法では、計算ステップの更新の度に個々の砂粒子の接触状況が検査され、接触状態にある粒子間については、弾性スプリングと粘性ダッシュポットが導入されて粒子間の相互作用が計算される。砂粒子 i の並進および回転の運動方程式は、

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_{pi}}{dt} \\ = \sum_j \{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \}_j \\ + \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U + u - u_{pi})^2 + (v - v_{pi})^2} \\ \cdot (U + u - u_{pi}) A_2 d^2 \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_{pi}}{dt} \\ = \sum_j \{ -f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij} \}_j \\ + \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{(U + u - u_{pi})^2 + (v - v_{pi})^2} (v - v_{pi}) A_2 d^2 \\ - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\frac{\pi d^5}{32} \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \cdot \sum_j \{ f_s \}_j \dots\dots\dots (3)$$

である。ここに x, y : 斜面方向の座標軸とそれに直交する座標軸, ρ : 水の密度, σ : 砂粒子の密度, C_M : 付加質量係数 ($C_M=0.5$), A_2, A_3 : 砂粒子の 2 次元・3 次元形状係数 (球を想定し, $A_2=\pi/4, A_3=\pi/6$), d : 砂粒径, u_{pi}, v_{pi} : 砂粒子 i の x, y 方向の移動速度, f_n, f_s : 砂粒子 i, j 間の法線 (n) および接線 (s) 方向の作用力, α_{ij} : 砂粒子 i, j の接触角, C_D : 抗力係数 ($C_D=0.4$), U : 主流方向 (x 方向) の流速, u, v : x, y 方向の流速の変動成分, g : 重力加速度, ω_{pi} : 砂粒子 i の角速度である。これらの運動方程式が逐次数値積分され、砂粒子群の運動が追跡される。

さらに、塑性的挙動すなわち現象の 3 次元性と関連した粒子間の噛み合わせ効果を表現するため、ばねによる抗力に上限値 e_{nmax}, e_{smax} を設け、法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを、接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイントを配置する。

2.2 流体流速変動の模擬方法

ここでは、流体流速の変動に運動が大きく規定される浮遊砂をも解析対象とすることから、平均流速だけでなく流速変動成分についても模擬する必要が生じる。最も簡便で一般的な単純 Monte Carlo 法を用いると、砂粒子周囲の変動流速は乱れ強度と関係付けられ、

$$u(t) = r_u \cdot \sqrt{u^*}; v(t) = r_v \cdot \sqrt{v^*} \dots\dots\dots (4)$$

と表される。ここに、 r_u, r_v : 異なる時系列に従う標準正

規乱数 (平均: 0.0, 標準偏差: 1.0) であり、2 つの時系列の関係は、2 次元確率密度関数 $f_r(r_u, r_v)$

$$\begin{aligned} f_r(r_u, r_v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r_u^2}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\gamma^2}} \\ \cdot \exp\left\{-\frac{(r_v - \gamma \cdot r_u)^2}{2(1-\gamma^2)}\right\} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

により規定される。ここに、 γ : 2 つの時系列間の相互相関係数である。なお、乱れ強度は瀬津 (1977) の式

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{u^*}}{u_*} = 2.30 \exp\left(-\frac{y}{h}\right); \frac{\sqrt{v^*}}{u_*} = 1.27 \exp\left(-\frac{y}{h}\right) \\ \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

で与え (h : 水深, u_* : 摩擦速度), 2 つの時系列間の相互相関係数 γ は、Reynolds 応力分布と関係付けて、

$$\gamma = -\frac{\overline{uv}}{\sqrt{u^*}\sqrt{v^*}} = 0.342 \left(1 - \frac{y}{h}\right) / \exp\left(\frac{2y}{h}\right) \dots\dots (7)$$

と表すこととする。

2.3 境界条件・初期条件

本研究では平衡状態を想定しているため、側方は周期境界とし、底面は計算対象粒子と同一の粒子から成る粗面固定床とした。計算に用いた砂粒子は、粒径 $d=0.5$ cm, 比重 $\sigma/\rho=2.65$ のもので、1 段の配列要素数 5 個で 15 段にわたって積み上げた後、最下層の粒子 5 個を固定し、表層粒子の離脱の容易さに配慮して表層の 5 個の粒子の内 1 個を取り除いて、合計 74 個の粒子の運動を解析した。

各砂粒子が僅かに非接触の状態から予備計算を開始して粒子群がほぼ静止状態となった時点初期条件とし、流れを作用させて砂粒子群の運動を追跡した。主流速は対数流速分布に従うものとし、流れ場を既知として砂粒子運動を追跡するいわゆる one-way の解析を行った。なお、モデル定数については既往の研究を参考に計算の安定性に留意しつつ、バネ定数 $k_n=9.45 \times 10^6$ N/m, $k_s=2.36 \times 10^6$ N/m, ダッシュポットの粘性定数 $\eta_n=0.4$ Ns/m, $\eta_s=0.2$ Ns/m, $\mu=0.5$, $e_{nmax}=7.0 \times 10^2$ N, $e_{smax}=7.0$ N, $\Delta t=2.0 \times 10^{-5}$ s と与えた。計算は、底面せん断力を変化させて合計 4 ケース実施したが、何れの場合も水深 $h=20.0$ cm に固定し、底面せん断力の増大に応じて断面平均流速を変化させ、定常状態を計算した。

3. saltation・sheetflow 共存域での砂粒子の運動特性

3.1 砂粒子運動形態の区分

図-1 は、計算された砂粒子移動軌跡の代表例を示したものである。砂粒子の運動形態の区分に際しては、図に示すような砂粒子の運動軌跡を精査し、以下に示す運動形態の特徴を考慮して各形態間の遷移点を視覚的に判定した。

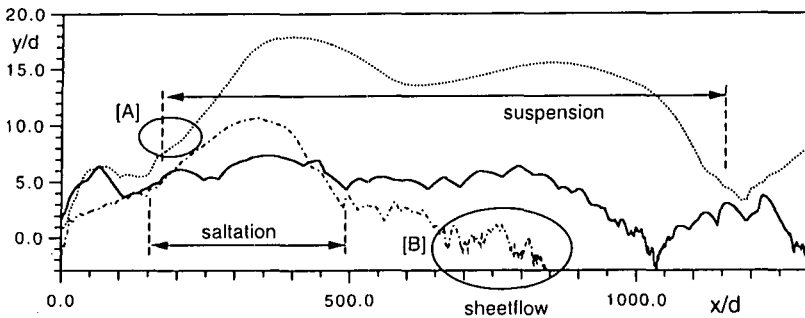


図-1 砂粒子運動軌跡と運動形態区分

1) 1回の跳躍による水平方向移動距離が粒径の数百倍に及ぶような粒子は、浮遊 (suspension) と判断する。この範囲に属する砂粒子は、水流の乱れに影響されて、底面との衝突により獲得した初速度で決まる放物線状の軌跡を大きく逸脱して運動する特徴がある。

2) 1) の条件を満足していなくても、跳躍の初期に saltation 軌跡では見られるはずのない下に凸の軌跡 (図-1 中に [A] で表示) が出現する場合には、この軌跡が得られた時点で浮遊に遷移したと判断する。

3) 一度大きく上昇して浮遊過程に入った砂粒子は、その跳躍中 (落下して他の粒子と衝突するまでの全行程) は浮遊状態にあるとする。

4) 1) または 2) の条件を満足せず、上に凸な放物線状の軌跡を描く砂粒子は saltation 粒子と判断する。

5) 鉛直方向に 1 粒径以下の範囲の振幅で、高周波の変動を含む小刻みな軌跡を描く砂粒子 (図-1 中に [B] で表示) は sheetflow と判断する。

なお、砂粒子数密度分布における各運動形態の占有率の算出については、砂粒子の移動領域を鉛直方向に層状に分割して、各層中を移動する砂粒子の移動距離を運動形態別に測定して、各運動形態での移動距離が各層内の砂粒子の全移動距離に占める割合を計算して求めた。

3.2 砂粒子移動速度分布の特性

図-2 は、計算された砂粒子の平均移動速度分布の無次元せん断力 τ_* に対する変化を示したものである。図中には、流体流速の分布を併示している。何れの場合にも流体流速がゼロとなる高さ以下でも砂粒子速度はゼロとならずに、砂粒子群が流体に引きずられるようにして流動している。この領域は、 $\tau_*=0.05$ では 2 粒径程度の層厚であるが、せん断力の増加とともに層厚も増加して、 $\tau_*=0.25$ では粒径の 4 ないし 5 倍程度に達して概ね発達を完了する。

次に、砂粒子が水流により直接加速される $y/d=0.0$ より上方の領域については、せん断力の増加とともに砂粒子の速度と流体流速の速度差が減少し、砂粒子が周囲流体に追従して運動する過程が明瞭に示されている。一般

的に、掃流から浮遊へと遷移するにしたがって砂粒子の床面との接触頻度が低下するため、砂粒子の平均移動速度が周囲流体流速と接近し、浮遊領域では両者は近似的に同一視できることが知られており、ここで得られた砂粒子移動速度分布の変化は、高せん断力下での浮遊形態の出現を示唆しているとも言える。

3.3 砂粒子数密度分布の特性

図-3 は、砂粒子数密度 (濃度分布と相似) の無次元せん断力 τ_* に対する変化を示している。図中には、軌跡の判別から算出した移動形態別の内訳も併示している。全ての場合に共通した特徴は、堆積層 ($y/d=-5.0 \sim -6.0$ 以下の殆ど砂粒子の移動が見られない層) では、ほぼ一定値 (最密充填状態) をとり、移動層に入ると減少傾向に転じることである。 $\tau_*=0.05$ の場合には、数密度は上方へ移動するにつれて単調に減少するが、saltation が顕在化する条件 ($\tau_*=0.25$, $\tau_*=0.5$) では、堆積層から上方に移動する途中で一端減少する傾向が弱まり、分布に肩 (図中に [A] と表示) が生じるのが特徴である。更に $\tau_*=1.5$ となるとこの傾向は一層顕在化し、堆積層から上方に移動する途中で減少から増加に転じて再び急減するようになり、分布のピーク (図中に [A] と表示) が出現する。このようなピークの存在は、固定床上の saltation のシミュレーションで明瞭に見られるが (後藤・辻本・中川; 1992)、移動床では床面の位置が不確定であることから固定床上の特性が不明瞭化して出現したものと考えられる。また、分布の肩が出現する領域では、何れの場合にも saltation が卓越しており、固定床上の saltation と同一の機構による肩の出現を間接的に裏付けている。

さらに、底面せん断力が大きい $\tau_*=1.5$ 場合には、数密度分布の上端部付近で下に凸な曲線 (図中に [B] と表示) が見られる。この特性は、鉛直 1 次元拡散方程式において浮遊砂の拡散係数を一定としたときに得られる negative exponential 型の濃度分布の傾向と一致する。この領域は浮遊砂の出現領域と一致しており、浮遊砂の寄与を示唆するものとも言える。しかしより詳細に見ると、数密

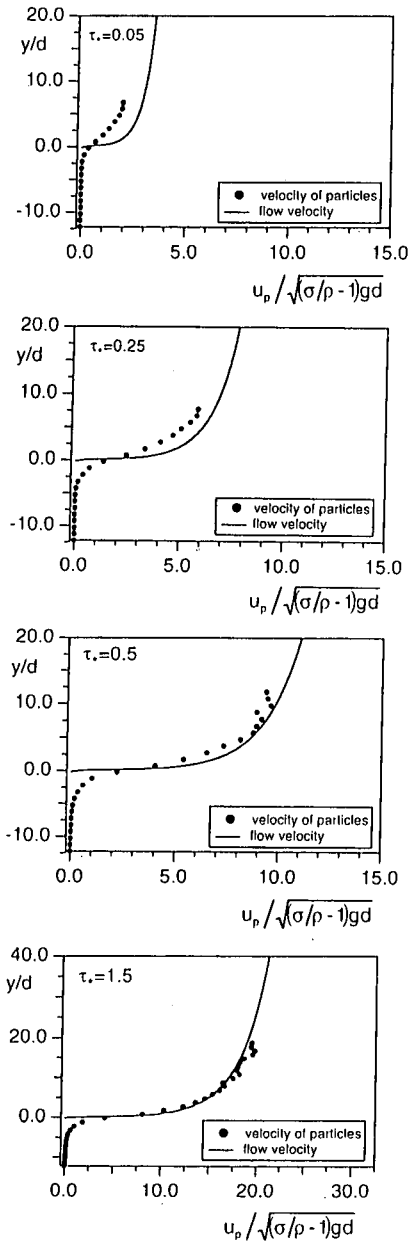


図-2 砂粒子移動速度分布

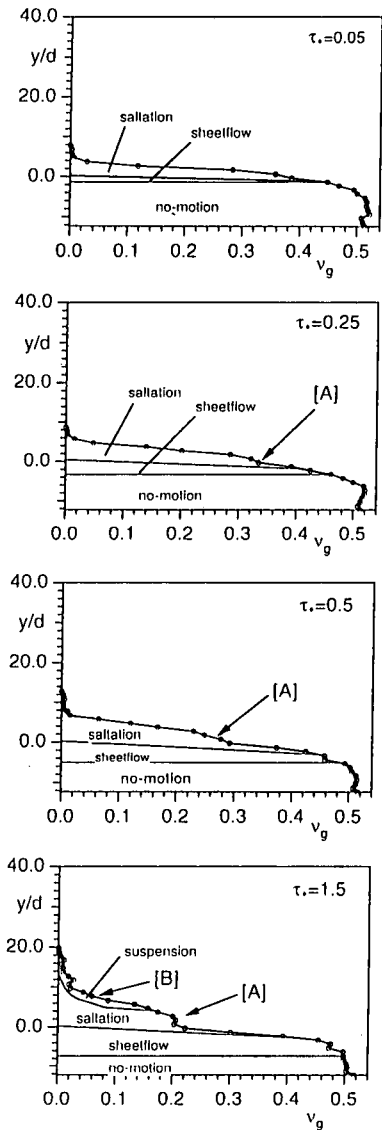


図-3 砂粒子数密度分布

運動という異なる運動形態が鉛直方向に積み重なって共存しているという事実をシミュレーション結果は示している。

図-4 は, sheetflow, saltation, 浮遊の各層厚(全層厚)の無次元せん断に対する変化を示したものであり, 図-5 は, 単一の運動形態が占める層厚(複数の運動形態の混在する層厚を含まない純層厚)について示したものである。浮遊層厚は無次元せん断力の増加とともに一貫して顕著な増加を示すが, sheetflow 層厚は $\tau_* = 1.5$ でほぼ発達を完了し, それ以降はほぼ一定の値を示す。一方, saltation 層厚に関しては, 全層厚は sheetflow 層厚と同様の発達傾向を示しているが, 純層厚は初期に僅かに増加するものの, それ以降はなだらかな減少傾向を示している。

度分布が下に凸の曲線を描く領域の一部では, saltation が共存し, その占有率も下に凸の推移しており, 必ずしも浮遊のみの寄与により下に凸の特性が規定されている訳ではない。本研究の運動形態区分では, saltation と浮遊の中間的な運動形態を想定していないが, saltation の占有率分布の上端で下に凸の曲線が示されることについては, 浮遊的な特性を有する saltation 粒子の存在を示唆しているものとも考えられ, 今後の検討を要する。

$\tau_* = 1.5$ のような高い底面せん断力の作用下では, 堆積層, 層状流動, saltation に代表される掃流運動, 浮遊

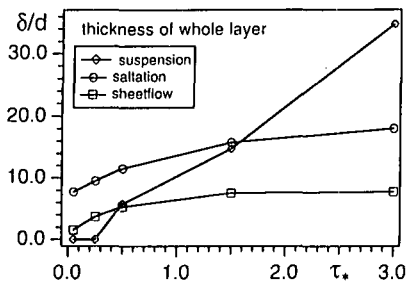


図-4 全層厚の底面せん断力に対する変化

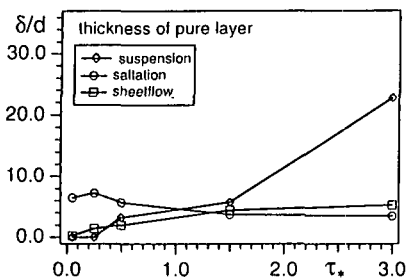


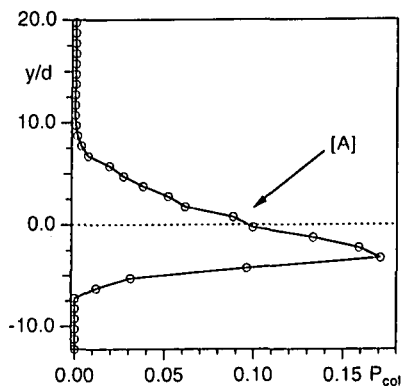
図-5 純層厚の底面せん断力に対する変化

このように、掃流力の増加と共に saltation 領域は発達するものの、それ以上に浮遊と sheetflow の発達が著しく、両者に挟まれた saltation 領域の発達が見かけ上抑制されているような結果となる。

図-6 は、 $\tau_* = 1.5$ の場合の砂粒子の衝突頻度(確率密度)の鉛直分布である。 $y/d = -3.0 \sim -4.0$ で砂粒子の衝突頻度は最大となる。図-3を見るとこの領域は純 sheetflow の領域であり、砂粒子が周辺の砂粒子と頻りに衝突を繰り返しながら層状移動している領域であることがわかる。その領域から下方に向かって衝突頻度は急減し、 $y/d = -7.5$ 付近でゼロとなる。この点は図-3によれば、sheetflow 層と堆積層の境界に相当する。一方、衝突頻度がピークを示す $y/d = -3.5$ より上方でも衝突頻度は急減するが、 $y/d = 0.0 \sim 4.0$ に一旦減少傾向が弱まり、分布に肩(図中に [A] と表示)が生じる。この点は図-3で数密度の減少が一旦鈍化する領域(図-3中 [A] と表示)と対応している。さらに $y/d = 11.0$ 前後で衝突頻度はゼロになり、それより上方では衝突が生じていないが、この点は浮遊砂が卓越する領域への遷移点と一致している。

4. 結 語

本研究では、個々の砂粒子の不規則運動を Lagrange 的に追跡できる粒状体モデルである個別要素法を用いて、底面せん断力の変化に対する移動床(砂粒子群の移動状態)の応答を数値模擬した。シミュレーションから得られる個々の砂粒子の運動軌跡を詳細に解析し、salta-

図-6 衝突頻度の鉛直分布 ($\tau_* = 1.5$)

tion に代表される掃流、浮遊、sheetflow の3者の共存状態が底面せん断力の変化に応じて遷移する過程を明らかにし、さらに、砂粒子移動速度分布や砂粒子数密度分布に見られる特徴的形状の力学的背景について、個々の粒子レベルの運動特性との関連を念頭に考察を加えた。特に高い底面せん断力の作用下では、表面に出現する支配的運動形態の下方の領域に複数の運動形態が鉛直方向に積み重なって存在する様子が明瞭に再現された。

なお、本研究の遂行にあたって、ウェスコ土木技術振興基金の補助を受けたこと、および、京都大学大学院・酒井敦史君(現、運輸省)の熱心な協力を得たことを記して、謝意を表する。

参 考 文 献

- 小田一紀・重松孝昌・和田一斗 (1995): 波による底質粒子の移動過程に関する数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 536-540.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次 (1992): PSI-セルモデルによる Saltation 層の解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 266-270.
- 後藤仁志・酒井哲郎・富永圭司 (1994): 粒状体モデルによるシートフローの流動過程の数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 371-375.
- 後藤仁志・酒井哲郎 (1995): 表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析, 土木学会論文集, No. 521/II-32, pp. 101-112.
- 後藤仁志・酒井哲郎・豊田泰晴・酒井敦史 (1996): 表層せん断力の急変に対する流動粒子群の応答特性, 水工学論文集, 第40巻, pp. 1045-1050.
- 後藤仁志・酒井哲郎 (1997): 河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp. 819-824.
- 澤津家久 (1977): 開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文集, 第261号, pp. 67-76.
- 三島豊秋・秋山誠司・土屋義人 (1993): 飛砂における砂粒の反発機構の数値解析, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 271-275.
- Cundall, P. A. and Strack, O. D. L. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique* 29, No. 1, pp. 47-65.
- Haff, P. K. and Anderson, R. S. (1993): Grain scale simulation of loose sedimentary beds: The example of grain-bed impact in aeolian saltation, *Sedimentology*, Vol. 40, pp. 175-198.